

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦИФРОВОЙ ЛИНЕЙНОЙ ТОМОГРАФИИ

© 2019 г. С.П. Осипов<sup>1,\*</sup>, Е.Ю. Усачёв<sup>2</sup>, С.В. Чахлов<sup>1,\*\*</sup>, С.А. Щетинкин<sup>2</sup>, А.А. Манушкин<sup>2</sup>,  
О.С. Осипов<sup>3</sup>, Н.А. Сергеева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский Томский политехнический университет,  
Россия 634028 Томск, пр-т Ленина, 30

<sup>2</sup>МИРЭА — Российский технологический университет, Россия 119454 Москва, пр-т Вернадского, 78

<sup>3</sup>Сольвейг Мультимедиа, Россия 634055 Томск, пр-т Развития, 3

E-mail: \*osip1809@rambler.ru; \*\*chakhlov@tpu.ru

Поступила в редакцию 21.01.2019; после доработки 25.02.2019;  
принята к публикации 01.03.2019

Разработана математическая модель цифровой линейной томографии, которая учитывает геометрические параметры схемы контроля, глубину слоя интереса, максимальную энергию рентгеновского излучения, конструкцию цифрового детектора, разрядность аналого-цифрового преобразователя. Математическая модель реализована в системе математических вычислений MathCad. Приведены результаты вычислительного эксперимента, подтверждающие возможность получения изображения слоя с существенно уменьшенным влиянием изображений других слоев.

**Ключевые слова:** рентгеновское излучение, цифровая радиография, цифровая реализация линейной томографии, изображение слоя, наложение теней фрагментов.

**DOI:** 10.1134/S0130308219050063

## ВВЕДЕНИЕ

В 1895 г. произошло событие, значение которого невозможно преуменьшить и в настоящее время [1—3]. С открытием Вильгельмом Конрадом Рентгеном таинственных лучей, скромно названных им X-лучами, человечество получило средство изучения внутренней структуры объектов контроля. Метод рентгенографии (радиографии) основан на относительной прозрачности испытуемого объекта для рентгеновских и гамма-лучей. Всем реализациям радиографии присуща существенная особенность [4, 5], связанная с наложением теней фрагментов объекта контроля (ОК). Она не позволяет детально и корректно проанализировать изображение интересующего потребителя фрагмента и локализовать его местоположение в объеме ОК по глубине. Здесь под локализацией по глубине понимается локализация в направлении распространения лучей. Разумеется, наличие такой особенности (по сути, огромного недостатка) подвигло многих исследователей приложить максимум усилий для ее компенсации. Исследования групп ученых, возглавляемых Маером (1914 г.) и Бокажем (1921 г.), привели к появлению первых систем томографии [5—7]. Соответствующий метод имеет несколько считающихся эквивалентными названий: линейная томография, классическая томография, ламинография, аналоговая реконструктивная томография и т.п. В упомянутом методе преимущественно визуализируется слой, расположенный на определенной глубине от фронтальной поверхности ОК. Преимущественная визуализация слоя реализуется за счет специальным образом организованного совместного перемещения источника и регистратора (рентгеновской пленки) с сохранением ориентации на зону интереса. На первых этапах развития метода линейной томографии источник и регистратор рентгеновского излучения перемещались по прямой линии. В линейной томографии изображение зоны интереса в меньшей степени затенялось изображениями других фрагментов ОК. Коммерческое использование систем линейной томографии продолжалось вплоть до появления и бурного развития эффективных систем рентгеновской вычислительной томографии — компьютерной томографии (КТ) [7, 8]. Самым узким местом линейной томографии до 90-х годов XX века являлось использование в качестве регистраторов излучения рентгеновских пленок с присущими им недостатками. Появление на рынке научного приборостроения усовершенствованных излучателей и цифровых регистраторов рентгеновского излучения привело к возобновлению интереса к линейной томографии и превращению ее в цифровую линейную томографию (ЦЛТ). Усиление интереса к реализациям ЦЛТ подогревается усилением интереса потребителей к разработке соответствующей аппаратуры. Спрос обусловлен двумя важнейшими факторами, связанными с эксплуатацией систем КТ. Первый связан с доступностью пространства вокруг ОК. Наиболее эффективно функционирование систем КТ в условиях многостороннего доступа, то есть объект просвечивается под ракурсами от 0 до

180°. Второй объединяет запрос потребителей к разработчикам КТ и их ответ на этот запрос, структуру всего ли объекта контроля необходимо проанализировать? Многих исследователей внутренней структуры ОК интересует некая локальная область объекта. В этой ситуации нецелесообразно исследовать весь объем ОК. Дополнительными факторами, подталкивающими развитие ЦЛТ, являются уже отмеченные революционные изменения в детекторах рентгеновского излучения, приведшие к появлению линейных и плоских цифровых детекторов, позволяющих отдельно получать цифровые радиографические изображения (проекции). Существенные изменения произошли в робототехнике, что привело к созданию роботизированных комплексов, позволяющих осуществлять высокоточное согласованное перемещение источников излучения и систем детектирования. Совершенствование методов совместной обработки указанной совокупности изображений и успехи в производстве высокопроизводительных вычислительных систем привели к развитию метода цифрового томосинтеза (ЦТС), который является высшим этапом развития линейной томографии [9, 10].

В настоящее время наблюдается всплеск интереса к реализациям ЦЛТ и ЦТС [11—18].

Очевидно, качество контроля с помощью систем линейной томографии зависит от большого количества параметров, исследовать влияние которых на качество контроля экспериментальным путем не представляется возможным. Особую роль при проектировании систем ЦЛТ приобретают математическое и имитационное моделирование [19—21]. Необходимость в построении математической модели формирования итоговых изображений в ЦЛТ или проекций в ЦТС, учитывающей основные параметры проектируемых систем, не вызывает никаких сомнений. Ниже рассмотрим базовые принципы и этапы ее построения.

