

Нелинейные системы

© 2022 г. А.Н. ЖИРАБОК, д-р техн. наук (zhirabok@mail.ru),
А.В. ЗУЕВ, канд. техн. наук (zuev@dvo.ru)
(Дальневосточный федеральный университет, Владивосток;
Институт проблем морских технологий ДВО РАН, Владивосток),
В.Ф. ФИЛАРЕТОВ, д-р техн. наук (filaretov@inbox.ru)
(Институт автоматике и процессов управления ДВО РАН,
Владивосток),
А.Е. ШУМСКИЙ, д-р техн. наук (a.e.shumsky@yandex.con),
КИМ ЧХУН ИР (kim.ci@dvfu.ru)
(Дальневосточный федеральный университет, Владивосток)

КАНОНИЧЕСКАЯ ФОРМА ЖОРДАНА В ЗАДАЧАХ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ И ОЦЕНИВАНИЯ¹

Предлагается метод решения задач диагностирования и оценивания на основе канонической формы Жордана. Рассматриваются задачи построения диагностических наблюдателей, виртуальных датчиков, а также интервальных и скользящих наблюдателей. Алгоритмы решения указанных задач предназначены как для линейных, так и нелинейных систем при наличии внешних возмущений и шумов измерений. Показано, что использование канонической формы Жордана позволяет в ряде случаев уменьшить сложность наблюдателей и датчиков и упростить процедуру их синтеза по сравнению с идентификационной канонической формой. Изложенное иллюстрируется практическим примером.

Ключевые слова: динамические системы, каноническая форма Жордана, дефекты, диагностирование, оценивание.

DOI: 10.31857/S0005231022090021, EDN: AILGQC

1. Введение и постановка задачи

Различные канонические формы (КФ) динамических систем играют важную роль в решении многих задач теории и практики, см., например, [1–3]. Они позволяют существенно упростить решение многих задач и получить простые алгоритмы их решения, что существенно для реализации этих алгоритмов средствами вычислительной техники. В частности, в задачах диагностирования и оценивания активно используется идентификационная КФ (ИКФ) [1, 4], позволяющая получить простые процедуры синтеза соответствующих наблюдателей. При этом устойчивость наблюдателя обеспечивается за счет обратной связи по сигналу невязки.

¹ Работа поддержана Российским научным фондом (проект № 22-29-01303).

Последние годы для решения задач построения так называемых интервальных наблюдателей стала активно применяться КФ Жордана [5, 6], которая ранее использовалась при анализе свойства самокоррекции сбоев [7]. Матрица, описывающая динамику системы и реализованная в жордановой КФ, при соответствующем выборе собственных чисел обеспечивает устойчивость наблюдателя и является метцлеровой, т.е. ее внедиагональные элементы неотрицательны. Эти свойства позволяют гарантировать, что интервальный наблюдатель в каждый момент времени вырабатывает оценку множества допустимых значений вектора состояния системы с неопределенностями.

Анализ жордановой КФ показал, что помимо гарантии устойчивости она позволяет упростить процедуру обеспечения нечувствительности наблюдателя к возмущениям и в ряде случаев уменьшить его размерность за счет отсутствия необходимости обеспечивать устойчивость специальными средствами. В работе разрабатываются методы применения этой КФ для решения задач построения диагностических и скользящих наблюдателей, виртуальных датчиков, а также интервальных наблюдателей в постановке более общей, нежели в [5, 6]. Указанные задачи решаются для класса систем, описываемых нелинейной моделью

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t) + C\Psi(x(t), u(t)) + Dd(t) + L\rho(t), \\ y(t) &= Hx(t) + w(t), \end{aligned}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^l$ — векторы состояния, управления и выхода; F и G — постоянные матрицы, описывающие линейную динамику; H , C , L и D — известные постоянные матрицы, $d(t)$ — скалярная функция, описывающая дефекты: если они отсутствуют, то $d(t) = 0$, при их появлении $d(t)$ становится неизвестной ограниченной функцией времени, $\|d(t)\| \leq d_*$; $\rho(t) \in \mathbb{R}^p$ описывает возмущения, действующие на систему, предполагается, что $\rho(t)$ — неизвестная ограниченная функция времени, $\|\rho(t)\| \leq \rho_*$; $w(t) \in \mathbb{R}^l$ — неизвестная ограниченная функция времени, описывающая шумы измерений, $\|w(t)\| \leq w_*$; $\Psi(x, u)$ — нелинейная составляющая, представленная в виде

$$\Psi(x, u) = \begin{pmatrix} \varphi_1(A_1x, u) \\ \dots \\ \varphi_q(A_qx, u) \end{pmatrix},$$

A_1, \dots, A_q — известные постоянные матрицы-строки, $\varphi_1, \dots, \varphi_q$ — нелинейные функции, возможно, недифференцируемые. Предполагается, что функция $C\Psi(x, u)$ удовлетворяет условию Липшица по аргументу x :

$$(1.2) \quad \|C(\Psi(x, u) - \Psi(x', u))\| \leq N\|x - x'\|,$$

где $N > 0$.

Влияния параметрических неопределенностей в статье не рассматривается, это предмет отдельного исследования. Остановимся вначале на классе линейных систем, когда $C = 0$.

2. Построение диагностического наблюдателя

В основе решения всех рассматриваемых задач лежит модель системы (1.1) минимальной размерности, нечувствительная к возмущению, которая при отсутствии дефектов, шумов и возмущений описывается уравнением

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \dot{x}_*(t) &= F_*x_*(t) + G_*u(t) + J_*y(t), \\ y_*(t) &= H_*x_*(t), \end{aligned}$$

где $x_*(t) \in \mathbb{R}^k$, $k < n$ — размерность модели, $y_* \in \mathbb{R}$, F_* , G_* , J_* , H_* — матрицы, подлежащие определению. При решении задачи диагностирования будем предполагать, что $w(t) = 0$; присутствие в измерениях шумов может быть учтено использованием адаптивного порога независимо от вида применяемой КФ, поэтому в работе этот вопрос не обсуждается.

Будем полагать, что при отсутствии дефектов, шумов и возмущений справедливы равенства $x_*(t) = \Phi x(t)$ и $y_*(t) = R_*y(t)$, где Φ и R_* — некоторые постоянные матрицы. Известно [8], что они удовлетворяют условиям

$$(2.2) \quad \Phi F = F_*\Phi + J_*H, \quad R_*H = H_*\Phi, \quad \Phi G = G_*.$$

Критерии разрешимости этих уравнений приведены в [8].

Задача диагностирования включает в себя три подзадачи: обнаружение дефекта, поиск дефекта и его идентификация. Диагностический наблюдатель решает первую задачу путем формирования невязки $r(t) = R_*y(t) - y_*(t)$, равной нулю при отсутствии дефектов и возмущений; при появлении дефектов невязка становится отличной от нуля. Ниже решается задача обнаружения, идентификации посвящен раздел 5.

Для построения модели (2.1) матрицы F_* и H_* традиционно ищутся в ИКФ:

$$F_* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad H_* = (1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0).$$

Это позволяет получить простые уравнения для определения матриц, описывающих модель (2.1) [1, 8], и обеспечить устойчивость наблюдателя путем введения обратной связи по сигналу невязки $r(t)$ с матрицей $K = (k_1 \ k_2 \ \dots \ k_k)^T$, задавая собственные числа $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$, которые будем полагать разными и отрицательными.

