

ВОССТАНОВЛЕНИЕ СИГНАЛОВ СО СЦИНТИЛЛЯЦИОННЫХ ДЕТЕКТОРОВ

© 2022 г. С.П. Осипов^{1,2,*}, С.А. Щетинкин², Е.Ю. Усачёв², С.В. Чахлов^{1,2,**}, О.С. Осипов³

¹Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия 634028 Томск, пр-т Ленина, 30

²ООО Диагностика-М, Россия 109316 Москва, Волгоградский пр-т, 42

³Medialooks, Россия 236016 Калининград, ул. Александра Невского, 59

E-mail: *osip1809@rambler.ru; **chakhlov@tpu.ru

Поступила в редакцию 13.04.2022; после доработки 22.04.2022

Принята к публикации 27.04.2022

Предложена математическая модель искажения исходного радиометрического сигнала сцинтилляционным детектором для случая регистрации непрерывного рентгеновского излучения в процессе формирования цифровых радиографических изображений. Модель учитывает распределение исходного сигнала по времени, время регистрации излучения, разрядность АЦП, временные и амплитудные параметры быстрой и медленной составляющих процесса высвечивания в сцинтилляционном детекторе. Разработан алгоритм восстановления сигнала после сцинтиллятора, основанный на предварительной информации о параметрах сцинтилляционного детектора для непрерывного рентгеновского излучения. Предложены алгоритмы оценки амплитудных и временных параметров быстрой и медленной составляющих процесса высвечивания в сцинтилляционном детекторе для источников рентгеновского излучения. Проведена серия вычислительных экспериментов и на основе анализа ее результатов продемонстрирована эффективность разработанных алгоритмов.

Ключевые слова: рентгеновское излучение, цифровая радиография, сцинтилляционные детекторы, быстрые и медленные компоненты высвечивания, математическое моделирование, имитационное моделирование, восстановление сигналов после сцинтиллятора.

DOI: 10.31857/S0130308222060057; EDN: BNAJHH

ВВЕДЕНИЕ

Необходимость повышения качества контроля объектов различной природы методами цифровой радиографии (ЦР) и рентгеновской компьютерной томографии (РКТ) обуславливает настоятельную потребность в совершенствовании способов формирования соответствующей первичной информации с учетом особенностей процессов регистрации рентгеновского излучения. Сцинтилляторы широко применяются в качестве первичных преобразователей радиации в световой поток с последующей его регистрацией фотоприемником и трансформацией получающихся аналоговых сигналов в цифровые [1—3]. Преобразование энергии рентгеновского излучения, поглощенного в сцинтилляторе, в энергию светового потока (высвечивание) является инерционным [1, 3]. Инерционность высвечивания приводит к искажению исходных сигналов сцинтилляционным детектором и, следовательно, к ухудшению пространственного разрешения систем ЦР и РКТ [4—6]. Учет этого фактора в алгоритмах формирования обработки информации в системах ЦР и РКТ, а также в системах досмотрового контроля с функцией распознавания материалов методом дуальных энергий невозможен без полной информации о параметрах быстрой и медленной составляющих процесса высвечивания энергии в сцинтилляторе [1, 7—9]. Временное изменение сигнала на выходе фотопреобразователя описывают экспонентой либо суммой экспонент [10—14]. В научной литературе не в полной мере обсуждены вопросы, связанные с определением параметров быстрой и медленной составляющих процесса высвечивания и восстановлением сигналов сцинтилляционным детектором для источников непрерывного рентгеновского излучения.

1. МОДЕЛЬ ИСКАЖЕНИЯ СИГНАЛА СЦИНТИЛЛЯЦИОННЫМ ДЕТЕКТОРОМ

1.1. Представление исходного сигнала

В качестве источников рентгеновского излучения в системах ЦР и РКТ используют, как правило, рентгеновские аппараты непрерывного действия [15].

Остановимся на формировании исходных радиографических изображений в системах сканирующего типа с линейным регистратором рентгеновского излучения. Пусть ось OX связана с направ-

лением сканирования, а ось OY — с линейкой детекторов. Объект контроля перемещается относительно системы, состоящей из источника рентгеновского излучения и линейного детектора, с постоянной скоростью V .

Будем считать сигнал I со сцинтилляционного детектора «идеальным», если он зависит исключительно от ослабления излучения объектом контроля. Для интенсивных источников рентгеновского излучения непрерывного действия традиционным режимом регистрации является интегральный, поэтому I можно интерпретировать как количество энергии фотонов, переданной детектору.

Будем придерживаться модели формирования цифрового радиографического изображения [16, 17]. Согласно этой модели, сигнал I в момент времени t определяется текущей толщиной ОК в длинах свободного пробега P :

$$I(t) = I_0(t) \exp(-P(t)), \quad (1)$$

где $I_0(t)$ — зависимость энергии рентгеновского излучения, переданной детектору, от времени t без объекта контроля. Для непрерывного режима излучения соблюдается равенство $I_0(t) = I_C$.

1.2. Искажение исходного сигнала сцинтилляционным детектором

Пусть в момент времени p в результате воздействия на сцинтиллятор ультракороткого импульса фотонов высвечиваются световые фотоны с общей энергией E , $E = C_E I$. Согласно [10—14], процесс высвечивания описывается функцией $h(t)$, равной сумме n экспоненциальных функций. Для $n = 2$ функция $h(t)$ представима в виде:

$$h(t) = \begin{cases} 0, & t < p \\ A_f \exp(-(t-p)/\tau_f) + A_s \exp(-(t-p)/\tau_s), & t \geq p \end{cases} \quad (2)$$

где A_f, A_s — амплитудные параметры быстрой и медленной составляющих; τ_f, τ_s — временные параметры быстрой и медленной составляющих.

Будем считать, что суммарная энергия светового излучения E высвечивается без потерь. Отсюда следует, что

$$\int_p^{\infty} (A_f \exp(-(t-p)/\tau_f) + A_s \exp(-(t-p)/\tau_s)) dp = A_f \tau_f + A_s \tau_s. \quad (3)$$

Введем обозначение:

$$a_f = A_f / (A_f \tau_f + A_s \tau_s), \quad a_s = A_s / (A_f \tau_f + A_s \tau_s). \quad (4)$$

С учетом (2) и (4) искажение $J(t)$ исходного сигнала $I(t)$ сцинтилляционным детектором описывается выражением:

$$J(t) = C_E \int_0^t I(p) h(t-p) dp = C_E \int_0^t I(p) (a_f \exp(-(t-p)/\tau_f) + a_s \exp(-(t-p)/\tau_s)) dp. \quad (5)$$

Полученные выражения носят общий характер и могут быть использованы для источников рентгеновского излучения непрерывного действия.

Совокупность выражений (1)—(5) является математической моделью трансформации (искажения) идеальных сигналов для источников рентгеновского излучения сцинтилляционным детектором, учитывающей быструю и медленную составляющие высвечивания.