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦИФРОВОЙ ЛИНЕЙНОЙ ТОМОГРАФИИ

Методы ЦЛТ являются разновидностью сканирующей цифровой радиографии со специальной организацией схемы сканирования. Существует принципиальное отличие между ЦЛТ и линейной томографией. В линейной томографии в регистраторе (рентгеновской пленке) поглощенная энергия неделимо накапливается за все время формирования изображения слоя [22] — «изображения зоны интереса». Здесь словосочетание «изображение зоны интереса» намеренно заключено в кавычки, так как на изображение слоя, пусть и в меньшей степени, чем в рентгенографии, накладываются тени всех других слоев. В ЦЛТ нет необходимости копить энергию за весь период сканирования, и конечное цифровое изображение формируется из набора последовательных цифровых радиографических изображений. Сканирование может быть непрерывным или дискретным. В той и другой версии промежуточные изображения формируются за время экспозиции  $\Delta t$ . Непрерывная версия ЦЛТ наиболее адекватна линейной томографии. Из вышесказанного следует, что математическая модель ЦЛТ базируется на математической модели формирования промежуточных цифровых радиографических изображений с трансформацией их в конечное изображение. Модель указанной трансформации определяется геометрической схемой сканирования — взаимного согласованного перемещения источника и цифрового регистратора рентгеновского излучения относительно зоны интереса в ОК.

Приведем описание указанной геометрической схемы.

### 1.1. Геометрическая схема формирования промежуточных изображений в цифровой линейной томографии

Для иллюстрации на рис. 1 приведена геометрическая схема формирования промежуточных изображений в ЦЛТ в некоторые моменты времени  $t_0, t_1, t_2, t_0 < t_1 < t_2$ . Обсудим подробно эту схему. Введем неподвижную декартову систему координат  $OXYZ$ . Ось  $Y$  перпендикулярна плоскости  $OZX$ . Плоскость, проходящая через фронтальную поверхность регистратора рентгеновского излучения, совпадает с плоскостью  $OXY$ .

Система ЦЛТ состоит из источника рентгеновского излучения (1), объекта контроля (2), цифрового регистратора рентгеновского излучения (3). В объекте контроля выделяется часть слоя, интересующего потребителя (зона интереса). Для удобства рассмотрим сечение ОК плоскостью  $y = 0$ . Для него зона интереса  $S$  характеризуется прямолинейным отрезком  $AB, AB \subset S$ . Изображение (изображения) формируется (формируются) на цифровом регистраторе рентгеновского излучения с размером по оси  $x$  —  $Q$ . Пусть расстояние между источником рентгеновского излучения и плоскостью  $OXY$  в процессе сканирования остается неизменным и равно  $F$ . Вектора скоростей источника излучения  $V_x$  и регистратора  $V_R$  параллельны друг другу и плоскости  $OXY$  и направлены в

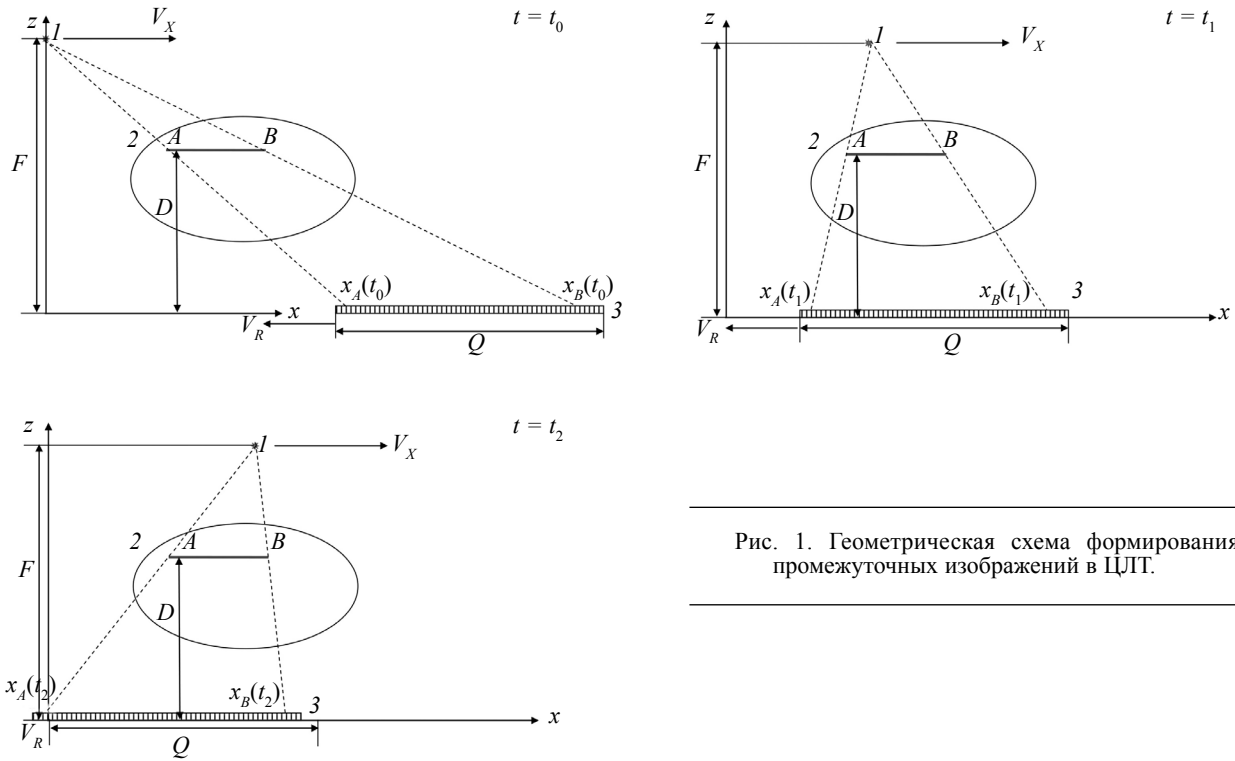


Рис. 1. Геометрическая схема формирования промежуточных изображений в ЦЛТ.