В отличие от этого, в работе предлагается искать матрицу F_* в КФ Жордана, имеющую диагональный вид

$$(2.3) \quad F_* = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_k \end{pmatrix}.$$

В принципе к такому виду модель, реализованная в ИКФ с обратной связью K , может быть приведена преобразованием подобия, матрица которого может быть составлена из собственных векторов матрицы $F_* - KH_*$. Известно, что преобразование подобия сохраняет собственные числа [9], поэтому полученный наблюдатель будет характеризоваться матрицей (2.3).

Предлагается обойтись без преобразования подобия, а сразу задавать матрицу F_* в жордановой форме (2.3). Уравнение $\Phi F = F_*\Phi + J_*H$ в этом случае распадается на k независимых уравнений:

$$(2.4) \quad \Phi_i F = \lambda_i \Phi_i + J_{*i} H, \quad i = 1, 2, \dots, k,$$

где Φ_i и J_{*i} — i -е строки матриц Φ и J_* соответственно. Дополнительное требование $\Phi_i L = 0$ — нечувствительность к возмущениям — учитывается следующим образом. Введем матрицу L_0 максимального ранга, такую, что $L_0 L = 0$, тогда $\Phi = S L_0$ для некоторой матрицы S . В результате уравнение (2.4) может быть записано в виде

$$(2.5) \quad (S_i \quad - J_{*i}) \begin{pmatrix} L_0(F - \lambda_i I_n) \\ H \end{pmatrix} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k,$$

где I_n — единичная $n \times n$ -матрица, S_i — i -я строка матрицы S . Это уравнение разрешимо, если

$$\text{rank} \begin{pmatrix} L_0(F - \lambda_i I_n) \\ H \end{pmatrix} < \text{rank}(L_0(F - \lambda_i I_n)) + \text{rank}(H).$$

Матрицы R_* и H_* определяются из уравнения $R_* H = H_* \Phi$, записанного в виде

$$(2.6) \quad (R_* \quad - H_*) \begin{pmatrix} H \\ \Phi \end{pmatrix} = 0,$$

которое разрешимо, когда выполняется ранговое неравенство

$$(2.7) \quad \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix} < \text{rank}(\Phi) + \text{rank}(H).$$

Задавая конкретные значения $\lambda_i < 0$, из уравнения (2.5) необходимо, прежде всего, найти такую строку $\Phi_1 = S_1 L_0$ матрицы Φ , для которой выполняется условие чувствительности к дефекту $\Phi_1 D \neq 0$. Затем найти минимальное число строк Φ_i , для которых вместе с Φ_1 выполняется условие (2.7), при этом удаление каждой такой строки из проверки (2.7) нарушает это условие. Матрицы J_* , R_* и H_* определяются из (2.5) и (2.6) соответственно. Вычислением матрицы $G_* = \Phi G$ заканчивается процесс построения наблюдателя, обладающего требуемыми показателями переходного процесса.

Замечание 1. Скалярный характер функции $d(t)$ соответствует однократным дефектам, которые являются наиболее вероятными. Дефекты кратности s могут быть описаны векторной функцией $d(t) \in \mathbb{R}^s$ и $(n \times s)$ -матрицей D . В этом случае правило решения уравнения (2.5) модифицируется следующим образом: “Задавая конкретные значения $\lambda_i < 0$, из уравнения (2.5) необходимо найти такие строки Φ_1, \dots, Φ_c матрицы Φ , что для каждого столбца $D^{(i)}$ матрицы D найдется строка Φ_j с условием $\Phi_j D^{(i)} \neq 0$. Затем найти минимальное число строк Φ_z , для которых вместе с Φ_1, \dots, Φ_c выполняется условие (2.7).”

Замечание 2. Если уравнение (2.5) или (2.6) не имеет решений, наблюдатель, не чувствительный к возмущениям, не может быть построен, в этом случае необходимо обратиться к робастным методам, описанным в разделе 7.

3. Построение виртуального датчика

Одним из препятствий на пути реализации методов диагностирования может быть недостаточное число датчиков, которыми оснащена диагностируемая система. Введение дополнительных датчиков приводит к дополнительным затратам и не всегда реализуемо на практике. Более перспективным является использование так называемых виртуальных датчиков [10, 11], которые строятся на основе наблюдателей Люенбергера и в работах [10, 11] имеют размерность, совпадающую с размерностью исходной системы. Следует отметить, что виртуальные датчики широко используются при решении различных практических задач [12–14].

В [15] задача построения виртуальных датчиков минимальной размерности, оценивающих заданные компоненты вектора состояния нелинейной системы, была решена на основе ИКФ. Решение задачи осуществлялось в три этапа: на первом строилась линейная модель, не чувствительная к возмущениям, далее проверялась возможность оценки заданных компонент, на последнем этапе обеспечивалась устойчивость наблюдателя.

Дальнейшего уменьшения размерности (по сравнению с достигнутой на основе ИКФ) можно добиться за счет использования жордановой КФ, автоматически обеспечивающей устойчивость. Предполагая, что $w(t) = 0$ и $d(t) = 0$, рассмотрим более общую задачу оценки переменной $z(t) = Mx(t)$ для заданной матрицы M , которую можно рассматривать как задачу построения виртуального датчика, формирующего переменную $z(t)$. Такой датчик задается в виде

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \dot{x}_*(t) &= F_*x_*(t) + G_*u(t) + J_*y(t), \\ z(t) &= H_zx_*(t) + Qy(t) \end{aligned}$$

в предположении, что $\Phi L = 0$, где H_z и Q — матрицы, подлежащие определению. Из $z(t) = Mx(t)$ и (3.1) следует $Mx(t) = H_zx_*(t) + Qy(t)$, или

$$M = H_z\Phi + QH = \begin{pmatrix} H_z & Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix}.$$

Это уравнение имеет решение, если

$$(3.2) \quad \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \\ M \end{pmatrix}.$$

Значения $\lambda_i < 0$ в уравнении (2.5) должны задаваться так, чтобы полученная в результате его решения матрица Φ с минимальным числом строк удовлетворяла условию (3.2), после чего определяются матрицы H_z и Q . Построение виртуального датчика, обладающего требуемыми показателями переходного процесса, завершается определением матрицы $G_* = \Phi G$.

Замечание 3. Если $w(t) \neq 0$, точность оценивания уменьшается. В этом случае, а также когда решение уравнения (2.5) не удовлетворяет условию (3.2), верхнюю и нижнюю границы, в пределах которых могут находиться значения переменной $z(t)$, устанавливаются интервальным наблюдателем, рассматриваемым ниже.

4. Построение интервального наблюдателя

В этом разделе решается задача построения интервальных наблюдателей для динамических систем с неопределенностями, описываемых линейными моделями, позволяющих оценить множество допустимых значений заданной линейной функции $z(t) = Mx(t)$. Отметим, что методы построения таких наблюдателей разработаны для широкого класса систем [16, 17]; обстоятельные обзоры по интервальным наблюдателям содержатся в [5, 18]. Из сказанного выше следует, что такие наблюдатели можно рассматривать как обобщение виртуальных датчиков, когда $w(t) \neq 0$ или $\Phi L \neq 0$.

