

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ОВАЛЬНОСТИ В СМОНТИРОВАННЫХ ТРУБОПРОВОДАХ

© 2020 г. Ю.Г. Тихомиров^{1,*}, В.Я. Раевский^{2,**}

¹ООО «НПЦ «ВТД», Обособленное подразделение, Россия 623700 Свердловская область, г. Березовский, Западная промзона, 14

²Институт физики металлов имени М.Н. Михеева УрО РАН, Россия 620137 Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 18

E-mail: *y.tihomirov@npcvtd.ru; **raevskii@imp.uran.ru

Поступила в редакцию 18.10.2019; после доработки 17.12.2019

Принята к публикации 23.12.2019

Предложена методика определения дефекта типа «овальность» в смонтированном трубопроводе, основанная на аппроксимации контура внешней границы поперечного сечения трубы эллипсом. Исследованы два подхода построения аппроксимирующего эллипса — алгебраический и геометрический, различающиеся критерием приближения. Проведена экспериментальная проверка меры погрешности предлагаемой методики.

Ключевые слова: дефекты трубопровода, овальность, метод наименьших квадратов.

DOI: 10.31857/S0130308220020074

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в России строится и реконструируется большое количество магистральных трубопроводов различных диаметров. Это обусловлено появлением новых задач и проектов по транспортировке углеводородов и естественным старением магистральных трубопроводов, построенных ранее.

В процессе строительства или реконструкции (ремонта) магистральных трубопроводов вероятно появление дефектов нарушения формы трубы (дефектов геометрии), связанных с производством разгрузочно-погрузочных, земляных работ, нарушением технологии укладки и не проектным положением трубопровода. Основными типами дефектов нарушения формы трубы являются вмятины, гофры и овальность [1]. Настоящая работа посвящена методам определения дефекта типа овальность — нарушение формы поперечного сечения трубы, характеризующееся ее отклонением от идеально кольцевой.

Численно овальность сечения Θ определяется в зависимости от значений наибольшего и наименьшего наружных диаметров в поперечном сечении трубы по следующей формуле [2, 3]:

$$\Theta = \frac{D_{\max} - D_{\min}}{D_{\text{mean}}} \cdot 100 \%, \quad (1.1)$$

где $D_{\max}$ и $D_{\min}$ — максимальный и минимальный диаметры внешней границы рассматриваемого сечения трубопровода соответственно, а средний диаметр $D_{\text{mean}} = (D_{\max} + D_{\min})/2$ суть среднее арифметическое этих диаметров. Строгое определение максимального и минимального диаметров будет дано в следующем разделе. Существуют предельно допустимые нормы овальности, превышение которых является основанием для устранения этого дефекта, что влечет за собой значительные материальные затраты (остановка транспорта перекачиваемого продукта и его удаление из трубопровода, проведение земляных и сварочно-монтажных работ, проведение неразрушающего контроля сварных соединений).

После укладки и засыпки смонтированного подземного газопровода под действием веса грунта засыпки или других неблагоприятных факторов возможно нарушение первоначально правильной кольцевой формы сечений газопровода. В соответствии с [4], контроль формы поперечного сечения трубопровода проводится перед сдачей его в эксплуатацию с целью выявления и ликвидации нарушений геометрических размеров внутренней полости, недопустимых отклонений профиля от окружности, допущенных в процессе строительно-монтажных работ, и предотвращения повреждений внутритрубных инспекционных приборов при последующем проведении диагностических работ в процессе эксплуатации.

Контроль формы поперечного сечения смонтированного трубопровода проводится средствами внутритрубной диагностики (ВТД) — профилометрии с использованием внутритрубного инспек-

ционного прибора — снаряда-профилемера. Поскольку внутритрубный снаряд-профилемер при прохождении по трубе измеряет геометрические размеры ее внутреннего сечения, то необходимые для определения овальности размеры внешней границы сечения рассчитываются с учетом толщины стенки трубы. В соответствии с [5] в отчет ВТД выдаются овальности величиной более 1 %. В отчете ВТД указывается положение дефектов на поверхности трубы, их длина, ширина и глубина (если таковую можно определить для данного типа дефекта), рассчитанная с использованием программного обеспечения, применяемого специализированными организациями, проводящими внутритрубную диагностику, а также степень опасности дефекта (определенную в соответствии с НТД).