противоположные стороны. Приведем условия согласования геометрических параметров схемы контроля для систем ЦЛТ.

Для корректного обоснования необходимых условий согласования введем систему координат  $O'X'Y'$ . Для удобства ось  $x'$  параллельна оси  $x$ , а ось  $y'$  — оси  $y$ . Эта система координат связана с фронтальной плоскостью регистратора рентгеновского излучения. В общем случае фронтальная плоскость регистратора  $R$  представляет собой прямоугольник размером  $M \times N$ , то есть

$$R = \{(x', y') : 0 \leq x' \leq M; 0 \leq y' \leq N\}. \quad (1)$$

Обозначим через  $P(t, S)$  проекцию (образ) зоны интереса  $S$  (оригинала) на фронтальную поверхность регистратора в момент времени  $t$ . Исходя из описания процесса формирования в линейной томографии, можно формализовать очевидное условие для проекции  $P(t, S)$  и описать его следующим выражением:

$$P(t, S) \subset R, P(t_1, S) \equiv P(t_2, S) \equiv P_0, \forall t_1, t_2, 0 \leq t_1 < t_2 \leq t_{\text{tot}}. \quad (2)$$

Здесь  $t_{\text{tot}}$  — общее время формирования в линейной томографии. Условие тождественной эквивалентности « $\equiv$ » в (2) нуждается в пояснении, которое основывается на связи точек оригинала и образа

$$\forall (x, y) \in S \exists (x', y') \in P_0, (x, y) \leftrightarrow (x', y'). \quad (3)$$

Условие (3) можно назвать условием связи оригинала и образа: любой точке  $(x, y)$ , принадлежащей оригиналу  $S$ , взаимно однозначно соответствует точка  $(x', y')$  образа  $P_0$  и, наоборот, любой точке  $(x', y')$  образа  $P_0$  — точка  $(x, y)$  оригинала  $S$ .

Условие (3) позволяет получить аналитическое описание взаимного и однозначного соответствия оригинала и образа. Для этого необходимо найти временную зависимость координат точки  $(x', y')$ , соответствующих условию (3), в неподвижной системе координат  $OXYZ$ . Искомое соотношение выводится из принадлежности трех точек одной прямой линии: центра излучателя; точки  $(x, y, z) \in S$ ; эквивалентной  $(x, y, z)$  точки  $(x', y', z')$ , но в системе координат  $OXYZ$ . Приведем необходимый ряд преобразований, которые основываются на подходе [14, 23].

В начальный момент времени  $t = 0$  центр излучающего пятна имеет координаты  $(0, 0, F)$ . За время  $t$  центр излучателя переместится в точку с координатами  $(V_x t, 0, F)$ . Пусть точка с координатами  $(x, y, D)$  принадлежит зоне интереса, то есть  $(x, y, D) \in S$ . В процессе процедуры контроля она не перемещается.

В соответствии с условием связи оригинала и образа находятся координаты точки, эквивалентной точке  $(x, y, D)$  в момент времени  $t$  с начала процедуры контроля:

$$\begin{aligned} x_R(t) &= -V_x t \frac{D}{F-D} + x \left( 1 + \frac{D}{F-D} \right) \\ y_R(t) &= y \left( 1 + \frac{D}{F-D} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

Скорость перемещения регистратора  $V_R$  связана со скоростью перемещения источника рентгеновского излучения  $V_x$  следующим соотношением:

$$V_R = -V_x \frac{D}{F-D}. \quad (5)$$

Выражение (5) связывает скорость перемещения регистратора рентгеновского излучения со скоростью перемещения источника и параметрами геометрической схемы контроля в линейной томографии.

Условие (3) с учетом (4), (5) можно записать как:

$$\begin{aligned} x'_R(t) &= x \left( 1 + \frac{D}{F-D} \right) - x_A(0) = x'_R(0) \\ y'_R(t) &= y \left( 1 + \frac{D}{F-D} \right) - y_A(0) = y'_R(0) \end{aligned} \quad (6)$$

Равенство (6) является необходимым и в динамической геометрической схеме сканирования применительно к цифровой линейной томографии. В совокупности с выражениями (4), (5) оно является составной частью математической модели формирования изображений в ЦЛТ.

## 1.2. Математическая модель формирования промежуточных и итоговых изображений в цифровой линейной томографии

### 1.2.1. Основы модели

Отличие разрабатываемой модели от существующих математических моделей формирования цифровых радиографических изображений заключается в непрерывном временном изменении геометрии контроля и кажущемся временном изменении объекта контроля, обусловленным непрерывным изменением ракурса, под которым объект просматривается.

Рассмотрим модель системы ЦЛТ на основе матричного регистратора и источника рентгеновского излучения. Пусть регистратор имеет физические размеры  $L_x \times L_y$  в мм<sup>2</sup> с количеством элементов изображения  $M \times N$  пикселей, характеризуется материалом и толщиной радиационно-чувствительного преобразователя (РЧП). Материал РЧП определяется эффективным атомным номером  $Z_d$  и плотностью  $\rho_d$ . Важнейшим параметром регистратора является разрядность аналогово-цифрового преобразователя (АЦП)  $k$ . Вспомогательными (расчетными) параметрами являются физические размеры пикселя:  $l_x \times l_y$ ,  $l_x = L_x/M$ ,  $l_y = L_y/N$ .

