

АЛГОРИТМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ФОРМИРОВАНИЯ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ В РЕНТГЕНОВСКОЙ ТОМОГРАФИИ ПЕНОМАТЕРИАЛОВ

© 2021 г. С.П. Осипов^{1,*}, И.А. Прищепа², С.В. Чахлов^{1,**}, О.С. Осипов³, Е.Ю. Усачев⁴

¹Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия 634028 Томск, пр-т Ленина, 30

²Томский государственный архитектурно-строительный университет,
Россия 634003 Томск, пл. Соляная, 2

³Medialooks, Россия 236016 Калининград, ул. Александра Невского, 59

⁴МИРЭА — Российский технологический университет, Россия 119454 Москва, пр. Вернадского, 78
E-mail: *osip1809@rambler.ru; **ingaprishepa@mail.ru

Поступила в редакцию 23.12.2020; после доработки 16.01.2021

Принята к публикации 19.01.2021

Предложены алгоритмы моделирования пространственной структуры пеноматериалов для формирования проекций в рентгеновской компьютерной томографии и последующей реконструкции внутренней структуры образцов. Алгоритмы являются основой численных моделей анализируемых систем применительно к контролю пеноматериалов. Для демонстрации возможностей разработанных алгоритмов были получены синопаммы и результаты реконструкции внутренней структуры образцов из пеноматериалов с вариацией их параметров.

Ключевые слова: пеноматериалы, математическое моделирование, пористость, источники рентгеновского излучения, регистраторы рентгеновского излучения, плотность, эффективный атомный номер, рентгеновская компьютерная томография.

DOI: 10.31857/S0130308221030052

ВВЕДЕНИЕ

Традиционные и современные вспененные материалы (пеноматериалы) широко используются в различных отраслях науки, техники и строительства [1—6]. К традиционным пеноматериалам (ПМ) относят пенобетон, пенополистирол, пенополиуретан, вспененное стекло, а к современным — вспененные металлы и сплавы. Повышение качества ПМ может быть достигнуто совершенствованием технологий их изготовления. В свою очередь, совершенствование технологий производства ПМ невозможно без применения методов и средств оценки внутренней структуры объектов контроля (ОК) из пеноматериалов [7—9]. К наиболее эффективным способам неразрушающих испытаний ПМ относится рентгеновская компьютерная томография (КТ) [10—14], превратившаяся за последние десятилетия из метода визуализации внутренней структуры ОК в метод измерений различных параметров, например, линейных размеров, плотности, пористости и других. В работах [14, 15] отмечено, что неоднородность пористости материала по объему снижает его прочность. Экспериментальное доказательство возможности измерения с необходимой точностью распределений плотности (пористости) по объему ОК из пеноматериалов с учетом их специфики способом КТ невозможно без наличия дорогостоящего оборудования. На практике в качестве альтернативы экспериментальному подходу используется метод имитационного моделирования, основанный на различных математических моделях формирования ПМ [16—18] с последующим их применением для формирования набора проекций (синопамм) в рентгеновской КТ и дальнейшей реконструкции распределений плотности (пористости) по слоям или по всему объему ОК в целом. Ожидается, что предварительная информация о структуре ПМ позволит существенно упростить алгоритмы численного моделирования пористых структур.

Системы КТ для рассматриваемой задачи состоят из следующих элементов [19, 20]: источника рентгеновского излучения; регистратора рентгеновского излучения; устройства перемещения источника и регистратора излучения относительно ОК; алгоритмов и программ формирования синопамм; алгоритмов и программ оценки распределения плотности (пористости) по слоям ОК или объему ОК в целом; алгоритмов и программ оценки степени однородности ОК по плотности (пористости) по локальным объемам ОК.

Корректный выбор элементов систем рентгеновской компьютерной томографии невозможен без учета ожидаемой внутренней структуры пеноматериалов. Из сказанного выше вытекает необходимость разработки алгоритмов численного моделирования структуры пеноматериалов с целью совершенствования соответствующих алгоритмов формирования и обработки информации.

1. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПЕНОМАТЕРИАЛОВ

Системы рентгеновской КТ в основном применяются на стадии совершенствования технологий производства пеноматериалов, поэтому в качестве ОК выступают образцы ПМ правильной формы, например, кубы или цилиндры.

1.1. Общее описание процесса образования пор в пеноматериале

Пусть образец ПМ представляет собой куб размером $A \times A \times A$ мм³. Пеноматериал состоит из матрицы и пор. Материал матрицы характеризуется плотностью ρ , г/см³, и эффективным атомным номером Z . Поры содержат воздух или газ. Отношение общего объема пор к объему всего образца называется пористостью η .

Рассмотрим упрощенную модель формирования пор в ПМ. Пусть пеноматериал производится из материалов матрицы и пенообразователя. Естественно предположить, что центры пор должны быть распределены равномерно по объему образца. Очевидно, что масса вещества (сгусток) пенообразователя m , г, приводящего к образованию единичной поры, является случайной величиной. В результате химического или физического воздействия из локального сгустка пенообразователя образуется некоторый объем газа V , пропорциональный массе m . Строго говоря, коэффициент пропорциональности k зависит от сопротивления материала матрицы образованию поры. Целью технологии производства материалов является, как правило, достижение однородности его физико-механических свойств по всему объему. Это относится и к материалам матрицы и, следовательно, к отмеченному выше коэффициенту пропорциональности k . Алгоритм имитационного моделирования структуры пеноматериалов базируется на положениях, описанных выше.

1.2. Алгоритм имитационного моделирования структуры пеноматериалов

Предлагаемый алгоритм состоит из нескольких этапов.

1.2.1. Задание исходных параметров

К исходным параметрам алгоритма относятся:
 размер образца в форме куба — A , мм;
 среднее значение и среднеквадратическое отклонение массы сгустка пенообразователя — M_m, σ_m , г;
 коэффициент пропорциональности в процессе преобразования вещества пенообразователя в газ — k , мм³/г;
 среднее значение пористости материала — η , %;
 плотность материала матрицы — ρ_m , г/см³.

1.2.2. Определение вспомогательных параметров

Вспомогательными параметрами алгоритма являются:

объем кубического образца — V_C , мм³;

объем пор в образце — V , мм³;

среднее значение и среднеквадратическое отклонение объема сферической поры — M_V, σ_V , мм³;

среднее значение и среднеквадратическое отклонение размера сферической поры — M_r, σ_r , мм;

число пор в образце — N .