Требуется построить интервальный наблюдатель минимальной размерности, формирующий нижнюю $\underline{z}(t)$ и верхнюю $\bar{z}(t)$ границы переменной $z(t) = Mx(t)$, для которых справедливо неравенство $\underline{z}(t) \leq z(t) \leq \bar{z}(t)$ при всех $t \geq 0$ и условии $\underline{x}_0 \leq x(0) \leq \bar{x}_0$ для некоторых \underline{x}_0 и \bar{x}_0 . Здесь по аналогии с [5] для произвольных векторов $x^{(1)}$, $x^{(2)}$ и $k \times k$ -матриц $S^{(1)}$, $S^{(2)}$ отношения $x^{(1)} \leq x^{(2)}$ и $S^{(1)} \leq S^{(2)}$ понимаются поэлементно. В [6] для интервальной оценки вектора $x(t)$ было предложено предварительно построенный устойчивый наблюдатель преобразовать к жордановой КФ. В отличие от этого, матрица F_* сразу ищется в указанной форме.

Уравнение (2.5) в этом случае упрощается:

$$(4.1) \quad (\Phi_i - J_{*i}) \begin{pmatrix} F - \lambda_i I_n \\ H \end{pmatrix} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k,$$

что предусматривает случай $\Phi L \neq 0$, и модель (3.1) принимает вид

$$(4.2) \quad \begin{aligned} \dot{x}_*(t) &= F_* x_*(t) + G_* u(t) + J_* H x(t) + L_* \rho(t), \\ z(t) &= H_z x_*(t) + Q y(t), \end{aligned}$$

где $L_* = \Phi L$.

Интервальный наблюдатель ищется в виде

$$\begin{aligned}
 \dot{\underline{x}}_*(t) &= F_*\underline{x}_*(t) + G_*u(t) + J_*y(t) - |J_*|E_k w_* - |L_*|E_k \rho_*, \\
 \dot{\bar{x}}_*(t) &= F_*\bar{x}_*(t) + G_*u(t) + J_*y(t) + |J_*|E_k w_* + |L_*|E_k \rho_*, \\
 \underline{z}(t) &= H_z \underline{x}_*(t) + Qy(t), \\
 \bar{z}(t) &= H_z \bar{x}_*(t) + Qy(t), \\
 \underline{x}_*(0) &= \underline{x}_{*0}, \quad \bar{x}_*(0) = \bar{x}_{*0},
 \end{aligned}
 \tag{4.3}$$

где по предположению $\underline{x}_{*0} \leq x_*(0) \leq \bar{x}_{*0}$, матрица $|A|$ состоит из абсолютных значений соответствующих элементов матрицы A , $E_k - k \times 1$ -матрица, составленная из единиц.

Допущение. Все элементы матрицы H_z положительны, т.е. $H_z \geq 0$.

Теорема 1. Пусть $H_z \geq 0$ и $\underline{x}_*(0) \leq x_*(0) \leq \bar{x}_*(0)$, тогда для интервального наблюдателя (4.3) выполняется соотношение $\underline{z}(t) \leq z(t) \leq \bar{z}(t)$.

Доказательство. По аналогии с [5] введем ошибки оценивания

$$\begin{aligned}
 \underline{e}_*(t) &= x_*(t) - \underline{x}_*(t), \quad \bar{e}_*(t) = \bar{x}_*(t) - x_*(t), \\
 \underline{e}_z(t) &= z(t) - \underline{z}(t), \quad \bar{e}_z(t) = \bar{z}(t) - z(t).
 \end{aligned}
 \tag{4.4}$$

Из $\underline{x}_*(0) \leq x_*(0) \leq \bar{x}_*(0)$ с очевидностью следует $\underline{e}_*(0) \geq 0$ и $\bar{e}_*(0) \geq 0$. С учетом (4.2) и (4.3) для ошибок оценивания получаем дифференциальные уравнения:

$$\begin{aligned}
 \dot{\underline{e}}_*(t) &= F_*\underline{e}_*(t) + J_*(Hx(t) - y(t)) + L_*\rho(t) + |J_*|E_k w_* + |L_*|E_k \rho_* = \\
 &= F_*\underline{e}_*(t) - J_*w(t) + L_*\rho(t) + |J_*|E_k w_* + |L_*|E_k \rho_*, \\
 \dot{\bar{e}}_*(t) &= F_*\bar{e}_*(t) - J_*(Hx(t) - y(t)) - L_*\rho(t) + |J_*|E_k w_* + |L_*|E_k \rho_* = \\
 &= F_*\bar{e}_*(t) + J_*w(t) - L_*\rho(t) + |J_*|E_k w_* + |L_*|E_k \rho_*.
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

Отметим, что в (4.5) $\pm J_*w(t) + |J_*|E_k w_* \geq 0$ и $\pm L_*\rho(t) + |L_*|E_k \rho_* \geq 0$ при всех $t \geq 0$ и внедиагональные элементы матрицы F_* неотрицательны; такая система называется монотонной, или неотрицательной [5]. Ее решения при $\underline{e}_*(0) \geq 0$, $\bar{e}_*(0) \geq 0$ будут поэлементно неотрицательными, т.е. $\underline{e}_*(t) \geq 0$, $\bar{e}_*(t) \geq 0$ для всех $t \geq 0$ [5], откуда согласно (4.4) следует $\underline{x}_*(t) \leq x_*(t) \leq \bar{x}_*(t)$. Так как $z(t) = H_z x_*(t) + Qy(t)$, то из (4.4) имеем

$$\begin{aligned}
 \underline{e}_z(t) &= H_z x_*(t) + Qy(t) - (H_z \underline{x}_*(t) + Qy(t)) = H_z \underline{e}_*(t), \\
 \bar{e}_z(t) &= H_z \bar{x}_*(t) + Qy(t) - (H_z x_*(t) + Qy(t)) = H_z \bar{e}_*(t),
 \end{aligned}$$

откуда с учетом $\underline{e}_*(t) \geq 0$, $\bar{e}_*(t) \geq 0$ и допущения $H_z \geq 0$ получаем $\underline{e}_z(t) \geq 0$, $\bar{e}_z(t) \geq 0$, что эквивалентно доказываемому утверждению. Теорема доказана.

Таким образом, для построения интервального наблюдателя, оценивающего переменную $z(t) = Mx(t)$, необходимо найти такие решения уравнения (4.1), которые при минимальном k дают матрицу Φ , удовлетворяющую условию (3.2), и вычислить матрицы J_* , G_* и L_* .

Замечание 4. Как следует из (4.3), величина интервала $(\underline{z}(t), \bar{z}(t))$ зависит от амплитуды возмущения и уровня шумов. С целью уменьшения этой величины матрицы Φ и J_* следует определять из уравнения (2.5), которое гарантирует $L_* = 0$, или использовать робастное решение (см. раздел 7). Предполагая найденными значениями $\underline{z}(t)$ и $\bar{z}(t)$, можно найти оценку переменной $z(t)$ в виде $\hat{z}(t) = 0,5(\underline{z}(t) + \bar{z}(t))$.