Данная математическая модель может быть преобразована в соответствующую имитационную модель с последующей ее реализацией, например, в системе для математических вычислений MathCad.

1.3. Интегрирование, дискретизация и оцифровка сигнала на выходе сцинтилляционного детектора

Аналоговый сигнал на выходе сцинтилляционного детектора $J(t)$ интегрируется за время Δt , поступает на вход аналого-цифрового преобразователя (АЦП) с разрядностью k_{ADC} , где и оцифровывается.

Пусть аналоговый сигнал $J(t)$ определен на интервале от 0 до t_{\max} . Допустим, что интегратор обладает свойством мгновенного сброса сигнала, тогда количество точек в дискретизации сигнала $J(t)$ равно $j_{\max} = [t_{\max}/\Delta t]$, здесь и далее $[x]$ — целая часть x . Дискретизация сигнала $J(t)$ будет представлять собой вектор аналоговых величин $\mathbf{Jd} = (Jd_1, Jd_2, Jd_3, \dots, Jd_{j_{\max}})$:

$$Jd_j = \int_{(j-1)\Delta t}^{j\Delta t} J(t) dt, \quad j = 1 \dots j_{\max}. \quad (6)$$

Аналоговые величины $Jd_1, Jd_2, \dots, Jd_{j_{\max}}$ преобразуются в цифровые $D_1, D_2, \dots, D_{j_{\max}}$:

$$D_j = \left[\frac{C_{ADC} Jd_j}{\Delta_1} \right], \quad j = 1 \dots j_{\max}, \quad \Delta_1 = \frac{\max(\mathbf{Jd})}{2^{k_{ADC}} - 1}, \quad (7)$$

где C_{ADC} , $C_{ADC} < 1$ — коэффициент защиты от превышения цифровым сигналом уровня $2^{k_{ADC}} - 1$; Δ_1 — аналоговый эквивалент цифровой «1».

При формировании исходного цифрового радиографического изображения линейным детектором вектор \mathbf{D} будет соответствовать одному детектору линейки и являться основой для построения строки искомого изображения.

Цифровой сигнал \mathbf{D} для устранения влияния искажений, вызванных сцинтиллятором, поступает на вход процедуры оценки (восстановления) исходного (идеального) цифрового сигнала \mathbf{DI} , т.е. сигнала $I(t)$, подвергнутого интегрированию и дискретизации и оцифровке согласно (6), (7). Отметим, что с целью возможности сравнения \mathbf{D} и \mathbf{DI} необходимо использовать один и тот же аналоговый эквивалент цифровой «1».

2. ВОССТАНОВЛЕНИЕ СИГНАЛА ПОСЛЕ СЦИНТИЛЛЯТОРА

2.1. Формулировка задачи восстановления и ее особенности

Сформулируем задачу восстановления применительно к рассматриваемому случаю. Пусть имеется сигнал $I(t)$, который изменяется во времени на интервале от 0 до t_{\max} . Сигнал $I(t)$ трансформируется (искажается) в сцинтилляционном детекторе функцией $h(t)$, упомянутой выше, в соответствии с преобразованием (5) и превращается в сигнал $J(t)$.

Уравнение (7) относительно неизвестной функции $I(t)$ по классификации типов интегральных уравнений относится к линейному интегральному уравнению Вольтерра первого рода типа «свертки» [18, 19]. Следует отметить, что в случае ассоциации с понятием «исходный сигнал» функции $P(t)$ (см. формулу (1)), интегральное уравнение (5) превратится в нелинейное интегральное уравнение Вольтерра первого рода типа «свертки» [20].

Оценка функции $I(t)$ по измеренной зависимости $J(t)$ и является целью задачи восстановления в общем случае.

В соответствии с (5), (7):

$$Jd_j \approx C_E \sum_{i=1}^j h(t_j - s_i) I(s_i) \Delta T, \quad j = 1 \dots j_{\max}. \quad (8)$$

Существует множество подходов к решению уравнений вида (5), (8), например, [18—21]. Рассмотрим один из них с учетом особенностей формирования и трансформации исходных сигналов.

Для цифровых сигналов система уравнений (8) в матричном виде выглядит следующим образом:

$$\mathbf{D} = \mathbf{H} \times \mathbf{DI}, \quad H_{ji} = h(t_j - s_i), \quad j = 1 \dots j_{\max}. \quad (9)$$

Первые две особенности матрицы \mathbf{H} связаны с определением передаточной функции $h(t)$ формулой (2). Первая особенность заключается в том, что $h(t) = 0, t < 0$, из чего следует, что матрица \mathbf{H} является нижней треугольной матрицей. Вторая особенность обуславливается равенством $h(0) = h(t_j - s_i), i = j, i, j = 1, \dots, j_{\max}$, отсюда вытекает равенство $H_{jj} = a_f + a_s$, что существенно упрощает процесс имитации искажения исходного цифрового сигнала и решения уравнения (9) относительно \mathbf{DI} . Третья особенность вытекает непосредственно из характера функции $h(t)$ и соотношения временных параметров процесса высвечивания в сцинтилляторе и времени интегрирования Δt :

$$h'(t) < 0; \tau_f < \tau_s \ll t_{\max}, \Delta t \ll \tau_s, \Delta t < \tau_f. \quad (10)$$

Если условие $\Delta t < \tau_f$ не выполняется, то процесс высвечивания можно описать одной экспоненциальной функцией.

Из третьей особенности вытекает существование некоторого момента времени $t_{\lim}, t_{\lim} \ll t_{\max}$, начиная с которого можно считать, что $h(t) = 0$. Пусть в момент времени t_0 наблюдается идеальный цифровой сигнал DI_{t_0} . В качестве уравнения нахождения момента времени t_{\lim} , отсчитываемого от t_0 , может быть предложено следующее соотношение:

$$D(t_{\lim}) \approx \left[DI_{t_0} \left(a_f \exp(-t_{\lim}/\tau_f) + a_s \exp(-t_{\lim}/\tau_s) \right) \right] = \varepsilon, \quad (11)$$

где ε — уровень, при котором искажение незначимо. Для цифровых сигналов можно взять, например, $\varepsilon = 1$.

Из (11) следует, что значение t_{\lim} зависит не только от амплитудных и временных параметров высвечивания сцинтиллятора τ_f, a_f, τ_s, a_s , но и амплитуды идеального цифрового сигнала DI_{t_0} , вызывающего искажение.

Для цифровых сигналов аналогом параметра t_{\lim} является параметр j_{\lim} . Данный параметр ограничивает суммирование в (8) условием

$$j - i \leq j_{\lim}. \quad (12)$$

Из свойств функции $h(t)$ вытекает особенность матрицы \mathbf{H} — она является нижнетреугольной:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} H_0^* & 0 & 0 & 0 & \dots \\ H_1^* & H_0^* & 0 & 0 & \dots \\ H_2^* & H_1^* & H_0^* & 0 & \dots \\ H_4^* & H_3^* & H_1^* & H_0^* & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где $H_k^* = h(k \cdot \Delta t), k = 0, \dots, j_{\max} - 1$.