Соответствующие формулы имеют вид:

$$V_C = A^3; V = \eta V_C; M_V = k M_m; \sigma_V = k \sigma_m; M_r = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} M_V}; \sigma_r = \frac{\sigma_V}{4\pi M_r^2}; N = \text{floor}\left(\frac{V}{M_V}\right), \quad (1)$$

здесь $\text{floor}(x)$ — целая часть числа x .

Далее в качестве необходимых преобразований будут использоваться наименования встроенных функций программы математических вычислений MathCad. Это облегчает процесс записи алгоритма на языке MathCad.

Отметим, что выбор системы MathCad для реализации разрабатываемых численных моделей обусловлен близостью языков математических моделей и MathCad [21].

Для удобства введем еще один вспомогательный параметр B , $B = A/2$.

1.2.3. Розыгрыш параметров совокупности пор

Совокупность пор характеризуется их центрами (x_i, y_i, z_i) и радиусами $r_i, i = 1 \dots N$. Из сказанного выше следует, что случайные величины $x_i, y_i, z_i, i = 1 \dots N$, являются независимыми и распределены равномерно по объему куба. Относительно случайных величин $r_i, i = 1 \dots N$, сделаем предположение об их независимости и принадлежности их к классу случайных величин с усеченным нормальным распределением с параметрами M_r и σ_r . Уточнение класса распределений этих случайных величин может быть осуществлено посредством анализа пористости образцов ПМ.

Введем декартову систему координат $XOYZ$, центр системы координат O расположен в центре куба, а координатные оси параллельны ребрам куба.

Формула для розыгрыша случайных векторов $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{ruinf}(N, -B, B) \\ \mathbf{ruinf}(N, -B, B) \\ \mathbf{ruinf}(N, -B, B) \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где $\mathbf{ruinf}(N, -B, B)$ — MathCad-функция розыгрыша вектора случайных величин, распределенных равномерно на интервале $[-B, B]$.

Выражения для симуляции вектора \mathbf{r} имеет вид:

$$\mathbf{r}^* = \mathbf{rnorm}(N, M_r, \sigma_r), r_i = \max(0, r_i^*), i = 1 \dots N, \tag{3}$$

здесь $\mathbf{rnorm}(N, M_r, \sigma_r)$ — MathCad-функция розыгрыша-вектора случайных величин, распределенных нормально с параметрами M_r, σ_r .

Отметим, что при формировании пористых структур близкорасположенные поры объединяются в одну. Особенно значим этот процесс для высоких уровней пористости. Поры с номерами i и j логично считать близкорасположенными, если расстояние между центрами этих пор Δ_{ij} меньше суммы их радиусов:

$$\Delta_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} < r_i + r_j. \tag{4}$$

Из анализа изображений пеноматериалов [8, 9, 22, 23] можно сделать вывод о значимости одного из сценариев объединения близкорасположенных пор. В этом сценарии объединенная пора состоит из частей исходных сферических пор. Подобного сценария будем придерживаться при разработке моделирования пористых структур.

В двумерной рентгеновской компьютерной томографии внутренняя структура пеноматериала анализируется по послойным изображениям, поэтому из смоделированной совокупности пор в исследуемом образце ПМ необходимо получить описание одного фиксированного слоя.

1.2.4. Описание пористой структуры плоского слоя кубического образца

Кубический образец при испытаниях методом КТ располагается на предметном столе одной из граней, поэтому плоскость слоя параллельна указанной грани и перпендикулярна оси OZ . На вход алгоритма описания пористой структуры плоского слоя кубического образца поступают векторы координат центров пор в кубическом образце $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ и \mathbf{r} и координата z_p слоя. На выходе алгоритма — векторы координат центров сечений пор (окружностей) в слое $\mathbf{x}_p, \mathbf{y}_p, \mathbf{z}_p$ и \mathbf{r}_p . Искомый алгоритм удобно представить в виде MathCAD-функции **plane**. Эта функция на языке, близком к языку MathCad, описывается следующим выражением:

$$\mathbf{plane}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}, \mathbf{R}, Z_p) = \begin{array}{l} ip \leftarrow 0 \\ Nv \leftarrow \text{rows}(\mathbf{X}) \\ \text{for } i \in 1 \dots Nv \\ \quad \text{if } |Z_{ii} - Z_p| < R_i \\ \quad \quad ip \leftarrow ip + 1 \\ \quad \quad \begin{pmatrix} X_{p_{ip}} \\ Y_{p_{ip}} \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \end{pmatrix} \\ \quad \quad Rp_{ip} \leftarrow \sqrt{R_i^2 - (Z_i - Z_p)^2} \\ \text{augment}(\mathbf{X}_p, \mathbf{Y}_p, \mathbf{R}_p) \end{array} . \tag{5}$$

Приведем некоторые пояснения к выражению (5), касающиеся операторов MathCad:

| — объединение нескольких элементов программы в структурный блок;

← — оператор присваивания в подпрограммах;

rows — количество строк в столбце;

for — оператор цикла;

if — оператор условия;

augment — объединение столбцов (матриц).

Вектора \mathbf{x}_p , \mathbf{y}_p , \mathbf{r}_p являются результатом выполнения функции **plane** с аргументами \mathbf{x} , \mathbf{y} , \mathbf{z} , \mathbf{r} и z_p :

$$\mathbf{vec} = \mathbf{plane}(x, y, z, r, z_p); \mathbf{x}_p = \mathbf{vec}^{(1)}; \mathbf{y}_p = \mathbf{vec}^{(2)}; \mathbf{r}_p = \mathbf{vec}^{(3)}, \quad (6)$$

здесь $\mathbf{vec}^{(j)}$ — столбец с номером j матрицы \mathbf{vec} . Количество кругов n_p в рассматриваемой плоскости совпадает с количеством строк в матрице \mathbf{vec} :

$$n_p = \text{rows}(\mathbf{vec}). \quad (7)$$

Вектора \mathbf{x}_p , \mathbf{y}_p и \mathbf{r}_p позволяют оценить распределение плотности ρ по сечению кубического образца ПМ.