Предложенный подход к получению интервальной оценки заданной переменной $z(t) = Mx(t)$ в ряде случаев может быть применен к аналогичной оценке всего вектора состояния $x(t)$ следующим образом. Не уменьшая степени общности, примем, что матрица H имеет максимальный ранг и

$$H = (H_0 \ 0), \quad y(t) = H_0 x^{(1)}(t) + w(t), \quad x = \begin{pmatrix} x^{(1)} \\ x^{(2)} \end{pmatrix},$$

H_0 — невырожденная матрица. Определим

$$(4.6) \quad \begin{aligned} \underline{y}(t) &= y(t) - E_l w_*, & \bar{y}(t) &= y(t) + E_l w_*, \\ \underline{x}^{(1)}(t) &= H_0^{-1} \underline{y}(t), & \bar{x}^{(1)}(t) &= H_0^{-1} \bar{y}(t). \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \underline{e}^{(1)}(t) &= x^{(1)}(t) - \underline{x}^{(1)}(t) = H_0^{-1}(y(t) - w(t)) - H_0^{-1} \underline{y}(t) = H_0^{-1}(E_l w_* - w(t)), \\ \bar{e}^{(1)}(t) &= \bar{x}^{(1)}(t) - x^{(1)}(t) = H_0^{-1} \bar{y}(t) - H_0^{-1}(y(t) - w(t)) = H_0^{-1}(E_l w_* + w(t)). \end{aligned}$$

Полагая, что $H_0^{-1} \geq 0$, из $E_l w_* \pm w(t) \geq 0$ получаем $\underline{e}^{(1)}(t) \geq 0$ и $\bar{e}^{(1)}(t) \geq 0$, откуда следует $\underline{x}^{(1)}(t) \leq x^{(1)}(t) \leq \bar{x}^{(1)}(t)$.

Таким образом, переменная $x^{(1)}(t)$ при условии $H_0^{-1} \geq 0$ оценивается на основе (4.6), переменная $x^{(2)}(t)$ может быть интервально оценена наблюдателем вида (4.3), при этом возмущение $\rho(t)$ на оценку (4.6) влияния не оказывает.

Замечание 5. Условие $H_0^{-1} \geq 0$ с очевидностью выполняется в практически важных случаях, когда компоненты вектора $x^{(1)}(t)$ измеряются отдельными датчиками и $H_0 = H_0^{-1} = I_l$.

5. Построение скользящего наблюдателя

Известно, что скользящие наблюдатели позволяют решить задачу идентификации дефектов и вектора состояния в динамических системах. Методы построения таких наблюдателей рассмотрены в [19–27] для различных классов систем, а также для отказоустойчивого управления [28]. Во многих указанных работах для возможности построения скользящих наблюдателей на исходную систему накладываются различные ограничения, в частности, требуется, чтобы она была минимально фазовой или детектируемой и должно выполняться условие согласования. Наиболее слабые условия получены

в [29] на основе редуцированной (меньшей размерности) модели исходной системы, имеющей различную чувствительность к дефектам и возмущениям, и реализованной в виде ИКФ, за счет которой обеспечивается устойчивость. Предлагаемое ниже решение является развитием подхода [29] применительно к жордановой КФ; положим вначале, что $w(t) = 0$.

В [21] и аналогичных работах скользящий наблюдатель представляет собой композицию двух подсистем со следующими свойствами: функции $d(t)$ и $\rho(t)$ входят только в одну подсистему, выход $y(t)$ совпадает с вектором состояния этой подсистемы, при этом вторая подсистема является устойчивой. Поскольку в жордановой КФ одномерные подсистемы независимы друг от друга, скользящий наблюдатель на ее основе будет также одномерным. Для его построения в уравнении (2.5) необходимо найти такое значение $\lambda_1 < 0$ и строку $\Phi_1 = S_1 L_0$, для которой выполняются условия $\Phi_1 = R_* H$ для некоторой матрицы R_* и $\Phi_1 D \neq 0$. Отметим, что это условия эквивалентны требованию согласования в виде $\text{rank}(HD) = \text{rank}(D)$ [21].

Модель тогда будет описываться уравнениями

$$(5.1) \quad \begin{aligned} \dot{x}_*(t) &= \lambda_1 x_*(t) + G_* u(t) + J_* y(t) + D_* d(t), \\ y_*(t) &= x_{*1}(t), \end{aligned}$$

где $x_* = \Phi_1 x$. Скользящий наблюдатель ищется в виде

$$(5.2) \quad \begin{aligned} \dot{\hat{x}}_*(t) &= \lambda_1 \hat{x}_*(t) + G_* u(t) + J_* y(t) - k_1 v(t), \\ \hat{y}_*(t) &= \hat{x}_*(t), \end{aligned}$$

где $v(t) = \text{sign}(e(t))$, $k_1 > 0$, $e(t) = \hat{x}_*(t) - x_*(t)$.

Ошибка оценивания $e(t)$ с учетом (5.1) и (5.2) описывается уравнением

$$(5.3) \quad \dot{e}(t) = \lambda_1 e(t) - k_1 v(t) - D_* d(t).$$

Так как $d(t)$ и $v(t)$ — ограниченные функции и $\|v(t)\| = 1$, то

$$\|D_* d(t) + k_1 v(t)\| \leq g_0$$

для некоторого g_0 . Известно тогда, что ошибка $e(t)$ ограничена и $\|e(t)\| \leq \delta$ для некоторого $\delta > 0$.

Теорема 2. Наблюдатель (5.2) оценивает функцию $d(t)$ в виде

$$(5.4) \quad \hat{d}(t) = -k_1 D_*^{-1} v_{eq}(t),$$

где $v_{eq}(t)$ — сигнал, представляющий среднее поведение разрывной функции $v(t)$. По аналогии с [21] в качестве $v_{eq}(t)$ используется функция

$$v_{eq}(t) = \frac{e(t)}{|e(t)| + \varepsilon},$$

где ε — малое положительное число.

Доказательство. Покажем, что при соответствующем выборе коэффициента k_1 получаем $e = 0$ за конечное время, т.е. достигается скользящий режим. Рассмотрим функцию Ляпунова $V = e^2$ и найдем ее производную, используя (5.3):

$$\dot{V} = 2e\dot{e} = 2e(\lambda_1 e - k_1 v - D_* d).$$

Так как $v = \text{sign}(e)$, то $ek_1 v = k_1 |e|$ и

$$\dot{V} \leq 2|e|(-k_1 + \lambda_1 \delta + d_* \|D_*\|).$$

Если k_1 удовлетворяет условию

$$(5.5) \quad k_1 > \lambda_1 \delta + d_* \|D_*\|,$$

то $\dot{V} < 0$, и достигается скользящий режим, т.е. $e = \dot{e} = 0$ за конечное время. Из (5.3) с учетом скользящего режима получаем оценку (5.4). Теорема доказана.

Замечание 6. Согласно [26] необходимым и достаточным условием попадания системы на поверхность скольжения и возникновения скользящего режима за конечное время является отрицательность действительных частей корней ее характеристического уравнения, а поскольку $\lambda_1 < 0$, это условие с очевидностью выполняется. Удержание системы на этой поверхности обеспечивается условием $\dot{V} < 0$ [19], которое гарантируется условием (5.5).

