Автоматика и телемеханика, № 2, 2022

Оптимизация, системный анализ и исследование операций

© 2022 г. **В.Н. ЯРМОЛИК**, д-р техн. наук (yarmolik10ru@yahoo.com)
(Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь),
Н.А. ШЕВЧЕНКО, (nik.sh.de@gmail.com)
(Гимназия имени Лихтенберга, Дармштадт, Германия)

СИНТЕЗ ТЕСТОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С ЗАДАННОЙ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТЬЮ

Обсуждается актуальность применения тестовых последовательностей с заданной переключательной активностью. В качестве математической модели для генерирования тестов используется модификация метода Антонова и Салеева для формирования последовательностей Соболя, основанная на применении порождающих матриц максимального ранга, вид которых определяет основные свойства последовательностей. Показывается, что построение порождающей матрицы сводится к задаче разбиения целого числа на слагаемые, и предлагается алгоритм разбиения на слагаемые заданного вида. Вводятся процедуры модификации разбиения целого числа на слагаемые и коррекции значения переключательной активности. Формулируются три задачи синтеза генераторов тестовых последовательностей с заданной переключательной активностью. Рассматриваются примеры использования предлагаемых методик и результаты экспериментов.

Ключевые слова: тестовая последовательность, самотестирование вычислительных систем, переключательная активность.

DOI: 10.31857/S0005231022020118

1. Введение

Эффективность тестовых последовательностей для современных вычислительных систем во многом определяется свойствами объектов тестирования [1, 2]. Важным является компактное представление тестов в виде алгоритмов либо аппаратных структур для их генерирования при реализации самотестирования встроенных систем (*Embedded Systems*), систем на кристалле (*Systems-on-a-Chip*), сетей на кристалле (*Nets-on-a-Chip*) [2, 3] и, в первую очередь, для самотестирования их запоминающих устройств, удельный вес которых достигает 90% занимаемой системой площади кристалла [3, 4]. Существенную роль для тестовых последовательностей играет переключательная активность (*Switching Activity*), которая влияет на переключательную активность тестируемых цифровых устройств. Набор тестовых последовательностей в применяемых архитектурах самотестирования включает последовательности с различной переключательной активностью [5, 6]. Множество таких последовательностей включает: пересчетные (*Linear Counting Sequences*) последовательности; последовательности Грея (*Gray Code Sequences*); последовательности с максимальной переключательной активностью (*Address Complement Sequences*); последовательности с расстоянием Хэмминга, равным единице для всех пар адресов (2^i *Counting Sequences*); ряд других последовательностей [3, 5, 6].

Определяющее значение переключательная активность имеет в области проектирования цифровых устройств с низким потреблением энергии [7], в том числе при разработке и применении средств их тестирования и самотестирования [8, 9]. Большое количество исследований в данной области направлено на получение оценок значений переключательной активности полюсов проектируемых устройств, которые позволяют прогнозировать их энергопотребление [8, 10].

Средние значения переключательной активности можно интерпретировать как средние значения расстояния Хэмминга, которые широко применяются для построения управляемых вероятностных тестовых последовательностей [11–15]. Изменения величин указанных характеристик позволяют строить управляемые вероятностные тесты с заданными значениями расстояния Хэмминга.

Следует отметить, что исследование вопросов синтеза различного рода устройств с изменяемыми значениями переключательной активности для тестирования вычислительных систем находится лишь в начальной стадии. В частности, методы синтеза генераторов адресных последовательностей, рассмотренные в ряде источников [6, 16–18], позволяют строить подобные устройства, описываемые фиксированными значениями переключательной активности. Задача синтеза устройств для генерирования тестовых последовательностей с заданной переключательной активностью и формирования управляемых вероятностных тестовых последовательностей остается практически открытой.

В предлагаемой статье приведено решение задачи синтеза генераторов тестовых последовательностей максимальной длины, состоящих из 2^m m-разрядных наборов, называемых адресными последовательностями с заданной переключательной активностью как отдельных разрядов тестовых наборов, так и с суммарной переключательной активностью их последовательностей.