Особенность матрицы (13) сводится к тому, что она полностью определяется одним вектором \mathbf{H}^* , что существенно упрощает алгоритм восстановления исходного цифрового сигнала и позволяет реализовать алгоритм обратной свертки.

2.2. Алгоритм восстановления сигнала

Будем считать, что известны параметры, характеризующие сцинтиллятор: τ_f, a_f, τ_s, a_s . Это означает, что передаточная функция $h(t)$ полностью определена.

На вход алгоритма поступает дискретизированный цифровой сигнал \mathbf{D} , являющийся строкой цифрового изображения.

Сделаем несколько предварительных замечаний для построения алгоритма восстановления. Пусть до момента времени t_0 светового потока на входе фотоприемника не наблюдалось, то есть источник излучения был выключен либо полностью экранирован. С моментом времени t_0 связывается появление и регистрация ионизирующего излучения, t_0 соотносится с j_0 элементом вектора \mathbf{D} . Очевидно, что во все элементы сигнала \mathbf{D} , начиная с номера $j_0 + 1$ и заканчивая $j_0 + j_{\lim}$, сцинтиллятором вносятся значимые вклады от исходного сигнала, т.е. сигнала DI_{j_0} . Согласно (5) и (8), восстановленный сигнал в точке j_0 находится по формуле:

$$R_{j_0}^* \approx \frac{D_{j_0} \Delta t}{a_f + a_s} = \frac{D_{j_0} \Delta t}{H_0^*}. \quad (14)$$

Откорректируем искажение, вносимое сигналом в элементе j_0 в последующие элементы:

$$D_j^* = D_j - R_{j_0}^* \left(a_f \exp\left(-\frac{t_j - t_{j_0}}{\tau_f}\right) + a_s \exp\left(-\frac{t_j - t_{j_0}}{\tau_s}\right) \right) \Delta t = D_j - R_{j_0}^* H_{j-j_0}^*, j = j_0 + 1, \dots, j_0 + j_{\text{lim}}. \quad (15)$$

Корректировка продолжается до элемента с номером $j_0 + j_{\text{lim}}$, вклад в который меньше заданного заранее значения ε (см. (11)).

Если выполняется условие

$$D_{j_0+1}^* > \varepsilon, \quad (16)$$

то формула для вычисления значения восстановленного сигнала в элементе с номером $j_0 + 1$ имеет вид:

$$R_{j_0+1}^* \approx \frac{D_{j_0+1}^* \Delta t}{H_0^*}. \quad (17)$$

По формуле, аналогичной (15), находим искажения, вносимые в элементы частично откорректированного сигнала, последующие за элементом $j_0 = 1$, вплоть до элемента с номером $j_0 + 1 + j_{\text{lim}}$. Следует отметить, что анализируется уже откорректированный сигнал со своим значением j_{lim} .

Если (16) не выполняется, т.е. $D_{j_0+1}^* \leq \varepsilon$, то осуществляется поиск дальнейшего по шкале времени ненулевого значения сигнала.

Описанная процедура восстановления продолжается вплоть до достижения последнего элемента цифрового сигнала.

Алгоритм, базирующийся на вышесказанных замечаниях и формулах (14)—(17), представляет собой обратный ход в методе Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений (9).

Следует отметить, что формально в описанном алгоритме будет фигурировать не вся матрица \mathbf{H} (9), а только ее левый верхний минор \mathbf{A} — j_{lim} строк и j_{lim} столбцов. Для такой матрицы \mathbf{A} существует и матрица \mathbf{A}^{-1} . Причем матрица \mathbf{A}^{-1} обладает свойством (13), т.е. определяется первым столбцом $\mathbf{B} = (\mathbf{A}^{-1})^{(1)}$.

Описанное свойство на практике существенно упрощает процесс восстановления исходного сигнала, сводя его к использованию обратной свертки (фильтра), где в качестве фильтра \mathbf{F} выступает вектор-матрица \mathbf{B} с необходимой корректировкой:

$$F_j = \frac{B_j}{\sum_{i=1}^{j_{\text{lim}}} B_i}, j = 1 \dots j_{\text{lim}}. \quad (18)$$

Формула для оценки восстановленного сигнала \mathbf{DI}^* в этом случае имеет вид:

$$DI_j^* = \begin{cases} 0, & t_j < 0 \vee t_j > t_{\text{max}} \\ \left[\sum_{i=0}^j D_i \cdot \begin{cases} F_{j-i}, & j-i \leq j_{\text{lim}} \\ 0, & j-i > j_{\text{lim}} \end{cases} \right]. \end{cases} \quad (19)$$

Алгоритм, базирующийся на преобразовании (19), отличается высокой точностью и производительностью. При малых значениях Δt остаточное отклонение восстановленного сигнала от исходного сигнала мало, что следует из положений, использованных при построении алгоритма.

Представленный выше алгоритм базируется на информации о параметрах сцинтиллятора τ_f, τ_s, a_f, a_s . Имеющиеся в научной литературе данные по этим параметрам могут сильно отличаться друг от друга. Отсюда вытекает необходимость оценки τ_f, τ_s, a_f, a_s непосредственно в ходе физического эксперимента либо в процессе формирования цифровых радиографических изображений. Ниже обсудим возможные подходы к определению параметров сцинтиллятора τ_f, τ_s, a_f, a_s .

3. АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ БЫСТРОЙ И МЕДЛЕННОЙ СОСТАВЛЯЮЩИХ ВЫСВЕЧИВАНИЯ В СЦИНТИЛЛЯЦИОННОМ ДЕТЕКТОРЕ

3.1. Предпосылки разработки алгоритма

Существует физический фактор, позволяющий разработать высокоточный и высокопроизводительный алгоритм оценки временных и амплитудных параметров сцинтилляторов непосредственно в результате физического эксперимента. Упомянутый фактор связан с тем, что временные параметры быстрой τ_f и медленной τ_s составляющих процесса высвечивания в сцинтилляционном детекторе, как правило, существенно отличаются друг от друга [22, 23], т.е. $\tau_f \ll \tau_s$.

Для оценки искомых параметров сцинтиллятора необходимо использовать специальным образом организованные сигналы, например, ультракороткий или прямоугольный сигналы с высокой амплитудой на нулевом фоне [4]. Для ультракороткого импульса его длительность t_{imp} должна быть существенно меньше τ_p , а время измерения Δt — много меньше t_{imp} . Ультракороткий импульс достаточно сложно физически реализуем. Прямоугольный высокоамплитудный импульс может быть реализован с помощью сканирования металлической пластины с прорезанной щелью, причем толщина пластины должна превышать проникающую способность для исследуемой максимальной энергии рентгеновского излучения. При этом можно использовать достаточно широкую щель. Предполагается, что информативной частью окажется убывающая часть цифрового сигнала.