1.2.5. Распределение плотности ρ по сечению кубического образца пеноматериала

Наиболее полным информативным параметром, характеризующим материал объекта исследований, является плотность. Распределение плотности ρ по сечению кубического образца пеноматериала полностью определяется векторами \mathbf{x}_p , \mathbf{y}_p и \mathbf{r}_p , алгоритм оценки которых приведен в предыдущем разделе.

Функция $\rho(x, y)$ имеет вид:

$$\rho(x, y) = \left\{ \begin{array}{l} res \leftarrow 0 \\ res \leftarrow \rho_m \text{ if } (|x| \leq B) \wedge (|y| \leq B) \\ \text{for } i \in 1 \dots n_p \\ res \leftarrow 0 \text{ if } (x - x_{pi})^2 + (y - y_{pi})^2 < r_{pi}^2 \\ res \end{array} \right. \quad (8)$$

Численные модели имеют дело с дискретными функциями, применительно к рассматриваемому случаю матрицами или изображениями. Так как в рентгеновской компьютерной томографии слой образца просвечивается под разными углами, то необходимо рассматривать круг с центром в точке O с радиусом C , равным или превышающим $\frac{\sqrt{2}}{2}B$, например, $C = 1,5B$. Дискретное распределение плотности ρ_d по сечению образца ПМ описывается выражением:

$$\rho_d = \left\{ \rho_{d\ ij} = \rho(x_i, y_j) \mid x_i = ih, y_j = jh, i = -\frac{M}{2} \dots \frac{M}{2}, j = -\frac{M}{2} \dots \frac{M}{2}, h = \frac{2C}{M} \right\}. \quad (9)$$

Матрица ρ_d может послужить основой вычислительного моделирования процесса формирования синопаммы (совокупности проекций в КТ), с последующей реконструкцией распределения оценки плотности материала $\tilde{\rho}_d$ по сечению образца ПМ. Для визуального сравнения исходного $\tilde{\rho}_d$ и реконструированного $\tilde{\rho}_d$ распределений плотности удобно иметь соответствующие изображения.

Отметим два важных разнонаправленных фактора процесса моделирования пористых структур в ПМ. Первый фактор связан с тем, что в системе MathCad существуют ограничения на объем памяти, используемой идентификаторами. Второй фактор определяется потребительскими ожиданиями к алгоритму моделирования — величина параметра a должна быть существенно меньше размера моделируемых сферических пор. Второй фактор может вступить в противоречие с первым. Впрочем, из этого противоречия существует технологический выход. Если ожидаемые размеры пор малы, то размеры образца ПМ выбираются в соответствии с размерами пор.

1.3. Визуализация исходного распределения плотности материала по сечению кубического образца пеноматериала

Для наглядности матрицу ρ_d можно трансформировать в позитивное полутоновое изображение \mathbf{I} :

$$\mathbf{I} = \left\{ I_{ij} = P_{\max} - \text{floor} \left((P_{\max} - P_{\min}) \frac{\rho_{d\ ij} - \rho_{\min}}{\rho_{\max} - \rho_{\min}} \right) \mid i = 1 \dots M + 1, j = 1 \dots M + 1 \right\}. \quad (10)$$

здесь $\rho_{\min} = \min(\rho_d)$, $\rho_{\max} = \max(\rho_d)$; P_{\min} , P_{\max} — минимальный и максимальный уровни яркости, удобные для восприятия, например, $P_{\min} = 20$, $P_{\max} = 230$.

Отметим, что в позитивном изображении большей яркости соответствует меньший уровень плотности.

В системе MathCad присутствуют команды записи WRITEBMP и считывания READBMP полутоновых изображений в формате *.bmp. Команды записи полутонового изображения \mathbf{I} в файл, например, foam.bmp и считывания файла foam.bmp в полутоновое изображение \mathbf{I} выглядят следующим образом:

$$\text{WRITEBMP}(\text{"foam.bmp"}) := \mathbf{I}, \mathbf{I} := \text{READBMP}(\text{"foam.bmp"}). \quad (11)$$

В формуле (11) символ “:=” является оператором присваивания в MathCad. При преобразовании (1)—(10) и последующих формул в элементы программы в MathCad знак равенства “=” заменяется на оператор присваивания.

2. ОСОБЕННОСТИ АЛГОРИТМА МОДЕЛИРОВАНИЯ СИНОГРАММ ПРИ ИСПЫТАНИЯХ ПЕНОМАТЕРИАЛОВ

Для формирования и обработки синограмм воспользуемся алгоритмами, изложенными в работах [24, 25]. Эти алгоритмы базируются на геометрии параллельного пучка излучения, но они тем не менее являются универсальными, так как в многочисленных статьях, например, [26—28] показано, что геометрии веерного и конического пучков при формировании проекций в рентгеновской КТ с математической точки зрения являются эквивалентными параллельному пучку. В [25] подчеркнута, что алгоритм обработки синограмм методом обратного проецирования с фильтрацией является единым для объектов контроля с однородными по эффективному атомному номеру материалами. Будем считать пеноматериалы однородными по эффективному атомному номеру. Особенности же алгоритма моделирования синограмм для образцов из пеноматериалов связаны с многочисленностью сферических пор в объекте и с их возможным слиянием при высоких уровнях пористости. Основная часть алгоритма и программы формирования синограмм описаны в [25], изменения касаются блока построения идеальной синограммы.

2.1. Ввод и первичная обработка исходного изображения сечения образца

На вход блока формирования идеальной синограммы поступает файл изображения сечения образца в формате *.bmp. Система MathCad предоставляет возможность работы с текстовыми файлами, поэтому обмениваться между разными программами можно только текстовой переменной с именем файла. Например, запись $file := \text{"foam.bmp"}$ содержит информацию об имени файла с изображением. В имени файла может содержаться служебная информация, например, номер слоя (сечения), дата и т.п. Ввод необходимого файла в матрицу \mathbf{I} осуществляется по команде $\mathbf{I} := \text{READBMP}(file)$.

Отметим, что файл с изображением сечения может быть получен в ходе вычислительного эксперимента по алгоритму, описанному выше, или экспериментально. Обязательным требованием является высокое пространственное разрешение вводимого изображения. Размер пикселя должен быть намного меньше среднего размера обособленных сферических пор.