В случае, когда в измерениях присутствует шум $w(t) \neq 0$, главный результат остается прежним, но требование к величине коэффициента k_1 ужесточается. В этом случае по аналогии с (4.5) уравнения (5.3) для ошибки оценивания $e(t)$ дополняется слагаемым $J_* w(t)$

$$(5.6) \quad \dot{e}(t) = \lambda_1 e(t) - k_1 v(t) - D_* d(t) + J_* w(t).$$

В результате в производной функции Ляпунова \dot{V} появляются дополнительный член

$$\dot{V} \leq 2|e|(-k_1 + \lambda_1 \delta + d_* \|D_*\| + w_* \|J_*\|)$$

и требование к коэффициенту k_1 ужесточается

$$k_1 > \lambda_1 \delta + d_* \|D_*\| + w_* \|J_*\|.$$

Присутствие в (5.6) шумов приводит к тому, что оценка (5.4) дефекта становится приближенной

$$\hat{d}(t) \approx -k_1 D_*^{-1} v_{eq}(t).$$

6. Нелинейные системы

Если исходная система нелинейна с $C \neq 0$, к правой части модели (2.1) добавляется нелинейная составляющая

$$(6.1) \quad C_* \Psi_*(x_*, y, u) = \begin{pmatrix} \varphi_{i_1}(A_{*1,i_1}x_* + A_{*2,i_1}y, u) \\ \dots \\ \varphi_{i_k}(A_{*1,i_k}x_* + A_{*2,i_k}y, u) \end{pmatrix},$$

где $A_{*1,i_1}, A_{*2,i_1}, \dots, A_{*1,i_k}, A_{*2,i_k}$ — матрицы, подлежащие определению, $C_* = \Phi C$; через $C_* \Psi_*$ обозначена функция $C_* \Psi$, в которой вектор x заменен на x_* и y на основе соотношения $A_i x = A_{*1,i}x_* + A_{*2,i}y$, $i = i_1, \dots, i_k$. Функции φ_j — это функции из множества $\{\varphi_i\}$ раздела 1, номера $j = i_1, \dots, i_k$ совпадают с номерами ненулевыми столбцов матрицы C_* .

Уравнения (2.2) дополняются соотношениями

$$(6.2) \quad \Phi C = C_*, \quad A_i = (A_{*1,i} \quad A_{*2,i}) \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix}, \quad i = i_1, \dots, i_k.$$

Второе из них выполняется, если

$$(6.3) \quad \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \\ A_i \end{pmatrix}, \quad i = i_1, \dots, i_k.$$

Для построения нелинейной составляющей модели найдем из (2.5) минимальное число строк матрицы Φ , положим $C_* := \Phi C$, найдем произведение $C_* \Psi(x, u)$ и с учетом (6.1) проверим условие (6.3). При его выполнении из (6.2) определяются матрицы $A_{*1,i}$ и $A_{*2,i}$, $i = i_1, \dots, i_k$. Если (6.3) несправедливо, находится другое решение уравнения (2.5); возможно, для этого потребуется увеличить значение k . Если увеличение размерности не приводит к результату, то не чувствительной к возмущениям модели не существует. В таких случаях можно использовать робастный подход, обеспечивающий минимальную чувствительность к возмущениям, детально рассмотренный в [30] и коротко изложенный в разделе 7.

Одна из главных проблем здесь — обеспечение устойчивости наблюдателя, соответствующие методы предложены, в частности, в [3]. Для конкретности рассмотрим только один случай, когда добавление нелинейной составляющей не сказывается на устойчивости, обеспечиваемой жордановой матрицей F_* . Введем ошибку $e_*(t) = \Phi x(t) - x_*(t)$ и детально рассмотрим случай, когда функция Ψ содержит одну нелинейность $\varphi(Ax, u)$, которую с учетом (6.2) можно записать в виде $\varphi(Ax, u) = \varphi(A_{*1}\Phi x + A_{*2}y, u)$. Тогда из (1.1) и модели (2.1) с добавленной к ней нелинейной составляющей (6.1) при $\Psi(x, u) = \varphi(Ax, u)$ следует

$$\begin{aligned} \dot{e}_* &= F_* e_* + C_* \varphi(Ax, u) - C_* \varphi(A_{*1}x_* + A_{*2}y, u) = \\ &= F_* e_* + C_* \varphi(A_{*1}\Phi x + A_{*2}y, u) - C_* \varphi(A_{*1}x_* + A_{*2}y, u). \end{aligned}$$

Так как функция $C\Psi(x, u) = C\varphi(A_{*1}\Phi x + A_{*2}y, u)$ удовлетворяет условию (1.2), то и $C_*\varphi(Ax, y, u)$ удовлетворяет этому же условию:

$$\|C_*(\varphi(Ax, u) - \varphi(A_{*1}x_* + A_{*2}y, u))\| \leq N_*\|e_*\|,$$

где $N_* > 0$. Очевидно, что этот результат может быть распространен на случай произвольной функции Ψ .

Из устойчивости матрицы F_* следует, что существуют симметрические положительно-определенные матрицы P_* и W_* такие, что $F_*^T P_* + P_* F_* = -W_*$. В [3] рассмотрена функция Ляпунова $V(t) = e_*^T(t)P_*e_*(t)$ и показано, что $\dot{V}(t) < 0$, т.е. наблюдатель устойчив, если

$$2N_*\lambda_{\max}(P_*) < \lambda_{\min}(W_*),$$

где $\lambda_{\max}(P_*)$ и $\lambda_{\min}(W_*)$ — максимальное и минимальное собственные числа матриц P_* и W_* соответственно. Это условие является достаточно консервативным, ему удовлетворяет небольшое число функций.

Рассмотренное требование устойчивости характерно для нелинейного диагностического наблюдателя и виртуального датчика. В случае скользящего наблюдателя нелинейная составляющая учитывается теми же методами, что и шумы измерений, с учетом условия (1.2); покажем это. Обозначив $\Delta\Psi = \Psi_*(\hat{x}_*, y, u) - \Psi_*(x_*, y, u)$, по аналогии можно получить

$$(6.4) \quad \|C_*(\Psi_*(\hat{x}_*, y, u) - \Psi_*(x_*, y, u))\| = \|C_*\Delta\Psi\| \leq N_*\|e\|,$$

$$e = \hat{x}_* - x_*, \quad N_* > 0.$$

С учетом нелинейных членов уравнения (5.3) для ошибки оценивания $e(t)$ дополняется слагаемым $C_*\Delta\Psi$:

$$\dot{e}(t) = \lambda_1 e(t) - k_1 v(t) - D_* d(t) + J_* w(t) + C_* \Delta\Psi.$$

В результате в производной функции Ляпунова \dot{V} появляется дополнительный член, обусловленный неравенством (6.4):

$$\dot{V} \leq 2|e|(-k_1 + \lambda_1 \delta + d_* \|D_*\| + w_* \|J_*\| + \delta N_*)$$

и требование к коэффициенту k_1 ужесточается:

$$k_1 > \lambda_1 \delta + d_* \|D_*\| + w_* \|J_*\| + \delta N_*.$$

Для интервального наблюдателя требование устойчивости сохраняется и добавляется новое — функция $C_*\Psi_*(x_*, y, u)$ должна быть монотонной по переменной x_* в смысле введенного выше отношения “ \leq ”:

$$x_* \leq x'_* \Rightarrow C_*\Psi_*(x_*, y, u) \leq C_*\Psi_*(x'_*, y, u).$$

Это необходимо для доказательства того, что $\underline{e}_*(t) \geq 0$, $\bar{e}_*(t) \geq 0$ для всех $t \geq 0$.