2. Математическая модель

В [19] была рассмотрена математическая модель универсального генератора последовательностей, состоящих из 2^m m-разрядных наборов, называемых адресными последовательностями. Под адресной последовательностью понимают последовательность $A(n) = a_{m-1}a_{m-2}\dots a_2a_1a_0$, $n \in \{0, 1, 2, \dots, 2^m - 1\}$, где $a_i \in \{0, 1\}$ для $i \in \{0, 1, 2, \dots, m-1\}$, состоящую из всех возможных 2^m m-разрядных двоичных векторов $a_{m-1}a_{m-2}\dots a_2a_1a_0$, генерируемых в произвольном порядке, причем каждый вектор формируется только один раз [2, 6, 19]. Например, пересчетная адресная последовательность для $m = 4$ состоит из 16 4-разрядных двоичных векторов: 0000, 0001, 0010, 0011, ..., 1111, каждый из которых формируется только один раз [6]. В качестве основы математической модели используется модифицированный метод формирования последовательностей Соболя [20–22]. Согласно указанной модели формирование n-го элемента $A(n)$ последовательности Соболя, представляющего собой m-разрядный двоичный вектор $a_{m-1}a_{m-2}\ldots a_0$, осуществляется в соответствии с рекуррентным соотношением

$$A(n) = A(n-1) \oplus \mathrm{v}_i; \quad n = \overline{0,\, 2^m - 1}, \quad i = \overline{0,\, m-1,} \tag{1}$$

в котором к предыдущему элементу $A(n-1)$ последовательности Соболя добавляется только одно модифицированное направляющее число v_i, $i \in \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$, также представляющее собой m-разрядный двоичный вектор [19–21]. Значение индекса i направляющего числа v_i, используемого в качестве слагаемого в выражении (1), зависит от последовательности переключений (*Transition Sequence*) T_{m-1} отраженного кода Грея [21–23]. В коде Грея переход из предыдущего состояния кода в последующее осуществляется путем инвертирования только одного его разряда. Последовательность индексов этих разрядов и представляет собой последовательность переключений [23]. В случае наиболее часто используемой разновидности кода Грея, а именно отраженного кода Грея, последовательность переключений легко формируется из пересчетной последовательности [23]. Индекс старшего изменяемого разряда пересчетной последовательности при формировании ее очередного кода и будет элементом последовательности переключений. Например, при формировании кода пересчетной последовательности $A(n) = a_3a_2a_1a_0 = 0001$ из предыдущего 0000 изменяется только младший бит, соответственно первым элементом последовательности переключений T_3 будет являться индекс 0. Для $m = 4$ последовательность переключений отраженного кода Грея имеет вид: $T_3 = 0, 1, 0, 2, 0, 1, 0, 3, 0, 1, 0, 2, 0, 1, 0$. Эта последовательность формирует последовательность индексов $i \in \{0, 1, 2, 3\}$ при генерировании $A(n) = a_3a_2a_1a_0$ для $m = 4$ согласно (1).

С использованием произвольного начального значения $A(0) \in \{0, 1, 2, \ldots, 2^m - 1\}$ рекуррентное соотношение (1) позволяет получить все $2^m - 1$ остальные значения $A(n)$ [19, 22].

Данная математическая модель была обобщена для случая последовательностей, относящихся не только к множеству последовательностей Соболя [22]. В общем случае в качестве порождающей матрицы V направляющих чисел v_i, $i \in \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$ может быть использована любая двоичная квадратная матрица размерности $m \times m$ вида

$$V = \begin{vmatrix} \beta_{m-1}(0) & \beta_{m-2}(0) & \beta_{m-3}(0) & \ldots & \beta_0(0) \\ \beta_{m-1}(1) & \beta_{m-2}(1) & \beta_{m-3}(1) & \ldots & \beta_0(1) \\ \beta_{m-1}(2) & \beta_{m-2}(2) & \beta_{m-3}(2) & \ldots & \beta_0(2) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \beta_{m-1}(m-1) & \beta_{m-2}(m-1) & \beta_{m-3}(m-1) & \ldots & \beta_0(m-1) \end{vmatrix}, \tag{2}$$

построенная из m линейно независимых двоичных векторов

$$\mathrm{v}_i = \beta_{m-1}(i)\beta_{m-2}(i)\ldots\beta_0(i), \quad i = \overline{0, m-1}.$$

Условие линейной независимости позволяет обеспечить формирование тестовых последовательностей максимальной длины [19].