2.1.1. Оценка распределения плотности

На первом этапе яркость естественным образом трансформируется в распределение плотности по сечению. В нашем случае исходное изображение можно с определенной долей условности

считать бинарным: пространство поры — одна яркость, а материал матрицы — другая яркость. Преобразование изображения **I** в распределение плотности по сечению образца описывается простейшим выражением:

$$\rho_{ij} := \begin{cases} res \leftarrow \rho_m & \text{if } I_{ij} \neq P_{\max} \\ res \leftarrow 0 & \text{if } I_{ij} = P_{\max} \\ res \end{cases} \quad (12)$$

При наличии шумов условия равенства/неравенства могут быть изменены на условия принадлежности/непринадлежности интервалу яркостей.

В процессе формирования проекций необходимо интегрировать плотность по соответствующим лучам, а лучи не всегда проходят через узлы сетки (x_i, y_j) , $i = 1 \dots M$, $j = 1 \dots M$. Поэтому для оценки плотности в любой точке с координатами (x, y) необходима функция двумерной интерполяции. Необходимость в высокой производительности алгоритма обуславливает выбор в пользу билинейной интерполяции. В работе [29] отмечено, что билинейная интерполяция наиболее часто используется для улучшения качества изображений при цифровом масштабировании или повороте. Именно эти два преобразования характерны для цифровой радиографии и рентгеновской компьютерной томографии.

Приведем реализацию алгоритма билинейной интерполяции в MathCad с учетом особенностей рассматриваемой задачи. Подпрограмма билинейной интерполяции $\rho_{\text{int}}(x, y)$ может быть записана в виде:

$$\rho_{\text{int}}(x, y) := \begin{cases} \begin{pmatrix} i1 \\ j1 \end{pmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} \text{floor}\left(\frac{x}{h}\right) \\ \text{floor}\left(\frac{y}{h}\right) \end{bmatrix} \\ res \leftarrow 0 \\ \text{if} \left(-\frac{M}{2} < i1 < \frac{M}{2} \right) \wedge \left(-\frac{M}{2} < j1 < \frac{M}{2} \right) \\ \begin{pmatrix} i2 \\ j2 \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} i1 + 1 \\ j1 + 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} F11 & F12 \\ F21 & F22 \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} I_{i1,j1} & I_{i1,j2} \\ I_{i2,j1} & I_{i2,j2} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \Delta X1 & \Delta Y1 \\ \Delta X2 & \Delta Y2 \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} x - X_{i1} & y - Y_{j1} \\ X_{i2} - x & Y_{j2} - y \end{pmatrix} \\ res \leftarrow \frac{(F11 \cdot \Delta X2 + F21 \cdot \Delta X1) \cdot \Delta Y2 + (F12 \cdot \Delta X2 + F22 \cdot \Delta X1) \cdot \Delta Y1}{h^2} \\ res \end{cases} \quad (13)$$

Ниже продемонстрируем применение билинейной интерполяции для увеличения и поворота изображений сечений образцов ПМ.

2.1.2. Цифровое масштабирование и поворот изображений сечений

Поясним необходимость цифрового масштабирования изображений сечений. Напомним, что размеры пор M_p существенно меньше размера оптической апертуры h , но этого недостаточно. Аналитическое вычисление толщины объекта в сечении вдоль луча не вызывает особых затруднений для крайне ограниченных форм сечений фрагментов, таких как круг или квадрат. Пористые структуры отличаются сложностью форм при объединении двух и более пор, значительным количеством

пересечений лучом пор. Вычислить интеграл плотности вдоль луча в такой ситуации затруднительно даже численно.

Для обеспечения высокой производительности оценки толщин объекта при поворотах в длинах свободного пробега без особой потери качества в работах [24, 25] предложено виртуально увеличить масштаб изображения сечения.

Параметр k характеризует степень увеличения масштаба изображения.

Увеличенное изображение ρ_H формируется в соответствии с следующей формулой:

$$\rho_H = \left\{ \rho_{H i_x j_y} = \rho_{\text{int}}(x_{i_x}, y_{j_y}) \mid x_{i_x} = i_x h_k, y_{j_y} = j_y h_k, i_x = -\frac{kM}{2} \dots \frac{kM}{2}, j_y = -\frac{kM}{2} \dots \frac{kM}{2} \right\}, \quad (14)$$

здесь $h_k = \frac{2C}{kM} = \frac{h}{k}$ — шаг новой сетки.

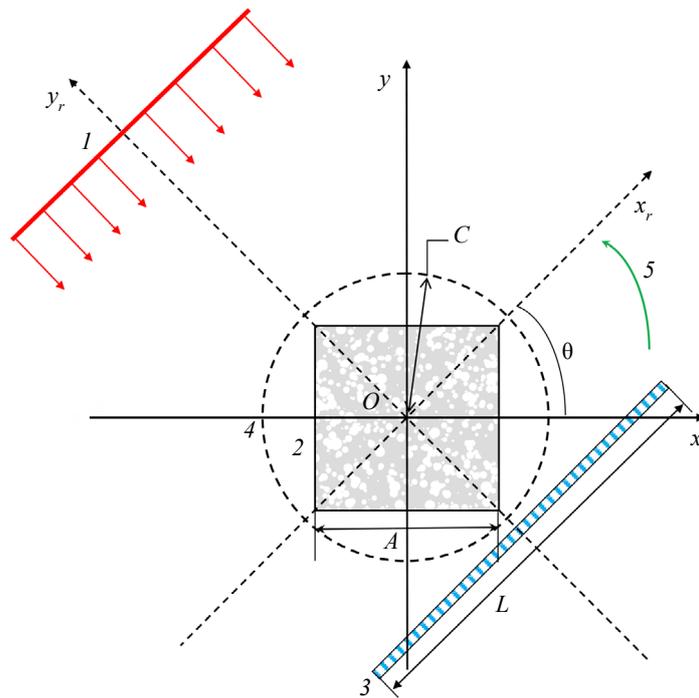


Рис. 1. Схема сканирования в компьютерной томографии в геометрии параллельного пучка: 1 — пучок рентгеновского излучения; 2 — образец пеноматериала; 3 — линейный детектор; 4 — окружность, описывающая сечение образца; 5 — направление вращения образца.

На рис. 1 приведена схема сканирования в КТ в геометрии параллельного пучка.