3.2. Аналитическое обоснование алгоритма

Пусть идеальный сигнал $I(t)$ представляет собой прямоугольный высокоамплитудный импульс, описываемый выражением:

$$I(t) = I_0 \begin{cases} 1, & t_0 \leq t \leq t_0 + t_{imp} \\ 0, & (t < t_0) \vee (t_0 + t_{imp} < t < t_{max}) \end{cases}, \quad (20)$$

где t_0 , t_{imp} — момент прихода и длительность импульса; t_{max} — длительность сигнала.

После подстановки (20) в (5) и отсчета времени от t_0 получим:

$$J(t) = C_E I_0 \cdot \begin{cases} \int_0^t (a_f \exp(-(t-p)/\tau_f) + a_s \exp(-(t-p)/\tau_s)) dp, & 0 < t \leq t_{imp} \\ \int_0^{t_{imp}} (a_f \exp(-(t-p)/\tau_f) + a_s \exp(-(t-p)/\tau_s)) dp, & t_{imp} < t < t_{max} - t_0 \end{cases}. \quad (21)$$

Введем переменную $x = t - t_{imp}$ и перепишем вторую часть сигнала $J_a(t)$, т.е. сигнал для $t > t_{imp}$, в следующем виде:

$$W(x) = \frac{J_a(x)}{J_a(x=0)} = \frac{C_E I_0 (k_f \cdot \exp(-x/\tau_f) + k_s \exp(-x/\tau_s))}{J_a(x=0)}, \quad (22)$$

где k_f , k_s — коэффициенты для быстрой и медленной составляющих высвечивания, не зависящие от времени t . Формулы для вычисления k_f и k_s имеют вид:

$$k_f = a_f \int_0^{t_{imp}} \exp(-x/\tau_f) dp, \quad k_s = a_s \int_0^{t_{imp}} \exp(-x/\tau_s) dp. \quad (23)$$

Заметим, что в соответствии с организацией тестового прямоугольного сигнала в ближней области к импульсу заметно влияние быстрой составляющей, а в дальней — только медленной.

За основу для разработки алгоритма оценки временных и амплитудных параметров сцинтиллятора выберем выражение (22) с коэффициентами (23).

3.3. Этапы алгоритма оценки параметров сцинтиллятора

На вход алгоритма поступает цифровой сигнал \mathbf{D} . Известны следующие параметры схемы контроля: время интегрирования Δt ; скорость сканирования V ; ширина щели, формирующей тестовый цифровой сигнал L ; уровень цифрового сигнала при измерениях без объекта контроля D_0 . Ожидаемая длительность импульса t_{imp} оценивается исходя из ширины щели L и скорости сканирования V : $t_{imp} = L/V$. Альтернативой формированию цифрового сигнала щелью может быть его формирование при оптимальном устойчивом режиме работы рентгеновского аппарата и выключением его (рентгеновского аппарата) через строго заданный промежуток времени t_{imp} [4]. В обоих вариантах формирования тестовых прямоугольных сигналов ожидаемое или заданное значения t_{imp} и D_0 корректируются экспериментально.

Обсудим этапы алгоритма.

1. Находим участок изменения координаты j от j_1 до j_2 , на котором значения сигнала \mathbf{D} близки к константе (максимуму) и начиная $j = j_2 + 1$ элементы сигнала убывают. Формула для нахождения откорректированного значения сигнала D_0 имеет вид:

$$D_0 = \frac{\sum_{j=j_1}^{j_2} D_j}{j_2 - j_1}. \quad (24)$$

Значение $j = j_2$ соответствует $t_{j_2} = t_{imp}$.

2. Определяем значение $j, j = j_3$ по экспериментальному представлению формулы (11):

$$D_{j_3} = \min\{j, j_2 < j \leq j_{\max} | D_j = \varepsilon\}. \quad (25)$$

3. Формируем экспериментальную дискретизацию функции затухания $W_0, W_1, \dots, W_{i_{\lim}}$ с помощью выражения:

$$W_i = \frac{D_{i+j_2}}{D_0}, i = 0, \dots, i_{\lim}, i_{\lim} = j_3 - j_2. \quad (26)$$

4. Значения элементов вектора \mathbf{W} прологарифмируем:

$$LW_i = \ln W_i, i = 0, \dots, i_{\lim}. \quad (27)$$

5. Находим координату i_L , $0 < i < i_{\lim}$, для которой линия, соединяющая точки $(i_L, \ln D_{i_L})$ и $(i_{\lim}, \ln D_{i_{\lim}})$, близка к прямой. Координата i_L находится движением от точки i_{\lim} в сторону уменьшения с подсчетом текущих параметров линии методом наименьших квадратов. Если сигнал в точке i_3 достаточно близок к нулю, то координата i уменьшается до некоторого значения $i = i_3^*$, начиная с которого цифровой сигнал начинает возрастать при уменьшении i . После уменьшения значения координаты i на несколько точек вычисляются текущие параметры линии и величина невязки Δ , отнесенная к общему числу точек n , вовлеченных в процедуру обработки. Процедура вычислений прерывается в точке $i = i_2^*$, если отношение Δ/n , начиная с этой точки, начинает резко и монотонно возрастать.

6. В соответствии с подходом, отмеченным выше, на интервале j_2^*, j_3^* находятся параметры медленной составляющей — a_s и τ_s .

Для этого реализуем несколько шагов.

Введем функцию:

$$Flin(x, a, b) = -ax + b. \quad (28)$$

Зададим минимизируемую функцию:

$$Fs(a, b) = \sum_{i=i_2^*}^{i_3^*} \left(Flin((i - i_2^*)\Delta t, a, b) - LW_i \right)^2. \quad (29)$$

Введем начальные значения a и b , а затем найдем минимальное значение функции $Fs(a, b)$ по параметрам a и b . Функция $Fs(a, b)$ достигает минимум для значений параметров $a = a_s, b = b_s$, если выполняется равенство:

$$\min_{a,b} F_s(a,b) = F_s(as,bs). \quad (30)$$

Искомые параметры τ_s, a_s находятся по формулам:

$$\tau_s = \frac{1}{as}, \quad a_s = \frac{\exp(bs)}{\int_0^{t_{imp}} \exp(-x/\tau_s) dx}. \quad (31)$$

7. Оценивается вклад быстрой составляющей в цифровой сигнал:

$$Df_i = D_i - a_s \times \exp\left(-\frac{(i-i_2)\Delta t}{\tau_s}\right), i = i_2, \dots, i_2^*. \quad (32)$$

8. По аналогии с пунктом 3 формируем экспериментальную дискретизацию функции затухания для быстрой составляющей $Wf_0, Wf_1, \dots, Wf_{i_2^*}$ с помощью выражения:

$$Wf_i = Df_i / Df_0, i = 0, \dots, i_2^*. \quad (33)$$

9. Значения элементов вектора \mathbf{Wf} прологарифмируем:

$$LWf_i = \ln Wf_i, i = 0, \dots, i_2^*. \quad (34)$$

10. Для нахождения соответствующего участка $i_2, \dots, i_2^{**}, i_2^{**} < i_2^*$ и для оценки параметров a_f и τ_f воспользуемся подходом, описанным в пунктах 3—5, с той лишь разницей, что координата i не уменьшается, а увеличивается, и анализируется сигнал \mathbf{Df} .