3. Переключательная активность

Для оценки свойств последовательностей Соболя $A(n) = a_{m-1}a_{m-2}\ldots a_0$, используемых в качестве тестовой последовательности в [22], был введен числовой параметр $F(a_j)$, $j \in \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$, определяющий количество переключений (изменений) j-го разряда a_j кода последовательности $A(n)$. Числовая характеристика $F(a_j)$ имеет название переключательной активности [5, 19, 24], которая определяет переключательную активность j-го разряда a_j тестовых наборов $A(n)$. В общем случае, для произвольного значения j величина данной характеристики для последовательности (1) определяется по формуле

$$F(a_j) = \beta_j(0)\cdot 2^{m-1} + \beta_j(1)\cdot 2^{m-2} + \ldots + \beta_j(m-2)\cdot 2^1 + \beta_j(m-1)\cdot 2^0 = \\ = \sum_{i=0}^{m-1} \beta_j(i)\cdot 2^{m-1-i}. \tag{3}$$

На основе переключательной активности $F(a_j)$ в [19] для последовательности $A(n)$ была введена интегральная мера переключательной активности

$$F(A) = \sum_{j=0}^{m-1}\sum_{i=0}^{m-1} \beta_j(i) 2^{m-1-i} = \sum_{i=0}^{m-1} 2^{m-1-i} \sum_{j=0}^{m-1} \beta_j(i), \tag{4}$$

где вторая сумма равна количеству единиц в i-й строке матрицы (2) и представляет собой вес Хэмминга $w(\mathrm{v}_i)$ двоичного вектора

$$\mathrm{v}_i = \beta_{m-1}(i)\beta_{m-2}(i)\ldots\beta_0(i), \quad i = \overline{0, m-1}.$$

Как следует из линейной независимости двоичных векторов v_i, j-й столбец матрицы V не может быть нулевым, поэтому минимальное значение $F(a_j)$, $j \in \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$, достигается для $\beta_j(m-1) = 1$, и $\beta_j(i) = 0$, $i \in \{0, 1, 2, \ldots, m-2\}$. Минимальное значение $F(a_j)$ возможно для любого j-го разряда, но только одного из них [19]. Это ограничение также следует из линейной независимости строк порождающей матрицы V. Максимальное значение $F(a_j)$, $j \in \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$ обеспечивается формированием j-го единичного столбца матрицы (2), т.е. для значений: $\beta_j(i) = 1$, где $i = \overline{0, m-1}$. Это влечет равенство

$$\max F(a_j) = \sum_{i=0}^{m-1} 2^{m-1-i} = 2^m - 1. \tag{5}$$

Для характеристики $F(a_j)$ последовательностей (1) справедливо следующее

Свойство 1. Для любой последовательности $A(n)$, заданной в (1), переключательная активность $F(a_j)$ принимает различные значения в диапазоне от 1 до $2^m - 1$.

Переключательная активность $F(A)$ последовательности

$$A(n) = a_{m-1}a_{m-2}\dots a_0, \quad n \in \{0, 1, 2, \dots, 2^m - 1\}$$

принимает минимальное значение для последовательностей кода Грея [22]. Для матрицы, состоящей из m отличающихся строк, каждая из которых содержит по одной единице, согласно (4) имеем $\min F(A) = 2^m - 1$. Максимальная оценка $F(A)$ также однозначно определяется видом порождающей матрицы [22], первая строка которой состоит из единиц, а остальные строки содержат по одному нулевому значению и определяется как

$$\max F(A) = m2^{m-1} + (m-1)\sum_{i=1}^{m-1} 2^{m-i-1} = m2^m - 2^{m-1} - m + 1. \tag{6}$$

Для переключательной активности $F(A)$, заданной в (4), справедливо следующее

Свойство 2. Переключательная активность $F(A)$ последовательности $A(n)$, заданной в (1), принимает значения в диапазоне от $2^m - 1$ до $m2^m - 2^{m-1} - m + 1$.