Значение плотности материала ОК в точке с координатами (x, y) с учетом поворота объекта вокруг точки O на угол θ оценивается с помощью MathCAD-функции rotation. Аргументами функции rotation являются координаты точки (x, y) а также параметры si и co : $si = \sin(\theta)$, $co = \cos(\theta)$. Параметры si и co вычисляются заранее, устранение многократного вычисления синусов и косинусов существенно повышает производительность процесса вычислений. Оценка плотности материала осуществляется по плотности материала в узловой точке, ближайшей к координатам точки (x, y) , переместившейся в результате поворота образца ПМ на угол θ . Результатом выполнения функции rotation является искомая оценка плотности материала. Текст функции rotation отличается исключительной простотой и выглядит следующим образом:

$$\text{rotation}(x, y, si, co) := \left(\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} x_r \\ y_r \end{array} \right) \leftarrow \left(\begin{array}{l} x \cdot co - y \cdot si \\ x \cdot si + y \cdot co \end{array} \right) \\ res \leftarrow 0 \text{ if } (|x_r| > C) \vee (|y_r| > C) \\ \left(\begin{array}{l} i_n \\ j_n \end{array} \right) \leftarrow \left(\begin{array}{l} \text{floor} \left(\frac{x_r}{h_k} + 0.5 \right) \\ \text{floor} \left(\frac{y_r}{h_k} + 0.5 \right) \end{array} \right) \\ res \leftarrow 0 \\ res \leftarrow \rho_{H i_n j_n} \text{ if } \left(-\frac{kM}{2} < i_n < \frac{kM}{2} \right) \wedge \left(-\frac{kM}{2} < j_n < \frac{kM}{2} \right) \\ res \end{array} \right). \quad (15)$$

Точность оценки плотности определяется величиной h_k .

2.2. Моделирование идеальной синограммы сечения образца пеноматериала

Идеальная синограмма \mathbf{S} представляет собой совокупность идеальных проекций $\mathbf{Pr}(\theta_k)$, $k=1 \dots m_\theta$, здесь m_θ — количество проекций. Количество проекций связано с шагом по углу $\Delta\theta$ соотношением $m_\theta = 2\pi/\Delta\theta$. Под идеальной проекцией \mathbf{Pr} для угла θ_k здесь понимается вектор значений массовых толщин вдоль лучей, соответствующим центрам детекторов линейки x_{L_i} , $i = 1 \dots n+1$, с поперечным размером апертуры b .

$$\mathbf{S} = \{ \mathbf{Pr}(\theta_k) \mid k = 1 \dots m_\theta \}, \mathbf{Pr}(\theta_k) = \{ p(x_{L_i}, \theta_k) \mid i = 1 \dots n+1 \}. \quad (16)$$

Для набора углов ($\theta_k, k = 1 \dots m_\theta$) вычисляются наборы значений синусов и косинусов $si_k = \sin(\theta_k)$, $co_k = \cos(\theta_k)$. Формула для вычисления элементов матрицы \mathbf{S} имеет вид:

$$S_{ik} := h_k \sum_{l=-\frac{kM}{2}}^{\frac{kM}{2}} \text{rotation}(x_{L_l}, y_l, si_k, co_k). \quad (17)$$

Совокупность формул (1)—(17) позволяет построить идеальную синограмму кубического образца пеноматериала, которая может быть использована в качестве исходной модели структуры объекта контроля для формирования и обработки информации в КТ [25].

3. ПРИМЕР ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ФОРМИРОВАНИЯ И ОБРАБОТКИ СИНОГРАММЫ ДЛЯ ОБРАЗЦА ПЕНОМАТЕРИАЛА

В качестве матрицы пеноматериала рассмотрим алюминий с плотностью $\rho_m = 2,7 \text{ г/см}^3$. Кубический образец ПМ характеризуют следующие параметры: длина ребра куба $A = 10 \text{ мм}$; пористость $\eta = 0,5$; среднее значение и среднеквадратическое отклонение массы сгустка пенообразователя $M_m = 0,1 \text{ мг}$, $\sigma_m = 0,03 \text{ мг}$; коэффициент пропорциональности в процессе преобразования вещества пенообразователя в газ $k = 30 \text{ мм}^3/\text{г}$.

Характеристики оптического изображения образца: размер изображения $15 \times 15 \text{ мм}^2$; размер пикселя 15 мкм ; коэффициент масштабирования 5 ; уровень «серого», соответствующий порам, 230 , уровень «серого», соответствующий материалу матрицы ПМ, 55 .

При моделировании структуры образца пеноматериала рассматривался центральный слой $z = 0$. В центральном слое оказалось 248 пор. Среднее значение радиуса поры в вычислительном эксперименте близко к $0,3 \text{ мм}$.

Параметры системы КТ: максимальная энергия в спектре $E_{\max} = 150 \text{ кэВ}$; материал сцинтилляционного детектора CdWO_4 ; толщина сцинтиллятора $0,3 \text{ мм}$; эффективный размер пикселя

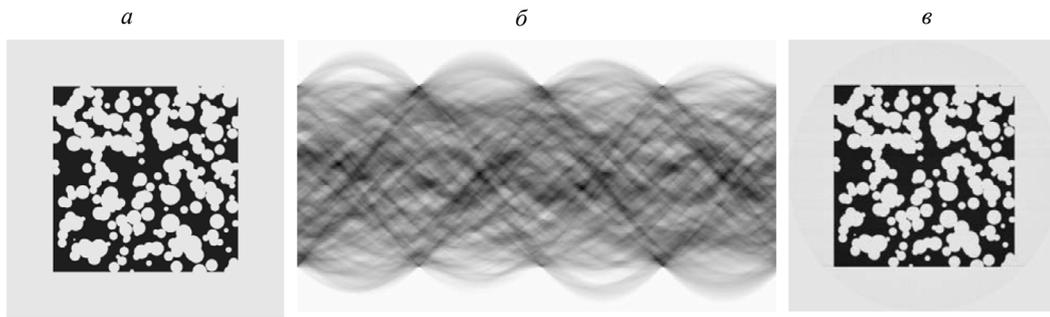


Рис. 2. Кубический образец пеноматериала из алюминия, средний размер пор 0,3 мм:
а — изображение центрального слоя образца; *б* — синограмма; *в* — реконструкция.