11. На интервале j_2, j_2^{**} находятся параметры медленной составляющей — a_s и τ_s .

Для этого воспользуемся введенной ранее функцией (28).

Аналогично (29) зададим минимизируемую функцию:

$$Ff(a,b) = \sum_{i=0}^{i_2^{**}} \left(Flin\left((i-i_2^*)\Delta t, a, b\right) - LWf_i \right)^2. \quad (35)$$

Введем начальные значения a и b , а затем найдем минимальное значение функции $Ff(a,b)$ по параметрам a и b . Функция $Ff(a,b)$ минимальна для значений параметров $a = af, b = bf$, если выполняется равенство:

$$\min_{a,b} Ff(a,b) = Ff(af,bf). \quad (36)$$

Параметры быстрой составляющей высвечивания τ_f, a_f находятся по формуле, аналогичной (31):

$$\tau_f = \frac{1}{af}, \quad a_f = \exp(bf) / \int_0^{t_{imp}} \exp(-x/\tau_f) dx. \quad (37)$$

Предложенный алгоритм реализован в системе для математических вычислений MathCad.

Отметим, что поиск линейных участков может быть осуществлен и на основе визуального анализа соответствующих участков графиков.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Для апробации предложенных выше алгоритмов восстановления сигнала после сцинтилляционного детектора и оценки амплитудных и временных параметров быстрой и медленной составляющих затухания сигнала в сцинтилляционном детекторе был проведен ряд вычислительных экспериментов. В качестве сцинтиллятора был выбран GSO. Для данного материала в [23] приведены следующие значения временных параметров: $\tau_f = 65,2$ нс; $\tau_s = 605,8$ нс и соответствующий вклад в интегральную интенсивность $I_f = 86\%$, $I_s = 14\%$. В соответствии с (5), значения амплитудных параметров a_f и a_s равны $6,104 \times 10^6$ и $9,937 \times 10^5$ соответственно.

Сигнал со сцинтилляционного детектора оцифровывался АЦП с разрядностью $k_{\text{ADC}} = 16$. Время регистрации $\Delta t = 25$ нс. Коэффициент защиты цифрового сигнала от превышения максимального значения $C_{\text{ADC}} = 0,8$. Для этих данных $D_0 = 52428$.

В табл. 1 приведены результаты расчетов по формуле (11) отношения $t_{\text{lim}}/\Delta t$ в целых числах для приведенных выше условий и диапазона изменения ε от 1 до 10. Отмеченное отношение является количеством элементов j_{lim} фильтра **F** в обратной свертке (19) для $D_0 = 52428$. Для обоснования необходимости использования фильтра с высоким количеством элементов в обратной свертке в табл. 1 также указаны отношения t_{lim}/τ_s .

Таблица 1

Результаты расчетов отношения $t_{\text{lim}}/\Delta t$ (11) для $D_0 = 52428$

ε	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_{\text{lim}}/\Delta t$	269	246	240	233	223	218	215	210	208	205
t_{lim}/τ_s	8,87	8,12	7,93	7,69	7,37	7,2	7,1	6,93	6,88	6,78

Приведенные в табл. 1 данные свидетельствуют о необходимости учета медленной компоненты процесса высвечивания энергии фотонов, поглощенных в сцинтилляционном детекторе.

4.1. Результаты восстановления сигнала после сцинтилляционного детектора

Выбор исходного сигнала для тестирования алгоритма восстановления сигнала после сцинтиллятора зависит от задач, стоящих перед системами ЦР и РКТ. В качестве обязательных требований к такого рода сигналам можно придерживаться требования перекрытия возможного диапазона изменения сигнала и необходимости обнаружения локальных сигналов малого контраста [16, 17, 24].

В качестве объектов для симулирования искажений, вносимых сцинтиллятором в исходный сигнал, были выбраны ступенчатые и клиновидные объекты с локальным включениями в форме кубовидных пор. При моделировании исходных объектов придерживались подхода, изложенного в работах [16, 17].

Отметим, что информативному сигналу предшествовало полное экранирование и часть сигнала, необходимая для калибровки по белому.

На рис. 1 приведены идеальные сигналы, их искажения сцинтилляционным детектором и результаты реконструкции для клиновидных и ступенчатых сигналов. Тестовые объекты содержали также кубические поры размером около 5 % от толщины объекта в месте локализации.

Из сравнения идеальных сигналов на рис. 1а с сигналами, искаженными сцинтилляционным детектором на рис. 1б, можно сделать вывод о значимом искажении сигналов детектором, особенно для участков с резким перепадом сигналов. Наличие малоконтрастных локальных неоднородностей по искаженным сигналам подтверждается, но сделать корректное заключение о форме этих неоднородностей затруднительно. Восстановленные сигналы близки к исходным, незначительные остаточные искажения при реконструкции наблюдаются в местах с резким и значительным изменением амплитуды сигналов.

4.2. Результаты оценки параметров быстрой и медленной составляющих высвечивания сцинтиллятора

В алгоритме оценки параметров быстрой и медленной составляющих высвечивания сцинтилляционного детектора отмечена необходимость исследования затухающей части высокоамплитудных прямоугольных сигналов. Анализ данных, приведенных на рис. 1, подтверждает существование выраженной ниспадающей части сигнала.

На рис. 2 приведено изображение прямоугольного сигнала, искаженного сцинтилляционным детектором. При симуляции использовались параметры из предыдущего пункта, исключение $\Delta t = 10$ нс. Сигнал зашумлен мультипликативным шумом (распределение Гаусса, $\sigma = 0,01$).