Для реальных значений $m > 10$ удобно использовать средние значения $F_{av}(a_j)$ и $F_{av}(A)$ рассмотренных ранее числовых параметров переключательной активности $F(a_j)$ и $F(A)$, которые показывают среднее значение переключений при формировании очередного тестового набора. Эти характеристики определяются как $F_{av}(A) = F(A)/(2^m - 1)$ и $F_{av}(a_j) = F(a_j)/(2^m - 1)$, а их максимальные и минимальные величины принимают значения

$$\begin{aligned} &\min F_{av}(a_j) = \min F(a_j)/(2^m - 1) = 1/(2^m - 1);\\ &\max F_{av}(a_j) = \max F(a_j)/(2^m - 1) = 1;\\ &\min F_{av}(A) = \min F(A)/(2^m - 1) = 1;\\ &\max F_{av}(A) = \max F(A)/(2^m - 1) = m - 1/2 + 1/(2^{m+1} - 2). \end{aligned} \tag{7}$$

Важным следствием приведенных свойств 1 и 2 является существование множества порождающих матриц V максимального ранга [19, 22].

4. Синтез последовательностей с заданной переключательной активностью

Для произвольного m синтез генератора последовательности $A(n)$ (1) с заданной средней переключательной активностью $F_{av}(A)$ и соответствующей

Таблица 1. Примеры разложения (8) числа 37

$w(\mathrm{v}_0)$	$w(\mathrm{v}_1)$	$w(\mathrm{v}_2)$	$w(\mathrm{v}_3)$	$F(A) = w(\mathrm{v}_0) \cdot 2^3 + w(\mathrm{v}_1) \cdot$ $\cdot 2^2 + w(\mathrm{v}_2) \cdot 2^1 + w(\mathrm{v}_3) \cdot 2^0$	$F(A) = 37$
3	2	2	1	$37 = 3 \cdot 8 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1$	88844221
2	4	1	3	$37 = 2 \cdot 8 + 4 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1$	8844442111
2	3	3	3	$37 = 2 \cdot 8 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 1$	88444222111

ей $F(A)$ заключается в нахождении порождающей матрицы V. Для этого формируется двоичная $m \times m$ матрица максимального ранга с ограничениями, определяющимися величиной $F(A)$. Первоначально величина переключательной активности $F(A)$ представляется в виде разложения [19].

$$F(A) = w(\mathrm{v}_0) \cdot 2^{m-1} + w(\mathrm{v}_1) \cdot 2^{m-2} + \\ + w(\mathrm{v}_2) \cdot 2^{m-3} + \ldots + w(\mathrm{v}_{m-1}) \cdot 2^0. \tag{8}$$

Данное разложение представляет величину $F(A)$ в m-ной смешанной системе счисления, в которой веса разрядов представлены в виде степеней двойки от 2^0 до 2^{m-1}, а значения цифр $w(\mathrm{v}_i)$ лежат в диапазоне от 1 до m. Отметим, что $w(\mathrm{v}_i)$ представляет собой вес Хэмминга двоичного вектора v_i искомой порождающей матрицы V максимального ранга. Отсутствие нулевого значения $w(\mathrm{v}_i)$ объясняется невозможностью построения квадратной матрицы максимального ранга с нулевой строкой, вес Хэмминга которой равен 0. Второе ограничение на цифры $w(\mathrm{v}_i)$ разложения (8) заключается в том, что только одна цифра $w(\mathrm{v}_i)$ может принимать значение m. В терминах порождающей матрицы V максимального ранга это означает, что только одна строка матрицы может иметь вес, равный m. Существуют и другие, не столь очевидные, ограничения на цифры $w(\mathrm{v}_i)$ (веса Хэмминга) разложения (8), которые являются основой построения матрицы V максимального ранга.

В качестве примера рассмотрим случай формирования последовательности $A(n)$ для $m = 4$ и переключательной активности $F(A) = 37$. Величина $F(A) = 37$ принадлежит диапазону от 15 до 53, определяемому свойством 2. В табл. 1 представлены разложения (8) величины 37 для случая $m = 4$.

Отметим, что каждому разложению (8) можно поставить в соответствие множество матриц V, веса строк которых соответствуют значениям цифр $w(\mathrm{v}_i)$ указанного разложения. Например, для разложения $37 = 3 \cdot 8 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1$ вес $w(\mathrm{v}_0)$ первой строки матрицы равен 3, второй $w(\mathrm{v}_1)$ и третьей $w(\mathrm{v}_2)$ строк равен 2, а вес $w(\mathrm{v}_3)$ четвертой строки равняется 1. Матрицы V_1 и V_2, приведенные в табл. 2, являются примерами матриц максимального ранга с указанными весами строк, а матрицы V_3 и V_4 представляют собой матрицы максимального ранга для других разложений (8) величины 37. В табл. 2 также приведены примеры формирования последовательностей $A(n)$ согласно (1) для всех четырех видов матриц V. В качестве последовательности переключений использовалась ранее приводимая в качестве примера последовательность T_3.