Поскольку в общем случае переменная $y(t)$, подверженная шумам измерений, входит в нелинейную составляющую, в правые части уравнения (4.3) дополнительно к члену $\pm|J_*|E_k w_*$ добавится слагаемое $\pm k_* w_*$, где коэффициент k_* может быть подобран в процессе моделирования.

7. Робастное решение

Если уравнение (2.5) не имеет решений или условие (2.7) ((3.2) для задач построения виртуальных датчиков и интервальных наблюдателей) не выполняется, то модель, не чувствительная к возмущениям, не может быть построена, в этом случае необходимо обратиться к робастным методам. Применительно к ИКФ наиболее популярный из них детально описан в [30]. Он сводится к минимизации нормы Фробениуса $\|\Phi L\|_F$, описывающей вклад возмущения в невязку, и реализуется на основе сингулярного разложения некоторой матрицы, включающей в себя описание модели и возмущения; детали можно найти в [30].

При использовании жордановой КФ этот подход не может быть применен, поскольку строки матрицы Φ , определяемые из уравнения (4.1), независимы друг от друга. При решении задач построения диагностических наблюдателей из уравнения (4.1) необходимо найти минимальное число строк Φ_i и J_{*i} , $i = 1, 2, \dots, k$, матриц Φ и J_* соответственно, таких, чтобы удовлетворялось условие (2.7) и хотя бы для одной строки Φ_i выполнялось $\Phi_i D \neq 0$ — условие чувствительности к дефекту. Подбирать их следует так, чтобы при наличии нескольких вариантов выбор делался исходя из минимизации нормы $\|\Phi_i L\|_F$. Для построения виртуальных датчиков и интервальных наблюдателей требований меньше — должно выполняться только условие (3.2).

Таким образом, простота учета требования нечувствительности к возмущениям в виде условия (2.5) для жордановой КФ оборачивается более сложной процедурой минимизации вклада возмущения в модель, когда условие $\Phi L = 0$ не выполняется. Более того, жорданова КФ ограничивает возможности такой минимизации. Анализ показывает, что в этом случае предпочтительнее использовать ИКФ ценой некоторого увеличения размерности модели (2.1), что позволяет более эффективно минимизировать вклад возмущения в модель. Сказанное не касается задачи построения интервальных наблюдателей, поскольку здесь реализация модели в ИКФ и последующее ее преобразование к жордановой КФ может заметно увеличить величину вклада возмущения.

8. Практический пример

Рассмотрим нелинейную систему

$$(8.1) \quad \begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_1 u_1 / \vartheta_1 - a_2 a_4 \sqrt{x_1 - x_2}, \\ \dot{x}_2 &= a_3 u_2 / \vartheta_2 + a_2 a_4 \sqrt{x_1 - x_2} - a_5 \sqrt{x_2 - x_3} + \rho_1, \\ \dot{x}_3 &= a_5 \sqrt{x_2 - x_3} - a_6 \sqrt{x_3} - \vartheta_7 + \rho_2, \\ y_1 &= x_2 + w_1, \quad y_2 = x_3 + w_2, \end{aligned}$$

где $a_4 = \vartheta_4 \sqrt{2\vartheta_8} / \vartheta_1$, $a_5 = \vartheta_5 \sqrt{2\vartheta_8} / \vartheta_2$, и $a_6 = \vartheta_6 \sqrt{2\vartheta_8} / \vartheta_3$. Приведенные уравнения описывают известную трехтанковую систему (рис. 1), где x_1, x_2, x_3 —

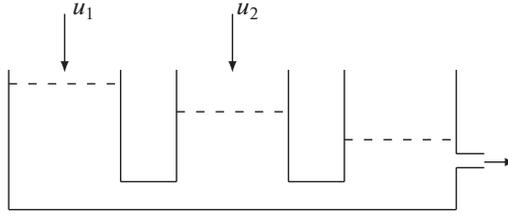


Рис. 1. Трехтанковая система.

уровни жидкости в танках. Система состоит из трех танков сечением ϑ_1 , ϑ_2 и ϑ_3 соответственно. Танки соединяются трубами с сечениями ϑ_4 и ϑ_5 . Жидкость втекает в первый и второй танки и вытекает из третьего по трубе сечения ϑ_6 , расположенной на высоте ϑ_7 ; ϑ_8 — гравитационная постоянная. Уровни жидкости в танках x_1 , x_2 и x_3 соответственно. Для простоты примем $a_1 = a_2 = \dots = a_6 = 1$, $\vartheta_7 = 0$; $|\rho_1| \leq \rho_{*1}$, $|\rho_2| \leq \rho_{*2}$, $|w_1| \leq w_{*1}$, $|w_2| \leq w_{*2}$. Начальные условия и управление предполагаются таковыми, что $x_1(t) \geq x_2(t) \geq x_3(t) \geq 0$ при всех $t \geq 0$.

Ясно, что $F = 0$ для (8.1), и непосредственно применить рассмотренный подход невозможно. Для преодоления этой трудности преобразуем (8.1) введением формальных членов $-(x_1 - x_2) + (x_1 - x_2)$, $((x_1 - x_2) - (x_2 - x_3)) - ((x_1 - x_2) - (x_2 - x_3))$ и $(x_2 - x_3 - x_3) - (x_2 - x_3 - x_3)$ в первое, второе и третье уравнения соответственно. Слагаемое $-(x_1 - x_2)$ добавляется к линейной части, $(x_1 - x_2)$ — к нелинейной; остальные члены рассматриваются аналогично. В результате система описывается следующими матрицами и нелинейностями:

$$F = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Psi(x) = \begin{pmatrix} -\sqrt{A_1 x} + A_1 x \\ -\sqrt{A_2 x} + A_2 x \\ -\sqrt{A_3 x} + A_3 x \end{pmatrix},$$

$$A_1 = (1 \ -1 \ 0), \quad A_2 = (0 \ 1 \ -1), \quad A_3 = (0 \ 0 \ 1).$$

Построим виртуальный датчик на основе жордановой КФ, оценивающий переменную $z(t) = x_1(t)$. В этом случае

$$M = (1 \ 0 \ 0), \quad L_0 = (1 \ 0 \ 0).$$

Уравнение (2.5) принимает вид

$$(S_i - J_{*i}) \begin{pmatrix} -1 - \lambda_i & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 0.$$

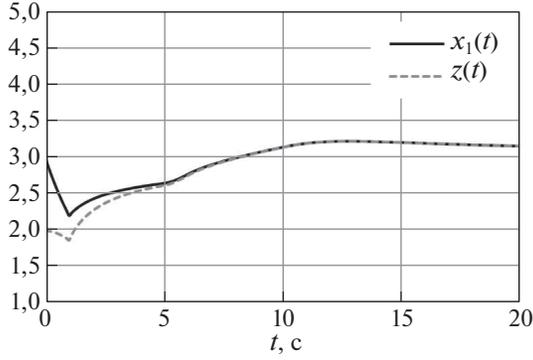


Рис. 2. Графики функций $x_1(t)$ и $z(t)$.