К основным характеристикам источника рентгеновского излучения относятся: максимальная энергия рентгеновского излучения  $E_{\max}$ ; энергетический спектр излучения  $f(E, E_{\max})$ ; толщина и параметры материала предварительного фильтра рентгеновского излучения  $h_f, Z_f, \rho_f$ .

Геометрическую схему сканирования характеризуют расстояние  $F$  между линиями, по которым двигаются центры излучателя и регистратора рентгеновского излучения, и расстояние  $D$  от оси зоны интереса до регистратора. Согласованность перемещений источника и регистратора достигается связью скоростей  $V_x$  и  $V_R$ , описываемой формулой (5).

Отметим, что в ЦЛТ нет необходимости интегрировать распределение аналогового сигнала по поверхности регистратора (бесконечную последовательность виртуальных изображений) за все

время измерения  $t_{\text{tot}}$ . Предпочтительным является получение набора промежуточных цифровых радиографических изображений  $\mathbf{P}_i$ ,  $i = 1 \dots i_0$  через равные промежутки времени  $\Delta t$  —  $\Delta t = t_{\text{tot}}/i_0$ . В последующем может быть проведено суммирование этих изображений или любые другие математические действия.

Сделаем несколько допущений, которые позволят существенно ускорить процесс вычислений, без потери общности модели: первое — для рассматриваемых систем  $l_x \ll F$  и  $l_y \ll F$ , поэтому можно не учитывать расходимость пучка в физических пределах отдельного пикселя, второе — перемещение источника и регистратора за время  $\Delta t$  сопоставимо с физическим размером пикселя по оси  $x$ . Разумеется, второе допущение является излишне жестким, но на стадии имитационного моделирования систем ЦЛТ вполне приемлемо, так как интервал  $\Delta t$  может быть разбит на несколько интервалов.

Опишем этапы формирования промежуточных изображений.

Формируемые изображения представляют собой дискретные наборы точек — матрицы размером  $M \times N$ . Каждый пиксель изображений определяется парой  $(i, j)$ ,  $i = 1 \dots M$ ,  $j = 1 \dots N$ . Точка с координатами  $x'$ ,  $y'$  принадлежит пикселю  $(i, j)$ , если

$$i = [x'/l_x] + 1, j = [y'/l_y] + 1, \quad (7)$$

где  $[arg]$  — целая часть аргумента  $arg$ .

На первом этапе (стадии предварительных измерений) формируется последовательность цифровых изображений для выключенного источника рентгеновского излучения, которая оценивает выборочные средние значения оцифрованных темновых сигналов по матрице фотопреобразователей. На выходе этого этапа будет сформировано изображение  $\mathbf{B} = B_{ij}$ , необходимое для калибровки «по-черному». Оно не зависит от взаимного расположения источника и регистратора излучения, поэтому формируется заранее.

На втором этапе формируется последовательность промежуточных изображений  $\mathbf{WB}^n$  без объекта контроля, но с соблюдением соответствующей геометрии сканирования. Пусть изображения формируются через промежутки времени длительностью  $\Delta t$ . Здесь и далее индекс  $n$  определяет текущее время  $t_n = n\Delta t$  и положения источника и детектора излучения. Для удобства назовем переменную  $n$  номером состояния. Приведем необходимые выражения для текущей координаты  $x_n$  центра излучателя и текущей координаты  $x_{Rn}$  угловой точки регистратора. Эти выражения требуются и для следующего этапа:

$$\begin{aligned} x_n &= V_x n \Delta t \\ x_{Rn} &= -V_x n \Delta t \frac{D}{F - D} + x_R \left( 1 + \frac{D}{F - D} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Полученные изображения подвергаются калибровке «по-черному», в результате получается набор изображений  $\mathbf{W}^n = \mathbf{WB}^n - \mathbf{B}$ . Изображения  $\mathbf{W}^n$  необходимы для проведения калибровки «по-белому». Этот этап является затратным по времени, но без изображений  $\mathbf{W}^n$  невозможно получить высококачественное изображение зоны интереса.

Аналогично [24] выражение, позволяющее оценить промежуточное первичное радиографическое изображение  $\mathbf{JB}^n$  с точностью до коэффициента преобразования энергии, имеет вид

$$JB_{ij}^n = \frac{l_x l_y \cos \theta_{ij}^n N_0}{(F_{ij}^n)^2} \int_0^{E_{\max}} E_{\text{ab}}(E, \theta_{ij}^n) f(E, E_{\max}) \exp \left( - \int_0^{h(n,i,j)} m(E, Z^n(l)) \rho^n(l) dl \right) \varepsilon(E, \theta_{ij}^n) dE + B_{ij}. \quad (9)$$

Сделаем ряд необходимых пояснений относительно переменных в выражении (9):

$\theta_{ij}^n$  — угол между нормалью к регистратору и направлением из источника излучения на центр пикселя с координатами  $(i, j)$  для  $n$ -го состояния;

$N_0$  — количество фотонов, вылетающих из источника в единицу телесного угла за время измерения;

$F_{ij}^n$  — расстояние от источника до центра пикселя с координатами  $(i, j)$  для  $n$ -го состояния;

$E_{\text{ab}}(E, \theta_{ij}^n)$  — среднее значение поглощенной энергии зарегистрированного фотона с энергией  $E$ ;