Таблица 2. Примеры порождающих матриц V и последовательностей $A(n)$ для $m = 4$

V	V_1	V_2	V_3	V_4
$\beta_3(0)$ $\beta_2(0)$ $\beta_1(0)$ $\beta_0(0)$ $\beta_3(1)$ $\beta_2(1)$ $\beta_1(1)$ $\beta_0(1)$ $\beta_3(2)$ $\beta_2(2)$ $\beta_1(2)$ $\beta_0(2)$ $\beta_3(3)$ $\beta_2(3)$ $\beta_1(3)$ $\beta_0(3)$	1 1 1 0 1 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1	1 0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 0 1 0 0	0 1 1 0 1 1 1 1 0 0 1 0 0 1 1 1	1 0 1 0 1 1 1 0 0 1 1 1 1 0 1 1
$A(0)$	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
$A(1) = A(0) \oplus \mathrm{v}_0$	1 1 1 0	1 0 1 1	0 1 1 0	1 0 1 0
$A(2) = A(1) \oplus \mathrm{v}_1$	0 0 1 0	0 1 1 1	1 0 0 1	0 1 0 0
$A(3) = A(2) \oplus \mathrm{v}_0$	1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 1 1	1 1 1 0
$A(4) = A(3) \oplus \mathrm{v}_2$	0 1 0 1	1 0 1 0	1 1 0 1	1 0 0 1
$A(5) = A(4) \oplus \mathrm{v}_0$	1 0 1 1	0 0 0 1	1 0 1 1	0 0 1 1
$A(6) = A(5) \oplus \mathrm{v}_1$	0 1 1 1	1 1 0 1	0 1 0 0	1 1 0 1
$A(7) = A(6) \oplus \mathrm{v}_0$	1 0 0 1	0 1 1 0	0 0 1 0	0 1 1 1
$A(8) = A(7) \oplus \mathrm{v}_3$	1 0 0 0	0 0 1 0	0 1 0 1	1 1 0 0
$A(9) = A(8) \oplus \mathrm{v}_0$	0 1 1 0	1 0 0 1	0 0 1 1	0 1 1 0
$A(10) = A(9) \oplus \mathrm{v}_1$	1 0 1 0	0 1 0 1	1 1 0 0	1 0 0 0
$A(11) = A(10) \oplus \mathrm{v}_0$	0 1 0 0	1 1 1 0	1 0 1 0	0 0 1 0
$A(12) = A(11) \oplus \mathrm{v}_2$	1 1 0 1	1 0 0 0	1 0 0 0	0 1 0 1
$A(13) = A(12) \oplus \mathrm{v}_0$	0 0 1 1	0 0 1 1	1 1 1 0	1 1 1 1
$A(14) = A(13) \oplus \mathrm{v}_1$	1 1 1 1	1 1 1 1	0 0 0 1	0 0 0 1
$A(15) = A(14) \oplus \mathrm{v}_0$	0 0 0 1	0 1 0 0	0 1 1 1	1 0 1 1

Процедуру получения разложения (8) для произвольного целого значения $F(A)$ можно интерпретировать как решение задачи разбиения целого числа на слагаемые, которыми являются целые положительные числа вида 2^i, где $i \in \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$. В табл. 1 приведены примеры подобных разложений, одним из которых является разложение $37 = 8+8+8+4+4+2+2+1$, представленное в виде последовательности 88844221 повторяющихся слагаемых 8, 4, 2 и 1 [25–27].

Простейшим способом генерирования всех разбиений целого числа на слагаемые независимо от их порядка является разбиение в обратном лексикографическом порядке, начинающееся с разбиваемого целого числа 'n', когда само число представляется одним слагаемым n, и заканчивающееся представлением '111…1' этого числа в виде n слагаемых, равных единице [25].

Для целого значения $F(A) = 37$ и $m = 4$, с учетом ограничений на слагаемые, которыми в данном случае могут быть только 8, 4, 2 и 1, и их количество всевозможные разбиения следующие: 88844221, 888442111, 888422221, 8884222111, 884444221, 8844442111, 8844422221, 88444222111.