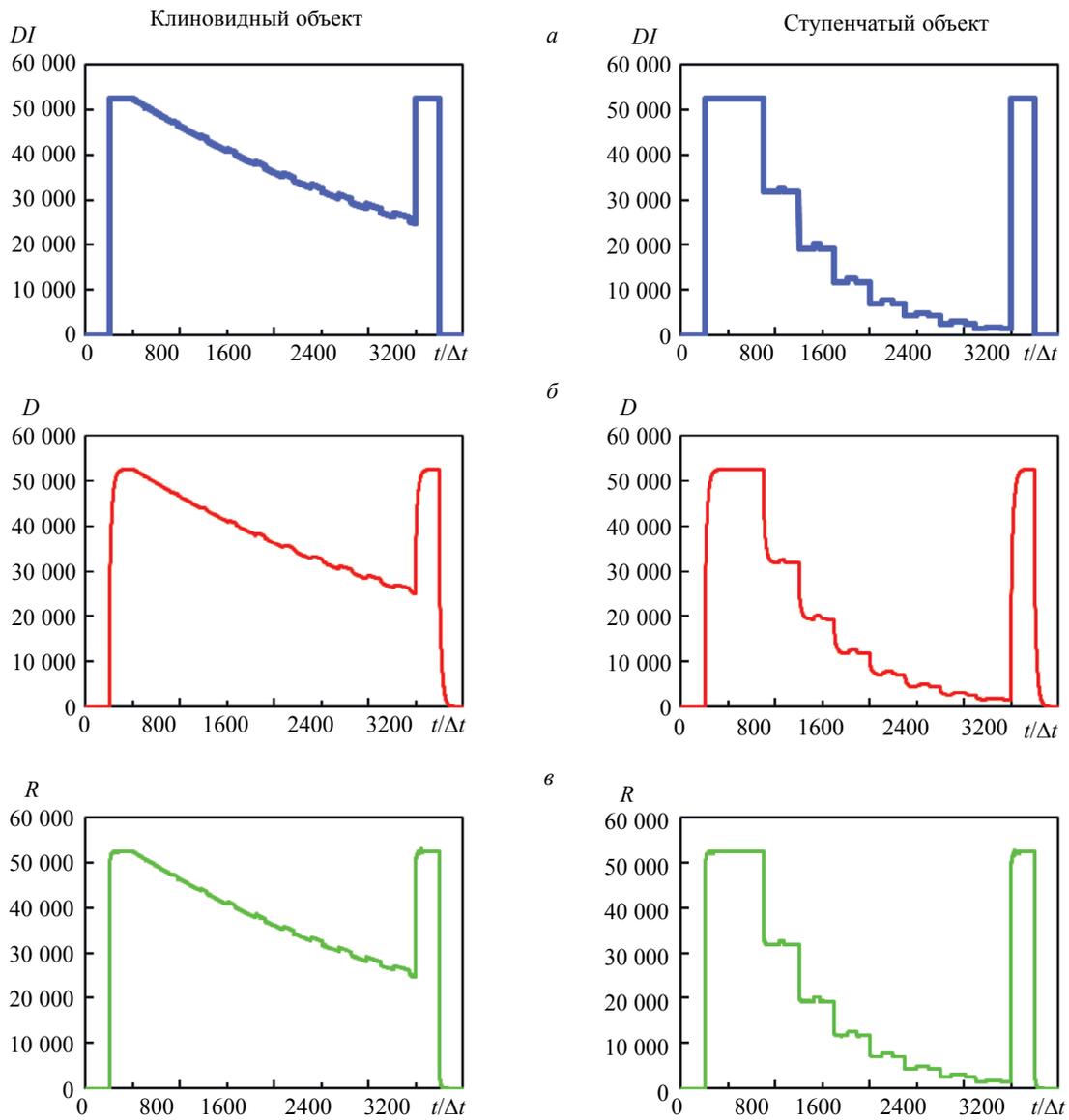


Рис. 1. Сравнение сигналов для клиновидного и ступенчатого объектов:
a — идеальные сигналы; *б* — сигналы, искаженные сцинтилляционным детектором; *в* — восстановленные сигналы.

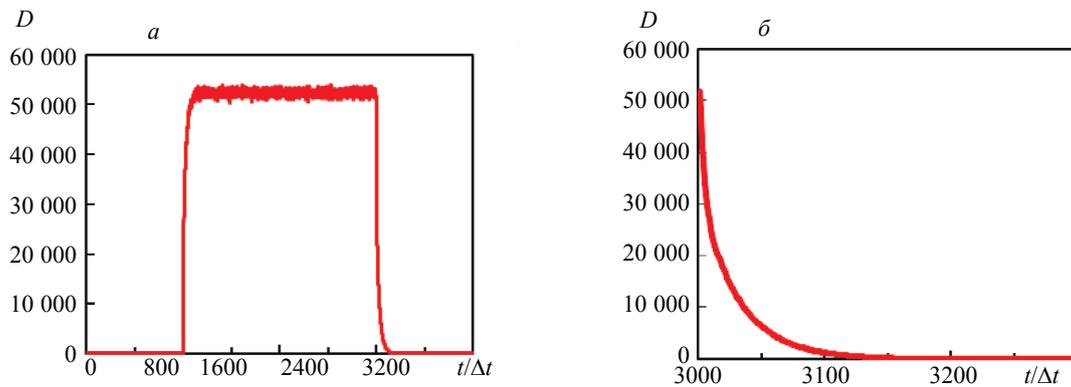


Рис. 2. Изображение прямоугольного сигнала, искаженного сцинтилляционным детектором, (*a*) и трансформация идеального сигнала (*б*).

С целью иллюстрации возможности применения исследуемого алгоритма на рис. 2 продемонстрирована затухающая часть сигнала.

Из визуального анализа ниспадающей части искаженного сцинтиллятором сигнала можно сделать вывод о возможности использования этой информации для оценки параметров быстрой и медленной составляющих высвечивания.

Для проверки качества алгоритма оценки временных параметров был проведена серия вычислительных экспериментов по моделированию процесса трансформации идеального сигнала сцинтилляционным детектором с последующей оценкой временных параметров для быстрой τ_f и медленной τ_s составляющих процесса высвечивания сцинтилляций. При этом варьировались уровни шумов сигналов $D(t)$.

В табл. 2 приведена зависимость оценок параметров τ_f и τ_s от уровней относительных шумов δ .

Таблица 2

Оценки параметров τ_f и τ_s от уровней относительных шумов δ

Параметры	Исходные	$\delta, \%$						
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	2
a_f	$6,104 \times 10^6$	$6,104 \times 10^6$	$6,094 \times 10^6$	$6,104 \times 10^6$	$6,105 \times 10^6$	$6,098 \times 10^6$	$6,078 \times 10^6$	$6,134 \times 10^6$
τ_f , нс	65,2	65,2	64,8	64,6	64,8	64,8	64,8	64,7
a_s	$9,937 \times 10^5$	$9,937 \times 10^5$	$9,957 \times 10^5$	$9,972 \times 10^5$	$9,958 \times 10^5$	$9,951 \times 10^5$	$9,947 \times 10^5$	$9,990 \times 10^5$
τ_s , нс	605,8	605,8	605,4	605,3	605,4	605,4	605,4	605,3

Из анализа данных, представленных в табл. 1, можно сделать вывод о достаточно высокой устойчивости предлагаемого алгоритма оценки параметров τ_f и τ_s к шумам. Оценки погрешности исследуемых параметров близки к экспериментальным погрешностям измерения τ_f и τ_s , указанным в [23]. Вероятнее всего высокий уровень оценки погрешности τ_f по сравнению с погрешностью τ_s обусловлен для рассматриваемого примера ограниченностью интервала времени, по которому и оценивался параметр быстрой составляющей. Очевидно, что с увеличением времени измерения точность оценки параметров быстрой составляющей высвечивания и чувствительность к шумам будет резко возрастать.