$B_{ij}$  — энергетический эквивалент темнового сигнала с канала, соответствующего пикселю с координатами  $(i, j)$ ;

$h(n, i, j)$  — толщина ОК по направлению от источника до центра пикселя с координатами  $(i, j)$  для  $n$ -го состояния;  
 $\varepsilon(E, \theta_{ij}^n)$  — эффективность регистрации излучения;  
 $m$  — массовый коэффициент ослабления (МКО) излучения;  
 $Z^n(l), \rho^n(l)$  — распределения эффективного атомного номера и плотности материала ОК по лучу, связывающему источник излучения и центр пикселя с координатами  $(i, j)$  для  $n$ -го состояния.  
 Значения расстояний  $F_{ij}^n$  оценим с помощью выражения

$$F_{ij}^n = \sqrt{(x_n - x_{ij}^n)^2 + (y_n - y_{ij}^n)^2 + (z_n - z_{ij}^n)^2}. \quad (10)$$

Координаты центра излучателя и центров  $ij$ -х детекторов (пикселей), необходимые для вычислений по формуле (10), определим по формулам

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_x n \Delta t \\ 0 \\ F \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x_{ij}^n \\ y_{ij}^n \\ z_{ij}^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_x i - \frac{l_x}{2} - V_x n \Delta t \frac{D}{F-D} \\ l_y j - \frac{l_y}{2} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Соответствующие выражения для косинусов углов  $\cos \theta_{ij}^n$  запишем следующим образом:

$$\cos \theta_{ij}^n = \frac{z_{ij}^n - z_n}{F_{ij}^n}. \quad (12)$$

Толщины  $h(n, i, j)$  и распределения  $m(E, l), \rho(l)$  по соответствующему лучу определяются исходя из формы и внутренней структуры конкретного объекта контроля.

### 2.2.2. Оцифровка и калибровка изображений

Первичные виртуальные калибровочные и теневые изображения  $\mathbf{B}, \mathbf{WB}^n, \mathbf{JB}^n$  с помощью АЦП трансформируются в соответствующие цифровые изображения  $\mathbf{B}_d, \mathbf{WB}_d, \mathbf{JB}_d$

$$B_{dij} = \left\lfloor \frac{B_{ij}}{\Delta} \right\rfloor, WB_{dij}^n = \left\lfloor \frac{WB_{ij}^n}{\Delta} \right\rfloor, JB_{dij}^n = \left\lfloor \frac{JB_{ij}^n}{\Delta} \right\rfloor, \Delta = \frac{C \max(B)}{2^k - 1}, C > 1. \quad (13)$$

Коэффициент  $C$  не позволяет цифровым сигналам превысить максимальное значение  $2^k - 1$  для любого уровня шумов.

Выше отмечено, что калибровка «по-черному» сводится к вычитанию темнового сигнала. В результате формируются цифровые изображения  $\mathbf{W}_d^n$  (без ОК) и  $\mathbf{I}_d^n$  (с ОК)

$$W_{dij}^n = WB_{dij}^n - B_{dij}, I_{dij}^n = JB_{dij}^n - B_{dij}. \quad (14)$$

Калибровка «по-белому» предназначена для устранения неоднородности коэффициентов преобразования энергии по массиву детекторов, поэтому формула для оценки  $ij$ -го элемента соответствующего изображения  $\mathbf{P}^n$  с координатами имеет вид

$$P_{ij}^n = \frac{I_{dij}^n}{W_{dij}^n}. \quad (15)$$

Из практических соображений изображение  $\mathbf{P}$  подвергают дополнительному логарифмическому преобразованию

$$Y_{ij}^n = -\ln P_{ij}^n. \quad (16)$$

Изображение  $\mathbf{Y}^n$  представляет собой распределение оценок толщины ОК в длинах свободного пробега (д.с.п.) и суженный диапазон изменения толщины ОК в д.с.п. позволяет качественно визуализировать конечное изображение с учетом ограничений на число полутонов.

### 2.2.3. Формирование конечного изображения цифровой линейной томографии

Линейная томография отличается крайней простотой формирования конечного изображения. В ЦЛТ алгоритм обработки также не отличается сложностью.

Конечное изображение  $\mathbf{T}$  равняется сумме всей совокупности промежуточных изображений  $\mathbf{Y}^n$

$$T_{ij} = \sum_{n=1}^{n_0} Y_{ij}^n. \quad (17)$$

В выражении значение  $n_0$  равно общему количеству возможных дискретных состояний (положений) системы при взаимном перемещении источника и регистратора друг относительно друга.

### 2.2.4. Визуализация изображений в цифровой реализации линейной томографии

Математическая модель ЦЛТ будет неполной без описания процесса визуализации конечного изображения линейной томографии.

В качестве алгоритма процесса формирования полутонового изображения  $\mathbf{G}$  из изображения  $\mathbf{T}$  может быть использовано линейное преобразование с максимальным использованием полутонов шкалы серого

$$G_{ij} = 255 \left[ \frac{T_{ij} - T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}} \right], \quad (18)$$

здесь  $T_{\min} = \min(\mathbf{T})$ ;  $T_{\max} = \max(\mathbf{T})$ .

Для использования приведенных выше основ модели в практических приложениях необходимо создать модель ОК, которая должна содержать описание внутренней структуры ОК и конкретизацию связи внутренней структуры со всей совокупностью промежуточных первичных радиографических изображений.

## 2. МОДЕЛЬ ОБЪЕКТА КОНТРОЛЯ

### 2.1. Описание внутренней структуры объектов контроля

Естественно принять, что внутренняя структура ОК для любого из состояний системы «источник — регистратор» неизменна.