Внутритрубная диагностика не является обоснованием для отбраковки труб. Данные отчета ВТД являются основанием для проведения дополнительного дефектоскопического контроля (наружного обследования) дефектов в шурфах, выявленных в результате ее проведения. Дополнительный дефектоскопический контроль (ДДК) проводится с целью проверки идентификации и геометрических параметров выявленных дефектов, а также выявления дефектов, не обнаруженных при ВТД. По результатам ДДК проводятся расчеты и принимается решение о методе ремонта труб.

Действующая нормативная документация подразумевает определение овальности трубы с помощью измерения с торца трубы наибольшего и наименьшего диаметров, что невозможно при проведении измерений на смонтированном и, возможно, уложенном в грунт трубопроводе. В настоящее время методики и средства измерения овальности трубы, находящейся в смонтированном трубопроводе, отсутствуют.

Таким образом, назрела актуальная необходимость в разработке средств (основных и/или вспомогательных) для измерения подобных дефектов, а также соответствующих методик проведения измерений на смонтированных трубопроводах.

2. РАБОЧИЙ МАКЕТ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДЕФЕКТОВ ТИПА «ОВАЛЬНОСТЬ»

В качестве вспомогательного средства измерения геометрических параметров дефектов типа «овальность» на смонтированном трубопроводе специалистами ООО «НПЦ «ВТД» (Общество с ограниченной ответственностью «Научно-производственный центр «Внутритрубная диагностика»)) было предложено устройство, представляющее собой разборный внешний контур прямоугольного сечения со специальными «щупами». Для проведения измерений устройство устанавливается таким образом, чтобы обследуемая труба находилась внутри данного контура, а плоскость контура была перпендикулярна оси трубы. Данное устройство позволит определять координаты необходимого количества точек, лежащих на контуре, являющимся внешней границей поперечного сечения трубы. Используя производственную базу ООО «НПЦ «ВТД», был изготовлен рабочий макет предлагаемого устройства для отработки методики проведения измерений на смонтированном газопроводе, с помощью которого была проведена серия измерений. Результаты проведенных измерений и были использованы для проверки математических алгоритмов определения параметра овальности Θ , предлагаемых в данной статье.

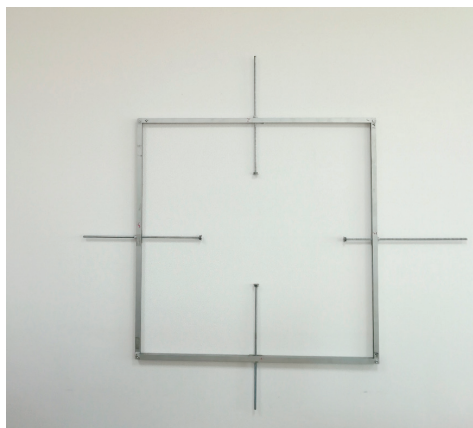


Рис. 1. Рабочий макет внешнего контура с монтажными шпильками в сборе.

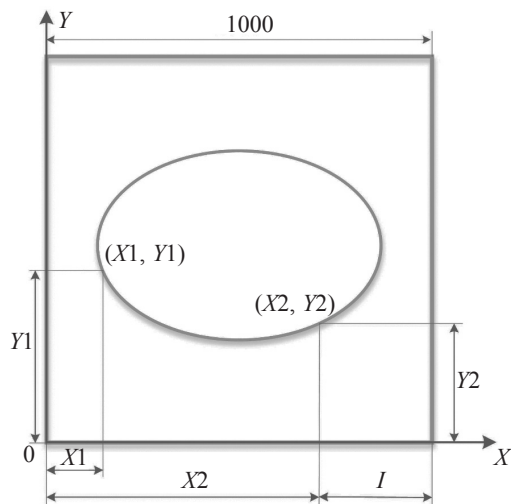


Рис. 2. Схема измерения координат точек контура трубы с овальностью при помощи рабочего макета внешнего контура.

Идея предлагаемой в настоящей работе методики определения овальности в смонтированном трубопроводе состоит в использовании измеренных координат точек контура трубы в данном сечении для построения оптимального эллипса, наилучшим образом аппроксимирующего внешний (с учетом толщины стенки трубы) контур поперечного сечения трубы. После построения такого эллипса овальность может быть вычислена по формуле (1.1), где в качестве максимального и минимального диаметров естественно берутся удвоенные значения большой и малой полуосей построенного эллипса соответственно. В настоящей работе будет также проведена экспериментальная проверка указанной методики приближенного определения овальности путем сравнения с реальным значением овальности, определенными после обработки результатов измерений, проведенными при помощи рабочего макета устройства, специально изготовленного для этих целей (см. рис. 1 и 2).

3. КОРРЕКТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОВАЛЬНОСТИ

Для построения математической модели любого процесса необходимо прежде всего ввести математически корректные и однозначные определения всех параметров, описывающих исследуемый процесс. Формула (1.1), определяющая овальность сечения трубы, содержит такие параметры, как максимальный $D_{\max}$ и минимальный $D_{\min}$ диаметры плоского замкнутого контура, являющегося внешней границей рассматриваемого поперечного сечения трубы, который при наличии дефектов может иметь далеко не идеальную геометрическую форму. В соответствующей дефектоскопической литературе не было найдено математически корректного определения диаметра плоского замкнутого контура, с помощью которого можно было бы найти наибольший и наименьший, используемый в формуле (1.1). Не приводя определения диаметра контура, авторы сразу пытаются определить его наибольшее и наименьшее значение. Чаще всего это делается с помощью рисунков, однозначное и интуитивно ясное прочтение которых весьма затруднительно и никак не может быть положено в основу математической модели.

Типичным «определением» овальности можно считать следующее: «овальность — отклонение от круглости, при котором реальный профиль представляет собой овалообразную фигуру, наибольший и наименьший диаметр которой находятся во взаимно перпендикулярных направлениях» (см., например, [2, 6—8]). Во-первых, математическое определение овала при своей формальной общности предполагает по крайней мере выпуклость плоской фигуры, что может не выполняться для сечения трубы при наличии дефектов типа вмятины и гофра. Во-вторых, при отсутствии однозначного определения диаметра замкнутого контура сложно говорить о его наименьшем и наибольшем значениях. В-третьих, даже интуитивное понимание диаметра не обязывает его наибольшее и наименьшее значения реализовываться на взаимно перпендикулярных направлениях. В [2] в рамках приведенного выше определения овальности предлагается следующий способ измерения наибольшего и наименьшего диаметров: делать замеры диаметров, последовательно поворачивая изделие на небольшие углы. Выбрав наибольший диаметр $D_{\max}$, измерить диаметр в соответственно перпендикулярном направлении, приняв его за наименьший $D_{\min}$. Однако, в соответствии с требуемой логической равноправностью наибольшего и наименьшего диаметров, если начать указанную процедуру с аналогичного нахождения наименьшего диаметра, то скорее всего будут получаться уже совсем другие значения указанных диаметров.

Для построения математической модели необходимо ввести математически строгое понятие диаметра плоского замкнутого контура, которое бы адекватно соответствовало целям исследования овальности. В математике есть общее понятие диаметра произвольного множества (в метрическом пространстве) как наибольшее расстояние между его точками. Для наших целей такое определение могло бы соответствовать наибольшему диаметру замкнутого контура. Но понятно, что принятое в этом случае по аналогии определение наименьшего диаметра всегда давало бы нулевое значение, а потому не соответствовало бы его интуитивному пониманию. За основу обобщения логично принять определение диаметра эллипса [9, с. 113]: диаметром называется отрезок, соединяющий любые две точки эллипса и содержащий его центр. По аналогии определим диаметр произвольного замкнутого плоского контура как отрезок, соединяющий любые две его точки и содержащий его центр. После этого естественным образом определим наибольший $D_{\max}$ и наименьший $D_{\min}$ диаметры контура для вычисления овальности по формуле (1.1). Весь вопрос после этого состоит в том, какую точку плоскости считать центром контура. Мы считаем, что эту точку следует выбрать в зависимости от

типа поставленной задачи — либо исходя из естественных геометрических соображений, либо в соответствии с конкретными особенностями исследуемых явлений, для изучения которых необходимо понятие такого диаметра. Эллипс является центрально симметричной фигурой, поэтому в упомянутом выше определении диаметра эллипса в качестве его центра понимается точка центра симметрии. Из геометрических соображений такое понимание центра естественно распространить на любой плоский замкнутый контур, обладающий центром симметрии. А если контур не является центрально симметричной фигурой? В этом случае в качестве центра надо принимать точку, выбор которой наиболее адекватно отражает особенности либо самого изучаемого процесса, либо конкретного способа измерения его параметров. Это может быть, например, центр тяжести фигуры, ограниченной данным контуром, либо какая-либо точка прибора, экспериментально проводящего исследование формы контура. В случае изучения овальности труб в качестве центра может быть взят геометрический центр ее кругового поперечного сечения, которое имело место до появления дефекта формы в процессе укладки или эксплуатации. Либо какая-нибудь подходящая точка используемого измерительного прибора (например, внутритрубного снаряда-профилемера), относительно которой по соответствующей методике ведутся измерения координат точек контура.

4. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОВАЛЬНОСТИ В СМОНТИРОВАННОМ ТРУБОПРОВОДЕ

Как уже упоминалось выше, для измерения геометрических параметров дефектов типа «овальность» на смонтированном трубопроводе специалистами ООО «НПЦ «ВТД» был предложен разборный внешний контур прямоугольного сечения. С помощью специальных измерительных щупов через отверстия в профиле, из которого изготовлены стороны внешнего контура, определяется положение (то есть координаты) необходимого числа точек на внешнем контуре поперечного сечения трубы. Таким образом, возникает задача создания вычислительной методики, которая по измеренным координатам упомянутых точек позволяет находить приближенное значение овальности. Необходимо также экспериментально оценить погрешность создаваемой методики и характер зависимости этой погрешности от количества измеренных точек на внешнем контуре поперечного сечения трубы. Основная идея такой методики состоит в том, чтобы, используя координаты измеренных точек, наилучшим образом аппроксимировать реальный внешний контур поперечного сечения трубы какой-либо подходящей идеальной центрально симметричной замкнутой кривой. Вычисляя по формуле (1.1) овальность этой кривой, получаем приближенное значение овальности реального контура. Из классических замкнутых кривых эллипс наиболее адекватно описывает форму деформированного поперечного сечения трубы. Поэтому математически задача сводится к нахождению эллипса, наиболее близко (в том или ином смысле) расположенного к измеренным точкам. Для эллипса однозначно определены наибольший $D_{\max}$ и наименьший $D_{\min}$ диаметры (большая и малая его оси соответственно), а потому вычисление его овальности по формуле (1.1) затруднений не вызывает.

Таким образом, формальная постановка задачи такова. Даны точки на плоскости своими координатами

$$M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2), \dots, M_n(x_n, y_n). \quad (4.1)$$

Требуется найти такой эллипс (то есть найти большую и малую полуоси a и b этого эллипса, координаты центра (x_0, y_0) и угол α поворота его фокальной оси по отношению к оси x — против часовой стрелки от оси x), который лучше других аппроксимирует точки (4.1). Этот эллипс будем называть оптимальным и считать его решением сформулированной задачи. Мы далее укажем два подхода к нахождению оптимального эллипса (алгебраический и геометрический, отличающиеся характером аппроксимации), а также исследуем в сравнении их трудоемкость, сложность алгоритмической реализации, степень отличия получаемых результатов.

5. ПЕРВЫЙ ПОДХОД

Эллипс является кривой второго порядка, а потому его общее уравнение может быть записано в виде

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0. \quad (5.1)$$

$$\delta := \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix} = A \cdot C - B^2 > 0, \quad (5.2)$$
$$x^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0. \quad (5.3)$$
$$z_1=2B, \ z_2=C, \ z_3=2D, \ z_4=2E, \ z_5=F. \quad (5.4)$$
$$x^2 + z_1xy + z_2y^2 + z_3x + z_4y + z_5 = 0. \quad (5.5)$$
[illegible]
$$\sum_{i=1}^n (x_i^2 + z_1 x_i y_i + z_2 y_i^2 + z_3 x_i + z_4 y_i + z_5)^2 \rightarrow \min.$$
$$\left\{ \begin{array}{l} z_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 + z_2 \sum_{i=1}^n x_i y_i^3 + z_3 \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i + z_4 \sum_{i=1}^n x_i y_i^2 + z_5 \sum_{i=1}^n x_i y_i = - \sum_{i=1}^n x_i^3 y_i \\ z_1 \sum_{i=1}^n x_i y_i^3 + z_2 \sum_{i=1}^n y_i^4 + z_3 \sum_{i=1}^n x_i y_i^2 + z_4 \sum_{i=1}^n y_i^3 + z_5 \sum_{i=1}^n y_i^2 = - \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 \\ z_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i + z_2 \sum_{i=1}^n x_i y_i^2 + z_3 \sum_{i=1}^n x_i^2 + z_4 \sum_{i=1}^n x_i y_i + z_5 \sum_{i=1}^n x_i = - \sum_{i=1}^n x_i^3 \\ z_1 \sum_{i=1}^n x_i y_i^2 + z_2 \sum_{i=1}^n y_i^3 + z_3 \sum_{i=1}^n x_i y_i + z_4 \sum_{i=1}^n y_i^2 + z_5 \sum_{i=1}^n y_i = - \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \\ z_1 \sum_{i=1}^n x_i y_i + z_2 \sum_{i=1}^n y_i^2 + z_3 \sum_{i=1}^n x_i + z_4 \sum_{i=1}^n y_i + z_5 \cdot n = - \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{array} \right. \quad (5.7)$$

Отметим, что если точки (4.1) лежат на некотором эллипсе, то система (5.6) имеет обычное решение, с которым псевдорешение совпадает.