37,5 мкм; число детекторов в линейке 400. Метод реконструкции — обратная проекция с фильтрацией Шеппа—Логана [30].

На рис. 2*а* приведено полутоновое изображение полученного виртуального слоя образца ПМ. Данное изображение поступало на блок формирования синограмм алгоритма [25] с учетом описанной выше модификации информации о структуре испытуемого объекта. Для иллюстрации на рис. 2*б* показана модельная синограмма. Реконструкция сечения центрального слоя представлена на рис. 2*в*.

Сравнение изображений на рис. 2*а* и *б* подтверждает эффективность применения КТ для оценки структуры пеноматериалов.

Для выяснения значимого ухудшения качества оценки внутренней структуры с уменьшением размеров пор методом КТ размер пор был уменьшен в два раза, до 0,15 мм. Размеры пикселей изображения сечения и пикселя реконструированного изображения уменьшены в полтора раза. Количество проекций увеличено также в полтора раза. В исследуемом слое количество пор равно 1034. Увеличение числа пор и пикселей в изображениях привело к возрастанию времени расчетов в 9 раз. Эффективный размер пикселя в реконструированном изображении равен 25 мкм.

На рис. 3 приведены изображения центрального слоя, синограммы и реконструкции для рассмотренного примера. Так как размеры пор существенно меньше, чем в примере для рис. 2, то для возможности детального сравнения исходного и реконструированного изображений размеры их увеличены.

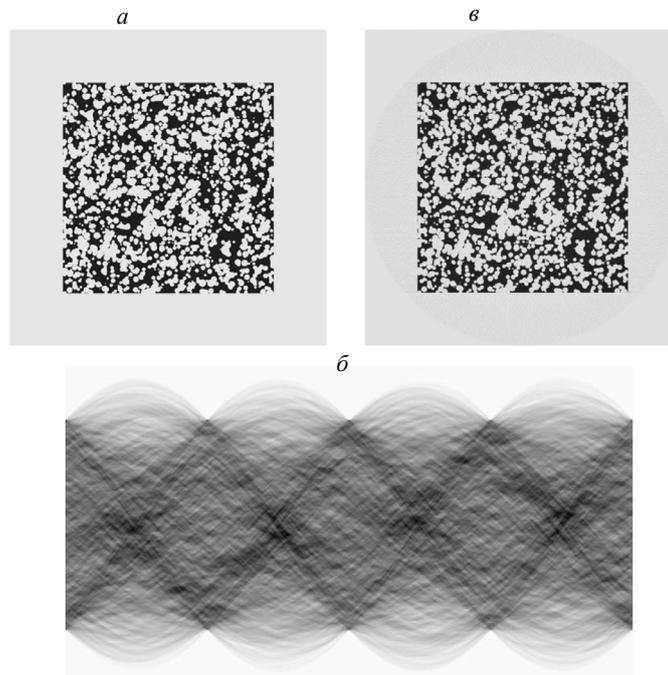


Рис. 3. Кубический образец пеноматериала из алюминия, средний размер пор 0,15 мм:
а — изображение центрального слоя образца; *б* — синограмма; *в* — реконструкция.

В результате анализа характерных фрагментов (скоплений пор) исходного и реконструированного изображений сечений испытуемых образцов ПМ на рис. 2 и 3 можно сделать вывод о достаточно высоком качестве имитационного моделирования структуры образца пеноматериала и реконструкции соответствующих синограмм. Это делает возможным использовать предлагаемый вариант совершенствования алгоритмов из [25] за счет блоков моделирования структуры пеноматериалов и соответствующих изменений в алгоритме формирования синограмм.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

В качестве результатов натурального эксперимента для подтверждения приведенной выше модификации алгоритма численного моделирования формирования и обработки синограмм при контроле пеноматериалов могут быть использованы результаты исследования методом рентгеновской КТ высокого разрешения образцов ПМ, бинарные оптические изображения срезов образцов ПМ. Эти изображения логично считать экспериментальными. Они поступают на вход алгоритма формирования синограмм и являются, по сути, оригиналами. Процесс реконструкции приводит к оценке оригинала. Степень соответствия экспериментального оригинала и его оценки характеризует качество обобщенного алгоритма численного моделирования синограмм и реконструкции изображений сечений объекта контроля. Что же касается блока моделирования пористой структуры пеноматериалов, то он основывается на предварительном анализе указанных выше экспериментальных оригиналов сечений образцов ПМ при малых уровнях пористости. Полученные параметры процесса порообразования используются для моделирования пористых структур с высокими уровнями пористости.

В качестве примера оригинала рассмотрим изображение сечения образца ПМ [31] размером 3 мм, средние размеры пор около 40 мкм, эффективный размер пикселя около 2 мкм. Из расчетов оптимальное значение максимальной энергии рентгеновского излучения равно 30 кэВ. Для этих условий, 1080 проекций и коэффициента масштабирования $k = 3$ было проведено численное моделирование синограмм и реконструкция методом обратной проекции с фильтрацией Шеппа—Логана [30]. На рис. 4 приведены исходные результаты и результаты вычислительного эксперимента.

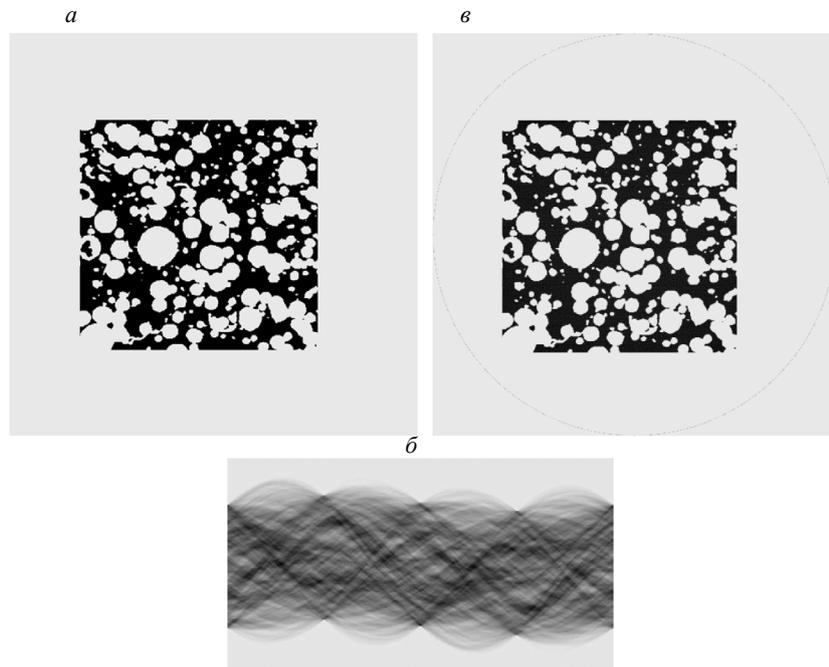


Рис. 4. Экспериментальный оригинал [31], имитационный образ и оценка оригинала: *a* — сечения образца (оригинал); *б* — синограмма (образ); *в* — оценка оригинала (реконструкция).