5. ОБСУЖДЕНИЕ И РЕКОМЕНДАЦИИ

5.1. Общие замечания

Для нахождения параметров B_f и τ_f может быть использована начальная часть цифрового сигнала, соответствующая анализируемому импульсу. В этом случае медленная составляющая должна быть откорректирована.

Отметим, что методы многопараметрической минимизации (четыре параметра) недостаточно эффективны применительно к рассматриваемой задаче по сравнению с предлагаемым алгоритмом, который отличается простой, ясностью и легкостью программной реализации.

Разумеется, что качество алгоритмов, предложенных в разделах 2 и 3, определяется помимо параметров сцинтиллятора также формой и длительностью сигналов, амплитудами и уровнями шумов цифровых сигналов, вдобавок временем измерения (интегрирования) Δt .

Заметим, что коррекция послесвечения применительно к системам ЦР и РКТ должна быть осуществлена практически в любых случаях, за исключением использования сверхбыстрых сцинтилляторов и контроля объектов без резких перепадов по толщине в длинах свободного пробега.

Предложенные выше алгоритмы реализованы в системе для математических вычислений MathCad. Данный выбор обусловлен максимальной близостью языков математики и MathCad [16, 17]. Программы, написанные в системе MathCad, отличаются понятностью, адаптивностью и простотой отладки.

Разработанные алгоритмы и программы их реализующие естественным образом объединяются с существующими математическими и имитационными моделями систем цифровой радиографии [16, 17] и рентгеновской компьютерной томографии [25].

Существует ряд вопросов, связанных с рассматриваемыми задачами, для решения которых можно применить разработанные алгоритмы. Остановимся подробнее на одном из них.

5.2. Устойчивость алгоритма оценки параметров высвечивания

Выше изложен алгоритм оценки амплитудных и временных параметров быстрой и медленной составляющих высвечивания a_p, a_s, τ_p, τ_s . Одной из главных характеристик любой задачи измерений параметров является оценка устойчивости соответствующего алгоритма обработки информации.

Определим понятие устойчивости алгоритма применительно к рассматриваемой задаче. Пусть имеется вектор оцениваемых параметров $\mathbf{P} = (a_f, \tau_f, a_s, \tau_s)$. В процессе измерений формируется информационный сигнал \mathbf{D} , который также является вектором, но с существенно большей размерностью. Между векторами \mathbf{P} и \mathbf{D} существует связь, описываемая некоторым оператором \mathbf{F} :

$$\mathbf{D} = \mathbf{F}(\mathbf{P}). \quad (30)$$

Алгоритм оценки амплитудных и временных параметров высвечивания реализует оператор $\bar{\mathbf{F}}^{-1}$, который близок к обратному оператору \mathbf{F}^{-1} . В результате реализации алгоритма применительно к экспериментальным данным получим преобразование:

$$\mathbf{P}^* = \bar{\mathbf{F}}^{-1}(\mathbf{D}) = \bar{\mathbf{F}}^{-1}(\mathbf{F}(\mathbf{P})). \quad (31)$$

В формуле (31) вектор \mathbf{P}^* — это вектор оценок исследуемых параметров высвечивания $(a_a^*, \tau_f^*, a_s^*, \tau_s^*)$.

Понятие устойчивости алгоритма связывают с его реакцией на малые возмущения исходных данных [21]. Применительно к рассматриваемой задаче можно принять, что алгоритм определения параметра p называется устойчивым, если малое приращение значения исходного параметра Δp приводит к малому приращению оценки исследуемого параметра Δp^* и выполняется условие:

$$\Delta p^* / \Delta p \approx 1. \quad (32)$$

На практике предпочтительным является проведение исследований при вариации параметров в относительных величинах, поэтому (32) трансформируется в ограничение:

$$\delta p^* / \delta p \approx 1. \quad (33)$$

Проведение исследование устойчивости алгоритма для всей совокупности сцинтилляторов в рамках одной статьи не представляется возможным и в этом нет особой необходимости. Проанализируем устойчивость для приведенного в пункте 4.2 примера.

Результаты моделирования показали близость рассматриваемого отношения для всех информативных параметров к единице при изменении параметров до 10 и более процентов. Это связано с тем, что для уровней шумов в исходных сигналах близких к нулю автоподстройка алгоритма устремляет систематическую погрешность оценки исследуемых параметров к нулю. Расхождение же связано исключительно с цифровым эквивалентом единицы и смещением реального и ожидаемого времени положения максимума для прямоугольного сигнала.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена математическая модель искажения исходного радиометрического сигнала сцинтилляционным детектором для случая регистрации непрерывного рентгеновского излучения. Модель учитывает распределение интенсивности излучения по аналоговому сигналу, время регистрации излучения, временные и амплитудные параметры быстрой и медленной составляющих процесса высвечивания в сцинтилляционном детекторе. Разработан способ восстановления сигнала после сцинтиллятора, основанный на предварительной информации о параметрах сцинтилляционного детектора. Предложен алгоритм оценки амплитудных и временных параметров быстрой и медленной составляющих процесса высвечивания в сцинтилляционном детекто-