После решения системы (5.7) относительно z_1, z_2, z_3, z_4, z_5 получаем с учетом (5.4) оптимальный набор коэффициентов для уравнения (5.1):

$$A = 1, \quad B = z_1 / 2, \quad C = z_2, \quad D = z_3 / 2, \quad E = z_4 / 2, \quad F = z_5, \quad (5.8)$$

при котором координаты точек (4.1) удовлетворяют (5.1) с наибольшей точностью.

Теперь надо ответить на приведенные ниже вопросы.

1. Является ли уравнение (5.1) с этими коэффициентами действительно уравнением эллипса (а не другой кривой второго порядка)?

2. Если да, то каковы полуоси a и b этого эллипса, координаты центра (x_0, y_0) и угол α поворота его фокальной оси по отношению к оси x ?

Для ответа на эти вопросы рассмотрим общее уравнение (5.1), но будем считать в нем $A > 0$ (этого всегда можно добиться, умножая при необходимости обе части (3.1) на (-1) , а в используемом нами наборе коэффициентов (5.8) это выполнено, так как $A = 1$). Для ответа на первый вопрос вычисляем так называемые инварианты кривой второго порядка с уравнением (5.1) (числа, которые не меняются при переходе к другой системе координат путем переноса начала координат и вращения на некоторый угол):

$$\delta := \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix} = A \cdot C - B^2, \quad S := A + C, \quad (5.9)$$

$$\Delta := \begin{vmatrix} A & B & D \\ B & C & E \\ D & E & F \end{vmatrix} = A \cdot C \cdot F + 2 \cdot B \cdot E \cdot D - (C \cdot D^2 + A \cdot E^2 + F \cdot B^2). \quad (5.10)$$

Уравнение (5.1) есть уравнение эллипса, только если выполнены условия:

$$\delta > 0, \quad \frac{\Delta}{S} < 0.$$

Если эти условия выполнены для коэффициентов (5.8), то уравнение (5.1) с этими коэффициентами есть уравнение эллипса. Его полуоси a и b ($a > b$), координаты центра (x_0, y_0) и угол α поворота его фокальной оси по отношению к оси x вычисляются по следующим ниже формулам (см., например, [9, с. 114; 12, с. 104; 13, с. 65]):

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{-\frac{F_1}{A_1}}, & b &= \sqrt{-\frac{F_1}{C_1}}, \\ x_0 &= -\frac{1}{\delta} \cdot \begin{vmatrix} D & B \\ E & C \end{vmatrix} = -\frac{1}{\delta} \cdot (D \cdot C - E \cdot B), \\ y_0 &= -\frac{1}{\delta} \cdot \begin{vmatrix} A & D \\ B & E \end{vmatrix} = -\frac{1}{\delta} \cdot (A \cdot E - B \cdot D), \\ \alpha &= \arctg\left(\frac{A_1 - A}{B}\right), \end{aligned} \quad (5.11)$$

где

$$F_1 := \frac{\Delta}{\delta}, \quad A_1 := \frac{A + C - \sqrt{D_1}}{2}, \quad C_1 := \frac{A + C + \sqrt{D_1}}{2}, \quad D_1 := (A - C)^2 + 4B^2. \quad (5.12)$$

В соответствии с формулой (1.1) овальность эллипса

$$\Theta = \frac{2a - 2b}{(2a + 2b) / 2} \cdot 100 \% = \frac{2(a - b)}{a + b} \cdot 100 \%. \quad (5.13)$$

Учитывая (5.11) и (5.12), овальность можно выразить через коэффициенты A, B, C в уравнении эллипса (5.1)

$$\Theta = \frac{2\sqrt{(A-C)^2 + 4B^2}}{A+C+2\sqrt{AC-B^2}} \cdot 100\%. \quad (5.14)$$