Сравнение экспериментального оригинала и его имитационной оценки, полученной в результате вычислительного эксперимента, подтверждает эффективность обобщенного алгоритма численного моделирования формирования и обработки синограмм применительно к исследованию ПМ методом рентгеновской КТ.

В работе [31] отмечено, что существуют и другие формы пористых структур кроме отмеченных выше. Среди них можно выделить структуры из пор с оболочкой из материала матрицы, причем поры могут быть правильной (недеформированной) и неправильной (деформированной) формы. В обоих случаях описанные поры характеризуются толщиной оболочки. Еще одним признаком классификации подобных ПМ является материал заполнения пространства между единичными оболочечными порами — воздух (газ) или материал матрицы. Численное моделирование подобных структур отличается повышенной вычислительной сложностью. Следует также отметить, что для некоторых видов ПМ материал между пор не является однородным по всему объекту, так как содержит микро (нано) поры. Во всех подобных случаях полезно использовать алгоритм формирования и обработки синограмм, описанный выше.

В статье [24] подчеркнута, что совершенствование алгоритмов численного моделирования формирования и обработки информации за счет учета внутренней структуры объектов контроля в рентгеновской компьютерной томографии представляет особый интерес в связи с развитием аддитивных технологий производства технических изделий [32] из разнообразных материалов, в том числе и пеноматериалов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен подход к совершенствованию алгоритмов численного моделирования формирования и обработки информации в рентгеновской компьютерной томографии пеноматериалов за счет учета их внутренней структуры. Разработан алгоритм имитационного моделирования структуры пеноматериалов с высокой пористостью с возможностью оценки распределение плотности по сечению испытуемого кубического образца. Рассмотрены особенности формирования синограмм при испытаниях пеноматериалов, которые сводятся к вводу и первичной обработке экспериментального или модельного изображения сечения образца на основе двумерной интерполяции исходных данных, цифрового масштабирования и поворота изображений сечений. Для демонстрации возможностей разработанных алгоритмов были получены синограммы и результаты реконструкции внутренней структуры образцов из пеноматериалов с вариацией их параметров. Обсуждены возможные направления исследований, касающихся моделирования структур пеноматериалов. Усовершенствованный обобщенный алгоритм численного моделирования, описанный в работе, может быть использован на стадии выбора регулируемых параметров существующих или проектируемых систем рентгеновской компьютерной томографии применительно к контролю структуры пеноматериалов с целью совершенствования технологии их изготовления. Дополнительным направлением применения усовершенствованных алгоритмов и программ является их использование в процессах обучения бакалавров, магистрантов и аспирантов по дисциплинам, связанным с метрологией, материаловедением и неразрушающим контролем, в качестве виртуального симулятора рентгеновской компьютерной томографии для испытаний пеноматериалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Farhadi S., Kafili D., Ziadloo S.* Review of aluminum foam applications in architecture // *European Journal of Engineering Science and Technology*. 2020. V. 3. No. 1. P. 62—70. <https://doi.org/10.33422/ejest.v3i1.162>
2. *Kausar A.* Advances in polymer-anchored carbon nanotube foam: a review // *Polymer-Plastics Technology and Materials*. 2019. V. 58. No. 18. P. 1965—1978. <https://doi.org/10.1080/25740881.2019.1599945>
3. *Suvorova O.V., Makarov D.V.* Foam glass and foam materials based on ash-slag wastes from thermal power plants // *Glass and Ceramics*. 2019. V. 76. No. 5—6. P. 188—193. <https://doi.org/10.1007/s10717-019-00162-x>
4. *Chen K., Guo L., Wang H.* A review on thermal application of metal foam // *Science China Technological Sciences*. 2020. P. 1—22. <https://doi.org/10.1007/s11431-020-1637-3>
5. *Raj A., Sathyan D., Mini K.M.* Physical and functional characteristics of foam concrete: A review // *Construction and Building Materials*. 2019. V. 221. P. 787—799. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.06.052>
6. *Fu Y., Wang X., Wang L., Li Y.* Foam concrete: A state of the art and state of the practice review // *Advances in Materials Science and Engineering*. 2020. V. 2020. Article ID 6153602. 25 p. <https://doi.org/10.1155/2020/6153602>
7. *Duarte I., Fiedler T., Krstulović-Opara L., Vesenjak M.* Brief review on experimental and computational techniques for characterization of cellular metals // *Metals*. 2020. V. 10. No. 6. No. article 726. <https://doi.org/10.3390/met10060726>