Специфика разбиения значения переключательной активности накладывает ограничение на число слагаемых $2^{m-1}, 2^{m-2}, \dots, 2^0$, количество каждого из которых не должно равняться нулю и превышать m. И только одно слагаемое может входить в разбиение m раз.

Рассмотрим алгоритм разбиения целого числа, определяющего переключательную активность $F(A)$ последовательности $A(n) = a_{m-1}a_{m-2}\dots a_0(1)$ для заданного значения m. Слагаемыми разбиения могут быть только целые числа вида 2^i, где $i \in \{0, 1, 2, \dots, m-1\}$, а их сумма должна принадлежать диапазону от 2^{m-1} до $m2^m - 2^{m-1} - m + 1$ (см. свойство 2).

Алгоритм разбиения целого числа на слагаемые.

1. Первоначально определяется сумма всех слагаемых 2^i, которая равняется максимальному m-разрядному двоичному числу $2^m - 1$.

2. Выполняется операция деления $F(A)$ на $2^m - 1$. Полученное частное w определяет минимальное количество вхождений каждого из слагаемых 2^i в разбиение целого $F(A)$. При равенстве нулю остатка q от операции деления частное w является числом использования каждого из слагаемых 2^i, $i \in \{0, 1, 2, \dots, m-1\}$ в разбиении $F(A)$, и на этом шаге алгоритм разбиения завершается. В противном случае выполняется следующий шаг.

3. Остаток $0 < q < 2^m - 1$ от операции деления представляется в двоичном коде $q = b_{m-1} \cdot 2^{m-1} + b_{m-2} \cdot 2^{m-2} + \dots + b_0 \cdot 2^0$, $b_i \in \{0, 1\}$.

4. Строится разбиение целого числа $F(A)$ на слагаемые 2^i, где $i \in \{0, 1, 2, \dots, m-1\}$, каждое из которых входит в разбиение $0 < w + b_i \le m$ раз, где величина $w + b_i$ определяет значение цифры $w(\mathrm{v}_{m-1-i})$ разложения (8).

Применив данный алгоритм для случая $m = 6$ и $F(A) = 189$, получим, что частное w от деления 189 на 63 равняется 3, а остаток $q = 0$, соответственно разбиение числа 189 имеет вид $2^5 2^5 2^5 2^4 2^4 2^4 2^3 2^3 2^3 2^2 2^2 2^2\ 2^1 2^1 2^1 2^0 2^0 2^0$. Цифры разложения (8) принимают значения $w(\mathrm{v}_0) = w(\mathrm{v}_1) = w(\mathrm{v}_2) = w(\mathrm{v}_3) = w(\mathrm{v}_4) = w(\mathrm{v}_5) = 3$, которые и определяют веса строк матрицы V. В случае нахождения соответствующей полученным весам строк порождающей матрицы V, применяемой для реализации соотношения (1), нахождение очередного набора последовательности $A(n)$ всегда будет осуществляться за счет выполнения трех переключений. В общем случае важным фактом является существование порождающей матрицы V максимального ранга, веса строк которой соответствуют цифрам разложения (8) [28].

При получении матрицы V с рангом, отличным от максимального, повторно выполняется формирование случайным образом матрицы с фиксированными весами Хэмминга ее строк. Каждая строка этой матрицы представляет собой случайный двоичный вектор с заданным весом $w(\mathrm{v}_i)$. Затем опять проверяется ранг матрицы. Очевидно, что требование к весам строк матрицы и одновременно необходимость ее максимального ранга могут существенно ухудшить вероятностную оценку положительного исхода при нахождении порождающей матрицы V [28]. Противоречивость данных требований может приводить к невозможности нахождения подобной матрицы, что иллюстрирует следующий пример.

а

8	8		
4	4		
2	2		
1	1		

б

8	8		
4			
2	2	2	2
1	1		

Диаграммы для: *а* – $w(\mathrm{v}_0) = w(\mathrm{v}_1) = w(\mathrm{v}_2) = w(\mathrm{v}_3) = 2$;
б – $w(\mathrm{v}_0) = w(\mathrm{v}_3) = 2, w(\mathrm{v}_1) = 1$ и $w(\mathrm{v}_2) = 4$.