ре. Проведена серия вычислительных экспериментов и на основе анализа ее результатов продемонстрирована эффективность разработанных алгоритмов. Разработанные алгоритмы восстановления сигналов, искаженных сцинтилляционным детектором, и оценки параметров быстрой и медленной составляющих процесса высвечивания могут быть усовершенствованы в части детального описания начального этапа высвечивания и представления затухания суммой из трех и более экспоненциальных функций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kumar V., Luo Z. A review on x-ray excited emission decay dynamics in inorganic scintillator materials // *Photonics*. 2021. V. 8. No. 3. No. article 71. <https://doi.org/10.3390/Photonics8030071>
2. Lu L., Sun M., Wu T., Lu Q., Chen B., Huang B. All-inorganic perovskite nanocrystals: new generation scintillators for high-resolution X-ray imaging // *Nanoscale Advances*. 2022. V. 4. P. 680—696. <https://doi.org/10.1039/D1NA00815C>
3. Yasar F., Kilin M., Dehdashti S., Yu Z., Ma Z., Wang Z. Spatially resolved x-ray detection with photonic crystal scintillators // *Journal of Applied Physics*. 2021. V. 130. No. 4. No. article 043101. <https://doi.org/10.1063/5.0050380>
4. Nagarkar V.V., Vasile S., Gothoskar P., Gordon J.S., Gupta T.K. CCD based high resolution non-destructive testing system for industrial applications // *Applied Radiation and Isotopes*. 1997. V. 48. No. 10—12. P. 1459—1465. [https://doi.org/10.1016/S0969-8043\(97\)00141-3](https://doi.org/10.1016/S0969-8043(97)00141-3)
5. Panetta D. Advances in X-ray detectors for clinical and preclinical Computed Tomography // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2016. V. 809. P. 2—12. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2015.10.034>
6. Eilbert R.F. X-ray technologies // *Aspects of explosives detection*. Amsterdam: Elsevier, 2009. P. 89—130. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-374533-0.00006-4>
7. Foster C., Wu Y., Stand L., Koschan M., Melcher C.L. Effect of lithium codopant concentration on the luminescence properties of (Lu_{0.75}Y_{0.25})₃Al₅O₁₂: Pr³⁺ single crystals: Before and after air annealing // *Journal of Luminescence*. 2019. V. 216. No. article 116751. <https://doi.org/10.1016/j.jlumin.2019.116751>
8. Marshall M.S., Kenesei P., Marton Z., Sosa C., Brecher C., Wart M., Miller S., Singh B., Miceli A., Nagarkar V.V. Advances in high-resolution ultrafast Lu₃: Ce scintillators for fast timing applications // *IEEE Transactions on Nuclear Science*. 2020. V. 67. No. 6. P. 969—973. <https://doi.org/10.1109/TNS.2020.2985213>
9. Postupaev V.V. High dynamic range measurement of CdWO₄ afterglow // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2019. V. 923. P. 147—156. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2019.01.090>
10. Van der Sar S.J., Brunner S.E., Schaart D.R. Silicon photomultiplier-based scintillation detectors for photon-counting CT: A feasibility study // *Medical Physics*. 2021. V. 48. No. 10. P. 6324—6338. <https://doi.org/10.1002/mp.14886>
11. Wang X., Dai Y., Zhang Z., Su L., Kou H., Wang Y., Wu A. Optical and scintillation properties of Ce: Y₃Al₅O₁₂ single crystal fibers grown by laser heated pedestal growth method // *Journal of Rare Earths*. 2021. V. 39. No. 12. P. 1533—1539. <https://doi.org/10.1016/j.jre.2021.06.008>
12. Chen S., Jiang B., Wang Y., Zhu Q., Yang Q., Ma W., Zang G., Zhang L. Fabrication of Ce-doped (Gd,Y) Al₂O₃/Y₃Al₅O₁₂ composite-phase scintillation ceramic // *Journal of Rare Earths*. 2019. V. 37. No. 9. P. 978—983. <https://doi.org/10.1016/j.jre.2019.01.001>
13. Nagorny S. Novel Cs₂HfC₁₆ Crystal scintillator: recent progress and perspectives // *Physics*. 2021. V. 3. No. 2. P. 320—351. <https://doi.org/10.3390/physics3020023>
14. Wu T., Wang L., Shi Y., Xu T., Wang H., Fang J., Ni J., He H., Wang Ch., Wan B., Ding D., Zhou Zh. Liu Q., Li Q., Ju J., Huang X., Shichalin O., Papynov E.K. Fast (Ce, Gd)₃Ga₂Al₃O₁₂ scintillators grown by the optical floating zone method // *Crystal Growth & Design*. 2021. V. 22. No. 1. P. 180—190. <https://doi.org/10.1021/acs.cgd.1c00779>
15. Behling R. X-ray sources: 125 years of developments of this intriguing technology // *Physica Medica*. 2020. V. 79. P. 162—187. <https://doi.org/10.1016/j.ejmp.2020.07.021>
16. Osipov S.P., Yadrenkin I.G., Chakhlov S.V., Osipov O.S., Usachev E.Y. Simulation modeling in digital radiography with allowance for spatial outlines of test objects // *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2020. V. 56. No. 8. P. 647—660. <https://doi.org/10.1134/S1061830920080082> [Осипов С.П., Ядренкин И.Г., Чахлов С.В., Осипов О.С., Усачёв Е.Ю. Имитационное моделирование в цифровой радиографии с учетом пространственных форм объектов контроля // *Дефектоскопия*. 2020. No. 8. С. 35—48.]
17. Osipov S.P., Chakhlov S.V., Kairalapov D.U., Sirot'yan E.V. Numerical modeling of radiographic images as the basis for correctly designing digital radiography systems of large-sized objects // *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2019. V. 55. No. 2. P. 136—149. <https://doi.org/10.1134/S1061830919020050> [Осипов С.П., Чахлов С.В., Кайроланов Д.У., Сиrot'ян Е.В. Численное моделирование радиографических изображений — основа корректного проектирования систем цифровой радиографии крупногабаритных объектов // *Дефектоскопия*. 2019. No. 2. С. 43—55.]

18. *Jaabar S.M., Hussain A.H.* A Move recent review of the integral equations and their applications // *Journal of Physics: Conference Series*. — IOP Publishing, 2021. V. 1818. No. 1. No. article 012170. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1818/1/012170>
19. *Karchevsky A.L.* Solution of the convolution type Volterra integral equations of the first kind by the quadrature-sum method // *Journal of Applied and Industrial Mathematics*. 2020. V. 14. No. 3. P. 503—512. <https://doi.org/10.1134/S1990478920030096>
20. *Alvarez E., Lizama C.* Attractivity for functional Volterra integral equations of convolution type // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2016. V. 301. P. 230—240. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2016.01.048>
21. *Lubich C.* Convolution quadrature revisited // *BIT Numerical Mathematics*. 2004. V. 44. No. 3. P. 503—514. <https://doi.org/10.1023/B:BITN.0000046813.23911.2d>
22. *Usui Y., Nakauchi D., Kawano N., Okada G., Kawaguchi N., Yanagida T.* Scintillation and optical properties of Sn-doped Ga₂O₃ single crystals // *Journal of Physics and Chemistry of Solids*. 2018. V. 117. P. 36—41. <https://doi.org/10.1016/j.jpcs.2018.02.027>
23. *Nassalski A., Kapusta M., Batsch T., Wolski D., Mockel D., Enghardt W., Moszynski M.* Comparative study of scintillators for PET/CT detectors / *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*. 2005 // *IEEE*. 2005. V. 5. P. 2823—2829. <https://doi.org/10.1109/NSSMIC.2005.1596921>
24. American national standard for determination of the imaging performance of X-ray and gamma-ray systems for cargo and vehicle security screening. Standard ANSI N42.46, 2008.
25. *Osipov S.P., Yadrenkin I.G., Chakhlov S.V., Osipov O.S., Usachev E.Yu., Manushkin A.A.* Calculation model of X-ray computed tomography with density assessment function // *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2021. V. 57. No. 3. P. 222—237. <https://doi.org/10.1134/S1061830921030049>. [*Осинов С.П., Ядренкин И.Г., Чахлов С.В., Осипов О.С., Усачёв Е.Ю., Манушкин А.А.* Вычислительная модель рентгеновской компьютерной томографии с функцией оценки плотности // *Дефектоскопия*. 2021. № 3. С. 37—52.]