Наконец, используя (5.8), можно выразить овальность полученного эллипса непосредственно через решение системы (5.7)

$$\Theta = \frac{2\sqrt{(1-z_2)^2 + z_1^2}}{1+z_2+\sqrt{4z_2-z_1^2}} \cdot 100\%. \quad (5.15)$$

6. ВТОРОЙ ПОДХОД

Этот подход отличается от предыдущего типом аппроксимации точек (4.1) эллипсом. Оптимальным будет считаться тот эллипс, к которому точки (4.1) геометрически располагаются ближе всего, то есть для которого будет наименьшей сумма расстояний до него от этих точек или, что то же самое, будет наименьшим среднее расстояние от точек до эллипса (геометрическое приближение). Расстоянием от некоторой точки до эллипса, как и принято в математике, называется наименьшее из расстояний от этой точки до точек эллипса (то есть длина в определенном смысле перпендикуляра, опущенного из точки на эллипс). Поскольку положение и форма эллипса однозначно определяются полуосями a и b ($a > b$), координатами его центра (x_0, y_0) и углом α поворота его фокальной оси по отношению к оси x , то задача сводится к нахождению набора параметров a, b, x_0, y_0, α , которые минимизируют функцию пяти переменных

$$F(a, b, x_0, y_0, \alpha) := \sum_{i=1}^n d_i, \quad (6.1)$$

где $d_i \equiv d_i(a, b, x_0, y_0, \alpha)$ суть расстояние от точки $M_i(x_i, y_i)$ до эллипса, определенного соответствующими параметрами a, b, x_0, y_0, α .

Для дальнейшего нам понадобится формула для расстояния от точки до эллипса (см. [14, 15]). Уравнение эллипса с полуосями a и b в своей канонической системе координат (то есть начало в центре эллипса, а оси абсцисс и ординат направлены по большой и малой осям) имеет вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (6.2)$$

Пусть в этой же канонической системе задана своими координатами точка $M(\bar{x}, \bar{y})$. Тогда квадрат расстояния от этой точки до эллипса равен минимальному положительному корню многочлена 4-й степени

$$F(z) := B_0 z^4 + B_1 z^3 + B_2 z^2 + B_3 z + B_4, \quad (6.3)$$

где коэффициенты многочлена определяются формулами:

$$\begin{aligned} B_0 &= L^2; B_1 = -2L[L(a^2 + b^2 + \bar{x}^2 + \bar{y}^2) + a^2 \bar{y}^2 - b^2 \bar{x}^2]; \\ B_2 &= 6L[a^4 \bar{y}^2 + a^2 \bar{y}^4 - b^4 \bar{x}^2 - b^2 \bar{x}^4 + L(a^2 b^2 + \bar{x}^2 \bar{y}^2)] + (L^2 - a^2 \bar{x}^2 - b^2 \bar{y}^2)^2; \\ B_3 &= -2a^2 b^2 \{a^2 b^2 T G^2 - [(a^2 + b^2) T^2 + 3a^2 b^2 T - 6a^4 b^4 S] G + 2a^2 b^2 T^2 S\}; \\ B_4 &= a^4 b^4 G^2 (T^2 + 4a^2 b^2 G); \quad L = a^2 - b^2; \quad G = \frac{\bar{x}^2}{a^2} + \frac{\bar{y}^2}{b^2} - 1; \\ T &= \bar{x}^2 + \bar{y}^2 - a^2 - b^2; \quad S = \frac{\bar{x}^2}{a^4} + \frac{\bar{y}^2}{b^4}. \end{aligned}$$

Другой способ нахождения расстояния от точки $M(\bar{x}, \bar{y})$ до эллипса (6.2) связан с его параметрической формой задания $x = a \cos t$, $y = b \sin t$, $t \in [0, 2\pi)$. С помощью классических методов нахождения минимума легко показать, что точка эллипса, на которой реализуется указанное расстояние, соответствует такому значению параметра $t \in [0, 2\pi)$, которое является корнем уравнения

$$a\bar{x} \sin t - b\bar{y} \cos t + (b^2 - a^2) \sin t \cos t = 0. \quad (6.4)$$

Это уравнение численно может быть решено с любой наперед заданной точностью.