Пример 1. Определить веса строк порождающей матрицы V для формирования последовательности $A(n) = a_3a_2a_1a_0$ (1) с переключательной активностью $F(A) = 30$.

Значение m равняется 4, соответственно $F(A) = 30$ принадлежит требуемому диапазону от 15 до 53. Применив алгоритм, описанный выше, получим значения цифр $w(\mathrm{v}_3) = 2$, $w(\mathrm{v}_2) = 2$, $w(\mathrm{v}_1) = 2$ и $w(\mathrm{v}_0) = 2$ разложения (8), которому соответствует разбиение 88442211 целого числа 30. Однако попытка нахождения соответствующей матрицы максимального ранга для $m = 4$, у которой все строки содержат по две единицы, не дает положительного результата. Это связано с тем, что в данном случае требование о линейной независимости векторов v_3, v_2, v_1 и v_0 и значения их весов $w(\mathrm{v}_3)$, $w(\mathrm{v}_1)$, $w(\mathrm{v}_2)$ и $w(\mathrm{v}_0)$ несовместимы. В то же время разбиение 884222211 числа 30 определяет цифры $w(\mathrm{v}_3) = 2$, $w(\mathrm{v}_2) = 4$, $w(\mathrm{v}_1) = 1$ и $w(\mathrm{v}_0) = 2$ разложения (8) для которого уже существуют матрицы с максимальным рангом.

Приведенный пример показывает, что получение одного разбиения целого числа на слагаемые не представляется сложной задачей. В свою очередь, генерирование порождающей матрицы V может потребовать наличия большего числа разбиений целого числа, полученных путем модификации исходного. По аналогии с диаграммами Юнга [25] для формализации процедуры модификации разбиения числа на слагаемые определим диаграмму разложения (8), которая учитывает все сформулированные ранее ограничения.

Определение 1. Диаграмма разложения (8) *целого числа, принадлежащего диапазону от* $2^m - 1$ *до* $m2^m - 2^{m-1} - m + 1$, *представляет собой матрицу, состоящую из* $m \times m$ *клеток, причем каждая заполненная клетка* i*-й строки,* $i \in \{0, 1, 2, \dots, m-1\}$, *соответствует целому числу* 2^{m-1-i}. *В матрице отсутствуют незаполненные строки, выравненные по левой границе, а их заполнение соответствует разбиению целого числа.*

На рисунке приведены две диаграммы разложения для случая целого числа 30.

Приведенные диаграммы свидетельствуют о том, что сумма значений заполненных клеток в обоих случаях равняется числу 30, а их заполнение соответствует его разбиениям 88442211 и 884222211 на слагаемые 8, 4, 2 и 1. Анализ примера показывает, что диаграмма б) может быть получена из диаграммы а) путем удаления одной клетки 4 и заполнения двух незаполненных клеток 2. Подобная процедура эквивалентна удалению слагаемого 4 из разбиения 88442211 числа 30 и добавлению двух слагаемых, равных 2, для получения разбиения 884222211 этого же числа, что позволяет определить операцию модификации разложения, соответствующего определению 1.

Операция модификации. Для i-й $i = \overline{0, m-2}$, строки диаграммы разложения (8), *содержащей более одной заполненной клетки, удаление заполненной клетки сопряжено с заполнением 2^j свободных клеток в $(i+j)$-й строке, $i+j = \overline{1, m-1}$, диаграммы, где $j \leq \log_2(m-1)$.*

Данная операция симметрична относительно операций удаления и заполнения. Это значит, что удаление 2^j заполненных клеток в i-й, $i = \overline{1, m-1}$, строке диаграммы, содержащей более чем 2^j заполненных клеток, сопряжено с заполнением одной клетки в $(i-j)$-й строке, $i-j = \overline{0, m-2}$, где $j \leq \log_2(m-1)$.

5. Задачи синтеза последовательностей с заданной переключательной активностью

Учитывая широкий спектр применения тестовых последовательностей $A(n)$ [19, 21, 22, 29, 30], сформулируем задачи синтеза генераторов таких последовательностей. Результатом синтеза, как указывалось ранее, будет являться порождающая матрица V, которая обеспечивает значения переключательной активности $F_{av}(A)$ и $F_{av}(a_j)$ последовательности $A(n) = a_{m-1}\ a_{m-2}\ \ldots a_0, a_i \in \{0, 1\}, i \in \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$ и $n \in \{0, 1, 2, \ldots, 2^m-1\}$.