Пусть  $\Phi$  — часть пространства, занимаемая ОК и доступная для просмотра системой «источник — регистратор». В любой точке  $(x, y, z) \in \Phi$  материал ОК характеризуется двумя физическими параметрами: эффективным атомным номером  $Z$  и плотностью  $\rho$ . Эффективный атомный номер  $Z$  определяет значение МКО излучения  $m$ , необходимое для имитации первичных промежуточных изображений ОК по формуле (9).

Из сказанного выше следует, что внутреннюю структуру ОК определяют два множества  $\mathbf{Z} = \{Z(x, y, z), (x, y, z) \in \Phi\}$  и  $\rho = \{\rho(x, y, z), (x, y, z) \in \Phi\}$ .

### 2.2. Связь внутренней структуры объекта контроля с промежуточным первичным радиографическим изображением

Выражение (9) в обобщенном виде описывает искомую связь, для его использования на практике необходимо подробно описать показатель экспоненты в (9))

$$p(E, n, i, j) = \int_0^{h(n, i, j)} m(E, Z^n(l)) \rho^n(l) dl. \quad (19)$$

Уравнение линии, проходящей через источник излучения и центр пикселя с координатами  $(i, j)$  для  $n$ -го состояния, в параметрическом виде запишем следующим образом:

$$\frac{x - x_{ij}''}{x_n - x_{ij}''} = \frac{y - y_{ij}''}{y_n - y_{ij}''} = \frac{z - z_{ij}''}{z_n - z_{ij}''} = q. \quad (20)$$

Выражение (19) в этом случае трансформируется в формулу

$$p(E, n, i, j) = \int_{z_1(n, i, j)}^{z_2(n, i, j)} m(Z^n(x, y, z), E) \rho(x, y, z) dz. \quad (21)$$

В (21)  $z_1(n, i, j)$  и  $z_2(n, i, j)$  — диапазон изменения координаты  $z$  по линии (20) для точек, принадлежащих ОК.

Формулы (9)—(21) представляют собой математическую модель цифровой системы линейной томографии, которая может быть использована для анализа влияния того или иного физического или технического фактора на качество получаемых изображений методом вычислительного эксперимента. Указанные формулы являются базой для алгоритма имитационного моделирования конечных изображений ЦЛТ.

Ниже для иллюстрации рассмотрим пример формирования изображений некоторых тестовых объектов методом, описанным выше.

### 3. ПРИМЕР ФОРМИРОВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ И ИТоговых Изображений в цифровой линейной томографии

Помимо разработки математической и имитационной моделей ЦЛТ, основной целью данной статьи является иллюстрация главного преимущества анализируемого метода — частичного устранения наложения теней фрагментов ОК, характерного для цифровой радиографии. Кроме этого, необходимо продемонстрировать возможность различения локальных неоднородностей по плотности и расположению в объеме ОК.

Для реализации поставленных целей необходим специализированный тестовый объект. В качестве его примера может быть выбран барьер толщиной  $H$  с несколькими локальными сферическими фрагментами из материалов, отличающихся по плотности и эффективному атомному номеру от основного материала барьера. Материал барьера характеризуется параметрами  $(\rho_0, Z_0)$ . Локальные фрагменты в форме сфер с радиусами  $r_k$  состоят из материалов с плотностями  $\rho_k$  и эффективными атомными номерами  $Z_k$ , а центры сфер привязаны к точкам с координатами  $(x_k, y_k, z_k)$ . На рис. 2 приведено сечение тестового объекта.

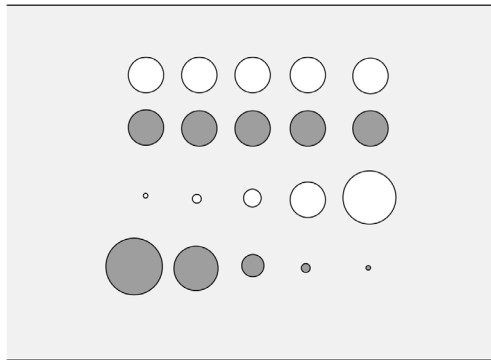


Рис. 2. Сечение тестового объекта.

В соответствии с подходом, описанным выше, структура тестового объекта определяется множествами  $\mathbf{Z}$  и  $\rho$ , соответствующие им функции  $Z(x, y, z)$ ,  $\rho(x, y, z)$  для рассматриваемого случая имеют вид

$$\begin{pmatrix} \rho(x, y, z) \\ Z(x, y, z) \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} \rho_k \\ Z_k \end{pmatrix}, \exists k, 1 \leq k \leq k_0, (x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 + (z - z_k)^2 \leq r_k^2 \\ \begin{pmatrix} \rho_0 \\ Z_0 \end{pmatrix}, \forall k, 1 \leq k \leq k_0, (x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 + (z - z_k)^2 > r_k^2 \end{cases}. \quad (22)$$

Таблица 1

Параметры локальных неоднородностей

| Ряд | $r_p, i=1...4$ | $\rho_p, i=1...4$      | $Z_p, i=1...4$ | $x_p, i=1...4$ | $y_p, i=1...4$ | $z_p, i=1...4$ |
|-----|----------------|------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1   | 2,5 мм         | 0 г/см <sup>3</sup>    | 8              | 75+i×15 мм     | 300 мм         | 420 мм         |
| 2   | 2,5 мм         | 3,95 г/см <sup>3</sup> | 10,58          | 75+i×15 мм     | 300 мм         | 440 мм         |
| 3   | 5/i мм         | 0 г/см <sup>3</sup>    | 8              | 75+i×15 мм     | 300 мм         | 460 мм         |
| 4   | 1×i мм         | 3,95 г/см <sup>3</sup> | 10,58          | 75+i×15 мм     | 300 мм         | 480 мм         |

В качестве тестового объекта был выбран барьер из алюминия толщиной 100 мм ( $Z_0 = 13$ ,  $\rho_0 = 2,7$  г/см<sup>3</sup>) с двадцатью сферическими локальными неоднородностями,  $k_0 = 20$ . В табл. 1 приведены параметры локальных неоднородностей, расположенных в четыре ряда. Схематичное сечение подобного объекта приведено на рис. 2.