Примем $\lambda = -1$, тогда $S = J_* = (1 \ 0)$, что дает $\Phi = (1 \ 0 \ 0)$ и $G_* = (1 \ 0)$. Нетрудно проверить, что условие (3.2) выполняется и $H_z = 1$, $Q = 0$. Далее получаем $C_* = \Phi C = (1 \ 0 \ 0)$; условие (6.3) выполняется и уравнение (6.2) дает $A_{*1} = (1 \ -1 \ 0)$. После упрощений виртуальный датчик (3.1) принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_*(t) &= u_1(t) - \sqrt{x_*(t) - y_1(t)}, \\ z(t) &= x_*(t). \end{aligned}$$

Хотя корень не является липшицевой функцией, обратную связь, описанную в разделе 6, можно не вводить, поскольку система (8.1) с очевидностью устойчива и построенный датчик также устойчив.

Моделирование производилось при $u_1(t) = 1$, $t \geq 1$, $u_2(t) = 0,5$, $t \geq 5$; $\rho_1(t) = -0,3$, $t \geq 6$, $\rho_2(t) = -0,4$, $t \geq 10$; шумы $w_1(t)$ и $w_2(t)$ принимались равными нулю. Результаты моделирования представлены на рис. 2, где представлены графики функций $x_1(t)$ и $z(t)$.

Напомним, что в [15] виртуальный датчик для системы (8.1) был построен на основе ИКФ при $\rho_1 = 0$ и он имел размерность 2. Можно показать, что в случае $\rho_1 \neq 0$ такой датчик будет чувствителен к возмущению ρ_1 . Этот пример демонстрирует явное преимущество жордановой КФ как в смысле уменьшения размерности датчика, так и с точки зрения чувствительности к возмущению.

В случае, когда присутствуют шумы $w_1(t)$ и $w_2(t)$, предпочтительным является интервальный наблюдатель. Построим его для оценки вектора состояния $x(t)$ при $\rho_2 = 0$. Из результатов раздела 4 следует, что можно принять $x^{(1)} = (x_2, x_3)^T$, $x^{(2)} = x_1$. Поскольку $H_0 = I_2$, получаем

$$\begin{aligned} \underline{x}_2(t) &= y_1(t) - w_{*1}(t), & \bar{x}_2(t) &= y_1(t) + w_{*1}(t), \\ \underline{x}_3(t) &= y_2(t) - w_{*2}(t), & \bar{x}_3(t) &= y_2(t) + w_{*2}(t). \end{aligned}$$

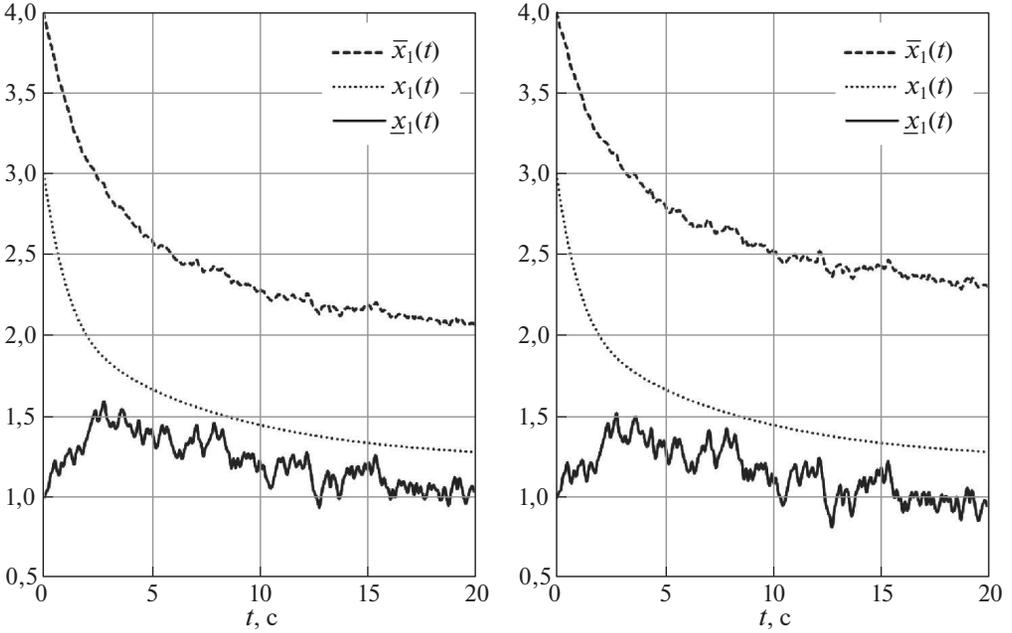


Рис. 3. Графики функций $x_1(t)$, $\underline{x}_1(t)$ и $\bar{x}_1(t)$.

Для интервальной оценки переменной $x_1(t)$ примем $M = (1 \ 0 \ 0)$, $L_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Уравнение (2.5) принимает вид

$$(S_i - J_{*i}) \begin{pmatrix} -1 - \lambda_i & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 - \lambda_i \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 0,$$

из которого следует, что приняв $\lambda = -1$, получаем $k = 1$, $S = J_* = (1 \ 0)$, откуда $\Phi = (1 \ 0 \ 0)$, $G_* = (1 \ 0)$, $L_* = 0$, $C_* = (1 \ 0 \ 0)$. Нетрудно видеть, что условие (6.3) выполняется и $A_{*1} = (1 \ -1 \ 0)$. После упрощений модель (4.2) принимает вид

$$\dot{x}_*(t) = u_1(t) - \sqrt{x_*(t) - y_1(t)}.$$

Поскольку функция “ $\sqrt{}$ ” монотонна, интервальный наблюдатель для оценки переменной $x_1(t)$ может быть построен; он принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}_1(t) &= u_1(t) - \sqrt{\underline{x}_1(t) - y_1(t)} - k_* w_{*1}(t), \\ \dot{\bar{x}}_1(t) &= u_1(t) - \sqrt{\bar{x}_1(t) - y_1(t)} + k_* w_{*1}(t). \end{aligned}$$

Отметим, что подход, рассмотренный в [5], даст наблюдатель размерности 6 и большую величину интервала, т.е. оценки более худшего качества,

поскольку в соответствующие выражения войдет возмущение $\rho_1(t)$, которое отсутствует в предлагаемом решении.

Моделирование производилось при $u_1(t) = 0,5$, $u_2(t) = 0,2$, шумы $w_1(t)$ и $w_2(t)$ представляют собой случайные процессы. Результаты моделирования представлены на рис. 3, где представлены графики функций $x_1(t)$, $\underline{x}_1(t)$ и $\bar{x}_1(t)$, когда $D[w_1] = 0,1$, $k_*w_{*1} = 0,5$ и $D[w_1] = 0,2$, $k_*w_{*1} = 0,6$ соответственно.

9. Заключение

В работе была поставлена и решена задача построения средств диагностирования и оценивания на основе канонической формы Жордана. Были рассмотрены задачи построения диагностических наблюдателей, виртуальных датчиков, а также интервальных и скользящих наблюдателей. Предложенные алгоритмы решения указанных задач предназначены как для линейных, так и нелинейных задач при наличии внешних возмущений и шумов измерений. Показано, что использование канонической формы Жордана позволяет в ряде случаев уменьшить сложность наблюдателей и датчиков и упростить процедуру их синтеза при реализации требования нечувствительности к возмущениям. Наиболее эффективным по сравнению с классическим подходом является применение КФ Жордана к решению задач построения виртуальных датчиков и интервальных наблюдателей, поскольку она позволяет строить соответствующие средства минимальной размерности, нечувствительные или малочувствительные к внешним возмущениям, что дает возможность повысить точность оценок, формируемых датчиком, и уменьшить величину интервала для интервальных наблюдателей.