Для того, чтобы воспользоваться указанными приемами вычисления в формуле (6.1) расстояния d_i от точки $M_i(x_i, y_i)$ до эллипса, определенного параметрами a, b, x_0, y_0, α , необходимо перейти от заданных координат (x_i, y_i) точки M_i в исходной системе координат к ее координатам $(\bar{x}_i, \bar{y}_i)$ в канонической для этого эллипса системе координат, которая получается из исходной переносом начала координат в точку с координатами (x_0, y_0) и поворотом вокруг этой точки на угол α против часовой стрелки. Используя известные формулы пересчета координат точек при таких манипуляциях с системой координат (см., например, [16]), получаем, что координаты $(\bar{x}_i, \bar{y}_i)$ точки M_i в канонической системе координат

$$\bar{x}_i = (x_i - x_0) \cos \alpha + (y_i - y_0) \sin \alpha, \quad \bar{y}_i = -(x_i - x_0) \sin \alpha + (y_i - y_0) \cos \alpha.$$

После такого пересчета координат можно находить приведенными выше способами расстояния d_i от заданных точек M_i до эллипса, после чего по формуле (6.1) находить значение минимизируемой функции $F(a, b, x_0, y_0, \alpha)$ для заданного набора ее переменных a, b, x_0, y_0, α . Имея таким образом «датчик» функции $F(a, b, x_0, y_0, \alpha)$, можно организовывать поиск ее минимума любым известным алгоритмом численной минимизации функции многих переменных. Точка (глобального) минимума этой функции определяет параметры a, b, x_0, y_0, α оптимального (в изложенном выше смысле) эллипса, после чего его овальность Θ может быть вычислена по формуле (5.13).

7. СРАВНЕНИЕ ПОДХОДОВ

Первый подход, представленный в параграфе 5, очень удобен с вычислительной точки зрения. Он связан с решением линейной системы уравнений с пятью неизвестными (5.7), которая разрешима однозначно, а получение ее решения за доли секунды может быть выполнено даже на достаточно примитивном вычислительном комплексе. Это является важным преимуществом для получения оперативной информации при соответствующем контроле труб с помощью дефектоскопов.

Второй подход, связанный с минимизацией функции пяти переменных $F(a, b, x_0, y_0, \alpha)$, определенной в (6.1), значительно сложнее и менее удобен с вычислительной точки зрения. Как показали численные эксперименты, рельеф «графика» этой функции достаточно сложен, содержит большое количество локальных минимумов. По этой причине при минимизации этой функции любым итерационным численным методом результат в значительной мере зависит от выбора начального приближения. При различных начальных приближениях результат «скатывается» в один из многочисленных локальных минимумов, а потому нахождение желаемого глобального минимума проблематично. Кроме того, эффективные программы многомерной минимизации предполагают наличие достаточно мощного вычислительного комплекса, что не позволяет использовать его в дефектоскопах для получения оперативной информации.

Единственным преимуществом второго подхода по сравнению с первым является то обстоятельство, что критерий оптимальности результирующего эллипса при втором подходе (наиболее близкое геометрическое расположение к нему заданных экспериментальных точек) кажется более адекватным изначальной постановке задачи о нахождении наилучшего эллипса, чем критерий оптимальности результирующего эллипса при первом подходе (наилучшее удовлетворение координат экспериментальных точек уравнению этого эллипса). В связи с этим возникает вопрос о том, в какой мере оптимальный эллипс, полученный в рамках первого легко реализуемого подхода, является оптимальным и в смысле второго подхода. Для ответа на этот вопрос были проделаны численные эксперименты, в которых параметры оптимального эллипса, полученные при реализации первого подхода, брались в качестве начального приближения в процессе минимизации функции $F(a, b, x_0, y_0, \alpha)$ в рамках второго подхода. Оказалось, что результат минимизации

ции совершенно незначительно отличался от исходного начального приближения. Это говорит о том, что оптимальный эллипс в смысле первого подхода является практически оптимальным и в смысле второго подхода. Таким образом, первый подход по всем характеристикам является более удобным для решения поставленной задачи.

8. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА МЕТОДИКИ

Для проведения такой проверки была вырезана часть реальной трубы (так называемая катушка) с исследуемым дефектом. Проведена серия измерений необходимых геометрических параметров катушки при помощи поверенного измерительного инструмента (измерительная рулетка II класса). Значения наибольшего и наименьшего диаметров составили $D_{\max} = 542$ мм и $D_{\min} = 521$ мм при погрешности измерений не более 1 мм. При этом овальность, вычисленная по формуле (1.1), составила $\Theta = 3,95$ %. Далее были измерены координаты 20 точек ($n = 20$) на внешней поверхности поперечного сечения катушки, по которым с помощью описанной методики был построен аппроксимирующий эти точки оптимальный эллипс, наибольший и наименьший диаметр которого составил $D_{\max} = 540$ мм и $D_{\min} = 522$ мм, овальность $\Theta = 3,39$ % соответственно.