Моделирование проводилось для следующих условий:

максимальная энергия рентгеновского излучения  $E_{\max} = 450$  кэВ;

расстояние от источника излучения до ТО — 500 мм;

расстояние от источника излучения до регистратора — 1000 мм;

размер активной части регистратора — 400×400 мм; пикселя — 200×200 мкм<sup>2</sup>; толщина радиационно-чувствительного объема из Gd<sub>2</sub>O<sub>2</sub>S (оксисульфид гадолиния) —  $h = 0,3$  мм;

количество фотонов, вылетающих из источника в единицу телесного угла за время измерения  $N_0$  —  $10^{10}$ ;

количество состояний системы  $n$  — 300.

На рис. 3 приведены изображения слоев интереса и радиографические изображения с наложением теней для нескольких состояний системы.

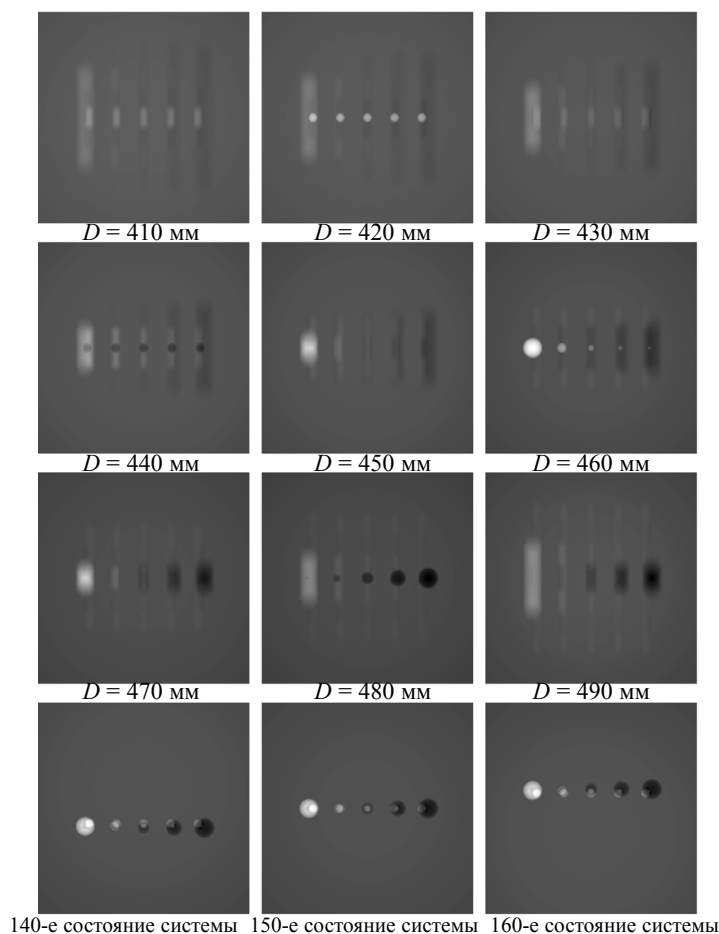


Рис. 3. Изображения слоев интереса и радиографические изображения с наложением теней.

На изображениях слоев интереса, соответствующих расположению рядов локальных неоднородностей, поры и уплотнения выявляются с достаточной четкостью, на радиографических изображениях тени неоднородностей накладываются друг на друга.

Отметим, что наличие размытых теней, размеры которых связаны с параметрами системы ЦЛТ, позволяет определить расположение слоев с локальными неоднородностями. В этой ситуации совокупность промежуточных изображений ЦЛТ будет представлять собой набор проекций, который может быть обработан алгоритмами ЦТС в различных его реализациях [25]. Дополнение ЦТС методом дуальных энергий существенно повысит информативную способность метода [26, 27] и позволит идентифицировать материалы ОК и локальных неоднородностей, что обуславливает возможность применения систем ЦЛТ в досмотровом контроле багажа и ручной клади.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработаны математическая и имитационная модели цифровой линейной томографии, которые учитывают геометрические параметры схемы контроля, максимальную энергию рентгеновского излучения, конструкцию цифрового детектора, разрядность аналого-цифрового преобразователя. Модели реализованы в виде алгоритма и программы в системе математических вычислений MathCad. Результаты вычислительного эксперимента для тестового объекта со сферическими локальными неоднородностями подтверждают эффективность применения полученной математической модели, алгоритма и программы имитационного моделирования. Полученные модели и программа могут быть использованы для обоснования возможности применения систем линейной томографии для контроля разнообразных объектов, анализа влияния различных физических и технических факторов на качество контроля и совершенствования алгоритмов обработки изображений.