Определенным недостатком КФ Жордана является то, что процедура на ее основе предполагает перебор вариантов решения. Кроме того, для нее усложняется процедура минимизации вклада возмущения в модель, когда необходимо найти робастное решение. Более того, жорданова КФ ограничивает возможности такой минимизации. Анализ показывает, что в этом случае предпочтительнее использовать ИКФ ценой некоторого увеличения размерности модели, что позволяет более эффективно минимизировать вклад возмущения в модель.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мироновский Л.А.* Функциональное диагностирование динамических систем. М.; СПб.: МГУ-ГРИФ, 1998.
2. *Квакернаак Х., Сиван Р.* Линейные оптимальные системы управления. М.: Мир, 1977.
3. *Misawa E.A., Hedrick J.K.* Nonlinear observers – a state of the art. Survey // J. Dynamic Systems, Measurements and Control. 1989. V. 111. P. 344–352.
4. *Жирабок А.Н., Шумский А.Е., Павлов С.В.* Диагностирование линейных динамических систем непараметрическим методом // АиТ. 2017. № 7. С. 3–21.

- Zhirabok A., Shumsky A., Pavlov S.* Diagnosis of Linear Dynamic Systems by the Nonparametric Method // *Autom. Remote Control.* 2017. V. 78. No. 7. P. 1173–1188.
5. *Ефимов Д.В., Раисси Т.* Построение интервальных наблюдателей для динамических систем с неопределенностями // *АиТ.* 2016. № 2. С. 5–49.
Efimov D., Raissi T. Design of Interval State Observers for Uncertain Dynamical Systems // *Autom. Remote Control.* V. 77. No. 2. P. 191–225.
 6. *Kolesov N., Gruzlikov A., Lukoyanov E.* Using fuzzy interacting observers for fault diagnosis in systems with parametric uncertainty // *Proc. XII-th Inter. Symp. Intelligent Systems, INTELS'16, 5–7 October 2016, Moscow, Russia.* P. 499–504.
 7. *Жирабок А.Н.* Самокоррекция ошибок в дискретных динамических системах // *АиТ.* 2006. № 6. С. 41–53.
Zhirabok A. Error Selfcorrection in Discrete Dynamic Systems // *Autom. Remote Control.* 2006. No. 6. P. 936–948.
 8. *Жирабок А.Н., Зуев А.В., Шумский А.Е.* Диагностирование линейных динамических систем: подход на основе скользящих наблюдателей // *АиТ.* 2020. № 2. С. 18–35.
Zhirabok A., Zuev A., Shumsky A. Diagnosis of Linear Dynamic Systems: an Approach Based on Sliding Mode Observers // *Autom. Remote Control.* 2020. V. 81. No. 2. P. 211–225
 9. *Ланкастер П.* Теория матриц. М.: Наука, 1978.
 10. *Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M.* Diagnosis and Fault-Tolerant Control. Berlin: Springer-Verlag, 2006.
 11. *Witczak M.* Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control Strategies for Nonlinear Systems. Berlin: Springer, 2014.
 12. *Ahmed Q., Bhatti A., Iqbal M.* Virtual sensors for automotive engine sensors fault diagnosis in second-order sliding modes // *IEEE Sensors J.* 2011. V. 11. P. 1832–1840.
 13. *Heredia G., Ollero A.* Virtual sensor for failure detection, identification and recovery in the transition phase of a morphing aircraft // *Sensors.* 2010. V. 10. P. 2188–2201.
 14. *Hosseinpoor Z., Arefi M., Razavi-Far R., Mozafari N., Hazbavi S.* Virtual sensors for fault diagnosis: a case of induction motor broken rotor bar // *IEEE Sensors J.* 2021. V. 21. P. 5044–5051.
 15. *Жирабок А.Н., Ким Чхун Ир.* Виртуальные датчики в задаче функционального диагностирования нелинейных систем // *Известия РАН. Теория и системы управления.* 2022. № 1. С. 40–48.
 16. *Efimov D., Perruquetti W., Raissi T., Zolghadri A.* Interval observers for time-varying discrete-time systems // *IEEE Trans. Automatic Control.* 2013. V. 58. P. 3218–3224.
 17. *Efimov D., Polyakov A., Richard J.* Interval observer design for estimation and control of time-delay descriptor systems // *Eur. J. Control.* 2015. V. 23. P. 26–35.
 18. *Khan A., Xie W., Zhang L., Liu L.* Design and applications of interval observers for uncertain dynamical systems // *IET Circuits Devices Syst.* 2020. V. 14. P. 721–740.
 19. *Уткин В.И.* Скользящие режимы и их применение в системах с переменной структурой. М.: Наука, 1974.
 20. *Краснова С.А., Уткин В.А.* Каскадный синтез наблюдателей состояния динамических систем. М.: Наука, 2006.

21. *Edwards C., Spurgeon S., Patton R.* Sliding mode observers for fault detection and isolation // *Automatica*. 2000. V. 36. P. 541–553.
22. *Fridman L., Levant A., Davila J.* Observation of linear systems with unknown inputs via high order sliding-modes // *Int. J. Syst. Sci.* 2007. V. 38. P. 773–791.
23. *Yan X., Edwards C.* Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using a sliding modes observer // *Automatica*. 2007. V. 43. P. 1605–1614.
24. *Shtessel Yu., Edwards C., Fridman L., Levant A.* Sliding Mode Control and Observation. N.Y.: Springer, 2014.
25. *Wang X., Tan C., Zhou D.* A novel sliding mode observer for state and fault estimation in systems not satisfying matching and minimum phase conditions // *Automatica*. 2017. V. 79. P. 290–295.
26. *Емельянов С.В.* Системы автоматического управления с переменной структурой. М.: Наука, 1967.
27. *Жирабок А.Н., Зуев А.В., Сергиенко О., Шумский А.Е.* Идентификация дефектов в нелинейных динамических системах и их датчиках на основе скользящих наблюдателей // *АиТ*. 2022. № 2. С. 63–89.
Zhirabok A., Zuev A., Seriyenko O., Shumsky A. Fault Identification in Nonlinear Dynamic Systems and Their Sensors Based on Sliding Mode Observers // *Autom. Remote Control*. 2022. No. 2. P. 214–236.
28. *Castillo I., Fridman L., Moreno J.* Super-twisting algorithm in presence of time and state dependent perturbations // *Int. J. Control*. 2018. V. 91. P. 2535–2548.
29. *Zhirabok A., Zuev A., Filaretov V., Shumsky A.* Sliding mode observers for fault identification in linear systems not satisfying matching and minimum phase conditions // *Archives of Control Sciences*. 2021. V. 31. № 2. P. 253–266.
30. *Жирабок А.Н., Шумский А.Е., Соляник С.П., Суворов А.Ю.* Метод построения нелинейных робастных диагностических наблюдателей // *АиТ*. 2017. № 9. С. 34–48.
Zhirabok A., Shumsky A., Solyanik S., Suworov A. Design of Nonlinear Robust Diagnostic Observers // *Autom. Remote Control*. 2017. No 9. P. 1572–1584.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.А. Бобцовым.

Поступила в редакцию 19.02.2022

После доработки 15.05.2022

Принята к публикации 10.06.2022