Для подтверждения действительной близости исследуемого профиля реальной трубы к эллипсу были вычислены отклонения каждой из 20 точек на этом профиле от построенного по приведенной методике оптимального эллипса. Оказалось, что среднее (арифметическое) отклонение этих точек от эллипса 1,49 мм, что составляет 0,28 % от среднего диаметра эллипса $D_{\text{mean}} = 531,5$ мм (0,275 % от его наибольшего диаметра $D_{\max} = 542$ мм и 0,286 % от его наименьшего диаметра $D_{\min} = 521$ мм соответственно).

Для проверки влияния количества измеренных точек n на точность результатов, были затем измерены координаты 100 точек ($n=100$) на внешней поверхности поперечного сечения катушки. При этом наибольший и наименьший диаметр аппроксимирующего эллипса составил $D_{\max} = 542,6$ мм и $D_{\min} = 520,8$ мм, овальность $\Theta = 4,10$ % соответственно. Таким образом, результаты экспериментальной проверки предлагаемой методики показали вполне приемлемую точность получаемых по ней результатов.

9. ВЫВОДЫ

1. Обоснована необходимость создания вспомогательного устройства для измерения параметра «овальность» в виде внешнего контура.

2. Создан алгоритм обработки результатов измерения, полученных при использовании внешнего контура на смонтированном трубопроводе.

3. Получен опыт проведения измерений дефектов геометрии трубопроводов с использованием рабочего макета внешнего контура (для определения параметра Θ), что дает возможность ООО «НПЦ»ВТД приступить к созданию прототипа вспомогательного устройства типа «внешний контур» в виде разъемного кольца, на основе которого будет создаваться автоматизированная система измерения и обработки полученных результатов.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме «Квант» («Quantum») № АААА-А18-118020190095-4 и при поддержке проекта № 18-10-2-8 Программы УрО РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. РД 23.040.00-КТН-090-07 «Классификация дефектов и методы ремонта дефектов и дефектных секций действующих магистральных нефтепроводов». ОАО АК «Транснефть». 2007.
2. Гулина С.А., Тян В.К. Проектирование магистрального газопровода. Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2015. 105 с.
3. СТО Газпром 2-2.1-249-2008 Стандарт открытого акционерного общества «Газпром» Магистральные газопроводы. Дата введения 2009-01-12.
4. СП 86.13330.2014 «Магистральные трубопроводы» (пересмотр актуализированного СНиП III-42-80 «Магистральные трубопроводы» (СП 86.13330.2012)) (с Изменениями N 1, 2).
5. ГОСТ Р 55999—2014 «Внутритрубное техническое диагностирование газопроводов. Общие требования». Дата введения 2016-02-01.
6. ГОСТ 34182—2017 «Магистральный трубопроводный транспорт нефти и нефтепродуктов. Эксплуатация и техническое обслуживание. Основные положения. Дата введения 2018-03-01.» М.: Стандартинформ, 2017.
7. СТО Газпром 2-2.1-249-2008 «Магистральные трубопроводы». Дата введения в действие 12.01.2009. Дата актуализации текста 17.06.2011.

8. Бурмистров Е.В. Измерение отклонений формы цилиндрических поверхностей: Метод, указания к лаб. работе. Самара: Изд-во Гос. Аэрокосм. ун-та, 2001. 20 с.
 9. Тактаров Н.Г. Справочник по высшей математике для студентов ВУЗов. М.: Книжный дом «Либроком», 2018. 880 с.
 10. Щипачев В.С. Высшая математика. М.: Высшая школа, 1985. 472 с.
 11. Воеводин В.В., Кузнецов В.А. Матрицы и вычисления. М.: Наука, 1984. 320 с.
 12. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М.: Джангар, 2001. 864 с.
 13. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973. 832 с.
 14. Uteshev A.Yu., Yashina M.V. Metric Problems for Quadrics in Multidimensional Space // J. Symbolic Computation. 2015. V. 68. P. 287—315.
 15. Uteshev A.Yu., Goncharova M.V. Point-to-ellipse and point-to-ellipsoid distance equation analysis // J. Comput. Applied Math. 2018. V. 328. P. 232—251.
 16. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. М.: Физматгиз, 1963. 228 с.
-