8. *Spowage A.C., Shacklock A.P., Malcolm A.A., May S.L., Tong L., Kennedy A.R.* Development of characterisation methodologies for macroporous materials // *Journal of porous materials*. 2006. V. 13. No. 3—4. P. 431—438. <https://doi.org/10.1007/s10934-006-8042-1>
9. *Peng R., Yang Y., Ju Y., Mao L., Yang Y.* Computation of fractal dimension of rock pores based on gray CT images // *Chinese Science Bulletin*. 2011. V. 56. No. 31. P. 3346—3357. <https://doi.org/10.1007/s11434-011-4683-9>
10. *Umbach C., Middendorf B.* 3D structural analysis of construction materials using high-resolution computed tomography // *Materials Today: Proceedings*. 2019. V. 15. P. 356—363. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2019.04.094>
11. *Abd Elrahman M., El Madawy M.E., Chung S.Y., Majer S., Youssf O., Sikora P.* An investigation of the mechanical and physical characteristics of cement paste incorporating different air entraining agents using X-ray micro-computed tomography // *Crystals*. 2020. V. 10. No. 1. No. article 23. <https://doi.org/10.3390/cryst10010023>
12. *Miedzińska D., Niezgodna T., Gieleta R.* Numerical and experimental aluminum foam microstructure testing with the use of computed tomography // *Computational Materials Science*. 2012. V. 64. P. 90—95. <https://doi.org/10.1016/j.comatsci.2012.02.021>
13. *Elmoutaouakkil A., Fuchs G., Bergounhon P., Peres R., Peyrin A.* Three-dimensional quantitative analysis of polymer foams from synchrotron radiation x-ray microtomography // *Journal of physics D: applied physics*. 2003. V. 36. No. 10A. P. A37—43. <https://doi.org/10.1088/0022-3727/36/10A/308>
14. *Lin C.L., Videla A.R., Yu Q., Miller J.D.* Characterization and analysis of porous, brittle solid structures by X-ray micro computed tomography // *JOM*. 2010. V. 62. No. 12. P. 86—89. <https://doi.org/10.1007/s11837-010-0188-2>
15. *Utsunomiya H., Matsumoto R.* Deformation processes of porous metals and metallic foams // *Procedia Materials Science*. 2014. V. 4. P. 245—249. <https://doi.org/10.1016/j.mspro.2014.07.614>
16. *Yuasa N., Kasai Y., Matsui I.* Inhomogeneous distribution of compressive strength from surface layer to interior of concrete in structures // *Special Publication*. 2000. V. 192. P. 269—282.
17. *Wei S., Yiqiang C., Yunsheng Z., Jones M.R.* Characterization and simulation of microstructure and thermal properties of foamed concrete // *Construction and building materials*. 2013. V. 47. P. 1278—1291. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.06.027>
18. *Qian R., Liu G., Liu Z., She W., Qiao H., Zhang Y.* Investigations on three-dimensional pore-structure in cementitious materials using metal centrifugation porosimetry and simulation // *Materials Letters*. 2021. V. 282. No. article 128684. <https://doi.org/10.1016/j.matlet.2020.128684>
19. *Wei Y., Olsen D.H., Miller C.M., Wagner K.B., Keyhani A., Thadhani N., Zhou M.* Computational design of three-dimensional multi-constituent material microstructure sets with prescribed statistical constituent and geometric attributes // *Multiscale Science and Engineering*. 2020. V. 2. P. 7—19. <https://doi.org/10.1007/s42493-020-00032-7>
20. *Hsieh J.* Computed tomography: principles, design, artifacts, and recent advances. 3rd rev. ed. SPIE Press, Bellingham. USA. 2015.
21. *Sarantites D.G., Sobotka L.G.* Computational templates for introductory nuclear science using Mathcad // *American Journal of Physics*. 2013. V. 81. No. 1. P. 44—49. <https://doi.org/10.1119/1.4764079>
22. *Croom B.P., Jin H., Mills B., Carroll J., Long K., Brown J., Li X.* Damage mechanisms in elastomeric foam composites: Multiscale X-ray computed tomography and finite element analyses // *Composites Science and Technology*. 2019. V. 169. P. 195—202. <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2018.11.025>
23. *Jabarkhyl S., Barigou M., Zhu S., Rayment P., Lloyd D.M., Rossetti D.* Foams generated from viscous non-Newtonian shear-thinning liquids in a continuous multi rotor-stator device // *Innovative Food Science & Emerging Technologies*. 2020. V. 59. No. article 102231. <https://doi.org/10.1016/j.ifset.2019.102231>
24. *Osipov S.P., Yadrenkin I.G., Chakhlov S.V., Osipov O.S., Usachev E.Yu.* Simulation modelling in digital radiography with allowance for spatial outlines of test objects // *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2020. V. 56 No. 8. P. 647—660. <https://doi.org/10.1134/S1061830920080082> [*Осипов С.П., Ядренкин И.Г., Чахлов С.В., Осипов О.С., Усачев Е.Ю.* Имитационное моделирование в цифровой радиографии с учетом пространственных форм объектов контроля // *Дефектоскопия*. 2020. No. 8. С. 35—48.]
25. *Осипов С.П., Ядренкин И.Г., Чахлов С.В., Осипов О.С., Усачев Е.Ю., Манушкин А.А.* Вычислительная модель рентгеновской компьютерной томографии с функцией оценки плотности // *Дефектоскопия*. 2021. № 3. С. 37—52.
26. *Feldkamp L.A., Davis L.C., Kress J.W.* Practical cone-beam algorithm // *Journal of the Optical Society of America A, Optics and image science*. 1984. V. 1. No. 6. P. 612—619.
27. *Hiriyannaiah H.P.* X-ray computed tomography for medical imaging // *IEEE signal Processing magazine*. 1997. V. 14. No. 2. P. 42—59. <https://doi.org/10.1109/79.581370>
28. *Kachelrieß M., Knaup M., Kalender W.A.* Extended parallel backprojection for standard three-dimensional and phase-correlated four-dimensional axial and spiral cone-beam CT with arbitrary pitch, arbitrary cone-angle, and 100% dose usage // *Medical Physics*. 2004. V. 31. No. 6. P. 1623—1641. <https://doi.org/10.1118/1.1755569>

29. *Gribbon K.T., Bailey D.G.* A novel approach to real-time bilinear interpolation / Proceedings. DELTA 2004. Second IEEE International Workshop on Electronic Design, Test and Applications // IEEE. 2004. P. 126—131. <https://doi.org/10.1109/DELTA.2004.10055>
30. *Shepp L.A., Logan B.F.* The Fourier reconstruction of a head section // IEEE Transactions on nuclear science. 1974. V. 21. No. 3. P. 21—43. <https://doi.org/10.1109/TNS.1974.6499235>
31. *Lehmhus D., Vesenjak M., de Schampheleire S., Fiedler T.* From stochastic foam to designed structure: Balancing cost and performance of cellular metals // Materials. 2017. V. 10. No. 8. No. article 922. <http://dx.doi.org/10.3390/ma10080922>
32. *Du Plessis A., Yadroitsava I., Yadroitsev I.* Effects of defects on mechanical properties in metal additive manufacturing: A review focusing on X-ray tomography insights // Materials & Design. 2020. V. 187. No article 108385. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2019.108385>
-