Исследование проводилось в Томском политехническом университете в рамках гранта Программы повышения конкурентоспособности Томского политехнического университета.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Glasser O.* WC Roentgen and the discovery of the Roentgen rays // *AJR. American journal of roentgenology*. 1995. V. 165. No. 5. P. 1033—1040.
2. *Goodman P.C.* The new light: discovery and introduction of the X-ray // *AJR. American journal of roentgenology*. 1995. V. 165. No. 5. P. 1041—1045.
3. *Singh R.* The Nobel Laureate WC Roentgen and His X-Rays // *Indian Journal of History of Science*. 2016. V. 51. P. 521—530.
4. *Korner M., Weber C.H., Wirth S., Pfeifer K.J., Reiser M.F., Treitl M.* Advances in digital radiography: physical principles and system overview // *Radiographics*. 2007. V. 27. No. 3. P. 675—686.
5. *Seynaeve P.C., Broos J.I.* The history of tomography // *Journal belge de radiologie*. 1995. V. 78. No. 5. P. 284—288.
6. *Bocage M.* Procédé et dispositifs de radiographie sur plaque en mouvement // *Franz Patentschrift*. 1922. V. 536. P. 464.
7. *Friedland G.W., Thurber B.D.* The birth of CT // *AJR. American journal of roentgenology*. 1996. V. 167. No. 6. P. 1365—1370.
8. *Kalender W.A.* Computed tomography: fundamentals, system technology, image quality, applications. 2nd edition. Publicis Corporate Publishing, 2005. 304 p.
9. *Dobbins J.T.* Tomosynthesis imaging: at a translational crossroads // *Medical physics*. 2009. V. 36. No. 6. Part 1. P. 1956—1967.
10. *Нукитин М.М., Ратобильский Г.В.* Цифровой томосинтез в диагностике и контроле эффективности лечения туберкулеза органов дыхания (обзор литературы) // *Медицинская визуализация*. 2016. № 3. С. 95—102.
11. *Nevgasymyi A.A., Miroshnichenko N.S., Miroshnichenko S.I.* Modification of the digital radiographic units with the linear tomography mode to units with the tomosynthesis mode / 38th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO). IEEE, 2018. P. 402—405.
12. *Senchurov S., Motolyga O.* The enhancement of the linear X-Ray tomography with digital tomosynthesis algorithms / XXXIII International Scientific Conference (ELNANO). IEEE, 2013. P. 319—321.
13. *Gomi T., Hirano H., Nakajima M., Umeda T.* X-ray digital linear tomosynthesis imaging // *Journal of Biomedical Science and Engineering*. 2011. V. 4. No. 6. P. 443—453.
14. *Dobbins III J.T., Godfrey D.J.* Digital X-ray tomosynthesis: current state of the art and clinical potential // *Physics in medicine & biology*. 2003. V. 48. No. 19. P. R65—R106.
15. *Kanter B.M., Artemiev B.V., Vladimirov L.V., Artemyev I.B.* Challenges in X-ray medical diagnosis // *Biomedical Engineering*. 2017. V. 50. No. 6. P. 410—415.

16. *Wakimoto K., Blunt J., Carlos C., Monteiro P.J., Ostertag C.P., Albert R.* Digital laminography assessment of the damage in concrete exposed to freezing temperatures // *Cement and Concrete Research*. 2008. V. 38. No. 10. P. 1232—1245.
17. *Shi X., Fu J., Wang J., Yuan Q., Huang W., Zhang K., Zhu P., Jiang B.* Development of synchrotron radiation computed laminography for plate-shell structures / *Selected Papers of the Chinese Society for Optical Engineering Conferences held October and November 2016*. International Society for Optics and Photonics, 2017. V. 10255. No article 102551M.
18. *Tada M., Matsui H.* Computed laminography XAFS / *XAFS Techniques for Catalysts, Nanomaterials, and Surfaces*. Springer, Cham, 2017. P. 149—155.
19. *Zhu H., Roehrig H., Hayworth M.* Method for improving image quality in digital linear tomography // *Image and Vision Computing*. 1986. V. 4. No. 1. P. 25—28.
20. *Воронков О.Ю., Синютин С.А.* Метод получения лучевых сумм при моделировании установок для томосинтеза на основе алгоритма Брезенхема // *Изв. Южного федерального университета. Техн. науки*. 2017. № 6 (191). С. 189—200.
21. *Ge J., Chan H.P., Sahiner B., Zhang Y., Wei J., Hadjiiski L.M., Zhou C.* Digital tomosynthesis mammography: Intra- and interplane artifact reduction for high-contrast objects on reconstructed slices using a priori 3D geometrical information / *Medical Imaging 2007: Image Processing*. International Society for Optics and Photonics, 2007. V. 6512. No. article 65124Q.
22. *Buzzi A.E., Suárez M.V.* Tomografía lineal: nacimiento, gloria y ocaso de un método // *Revista argentina de radiología*. 2013. V. 77. No. 3. P. 236—244.
23. *Gondrom S., Zhou J., Maisl M., Reiter H., Kröning M., Arnold W.* X-ray computed laminography: an approach of computed tomography for applications with limited access // *Nuclear engineering and design*. 1999. V. 190. No. 1-2. P. 141—147.
24. *Udod V.A., Osipov S.P., Wang Y.* The mathematical model of image, generated by scanning digital radiography system // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. IOP Publishing, 2017. V. 168. No. 1. No. article 012042.
25. *Ewert U., Baranov V.A., Borchardt K.* Cross-sectional imaging of building elements by new non-linear tomosynthesis techniques using imaging plates and  $^{60}\text{Co}$  radiation // *NDT & E International*. 1997. V. 30. No. 4. P. 243—248.
26. *Κούκου Β.* Methodology development for breast cancer diagnosis using dual energy X-rays and digital tomosynthesis: Doctoral dissertation. Rio-Patras, Greece: University of Patras, 2017. 126 p.
27. *Gomi T., Sakai R., Goto M., Hara H., Watanabe Y.* Development of a novel algorithm for metal artifact reduction in digital tomosynthesis using projection-based dual-energy material decomposition for arthroplasty: A phantom study // *Physica Medica*. 2018. V. 53. P. 4—16.