Задача 1. Синтезировать устройство, формирующее последовательность $A(n)$ для заданного значения m и требуемой величины $F_{av}(A)$.

Примером подобной задачи может быть задача формирования последовательности двойного Грея, т.е. такой последовательности, для которой при переходе от текущего тестового набора к последующему выполняется только два переключения. Решение задачи 1 будет заключаться в: (i) получении $F(A) = \mathrm{int}\,[F_{av}(A) \times (2^m - 1)]$, где int означает операцию получения целой части от числа, представленного в скобках; (ii) разбиении целого числа $F(A)$ на слагаемые; (iii) получении значений весов строк $w(\mathrm{v}_i)$ искомой порождающей матрицы V и нахождении матрицы максимального ранга с весами строк $w(\mathrm{v}_i)$. В случае невозможности получения требуемой матрицы в силу противоречивости сформулированных к ней требований первоначально применяется операция *модификации* разбиения целого числа, описанная ранее. Следующим и финальным этапом является *коррекция* значения $F(A)$.

В общем случае операция *коррекции* применяется для обеспечения заданного значения $F_{av}(A)$ с минимальной погрешностью. Для этого первоначально изменяется (*корректируется*) значение $F(A)$ на минимальную величину ($+1$ или -1) и осуществляется поиск соответствующей порождающей матрицы V (2). В случае отрицательного исхода по результатам поиска требуемой матрицы значение отклонения величины $F(A)$ от требуемого значения $\mathrm{int}\,[F_{av}(A) \cdot (2^m - 1)]$ увеличивается. Следует отметить, что коррекция величины $F(A)$ на единицу вносит несущественную погрешность, которая для реальных значений m в процентном исчислении определяется как $(1/(2^m-1)) \times 100\%$.

З а д а ч а 2. *Синтезировать устройство, формирующее последовательность $A(n)$ для заданного значения m, в которой для $k \le m$ ее разрядов $a_{\alpha 1}, a_{\alpha 2}, \ldots, a_{\alpha k}$, $\alpha i \in \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$, $i = \overline{1, k}$, определены конкретные значения переключательной активности $F_{av}(a_{\alpha 1}), F_{av}(a_{\alpha 2}), \ldots, F_{av}(a_{\alpha k})$.*

Также как и в случае задачи 1, средние значения $F_{av}(a_{\alpha 1})$, $F_{av}(a_{\alpha 2})$, $\ldots$, $F_{av}(a_{\alpha k})$ переключательных активностей представляются в виде суммарных величин количества $F(a_{\alpha 1}), F(a_{\alpha 2}), \ldots, F(a_{\alpha k})$ переключений разрядов $a_{\alpha 1}, a_{\alpha 2}, \ldots, a_{\alpha k}$ последовательности $A(n)$. Далее $F(a_{\alpha i})$ преобразуются в m-разрядный двоичный код, $F(a_{\alpha i})_{(10)} = F(a_{\alpha c})_{(2)} = \beta_{\alpha i}(0) \cdot 2^{m-1} + \beta_{\alpha i}(1) \cdot \cdot 2^{m-2} + \ldots + \beta_{\alpha i}(m-1) \cdot 2^0$. Отметим, что $\beta_{\alpha i}(0)$ представляет собой старший бит полученного двоичного кода, а сам код $\beta_{\alpha i}(0)\beta_{\alpha i}(1)\ldots\beta_{\alpha i}(m-1)$ однозначно определяет значения αi-го столбца порождающей матрицы V (2). Таким образом вычисляются значения всех $k \le m$ столбцов матрицы V, которые определяют переключательные активности $F_{av}(a_{\alpha 1}), F_{av}(a_{\alpha 2}), \ldots, F_{av}(a_{\alpha k})$.

В случае невыполнения необходимого условия к $F(a_{\alpha 1})$, $F(a_{\alpha 2})$, $\ldots$, $F(a_{\alpha k})$, сформулированного в виде свойства 1, применяется операция *коррекции.*

Следующим шагом решения задачи 2 является проверка выполнения достаточного условия к значениям переключательных активностей $F(a_{\alpha 1})$, $F(a_{\alpha 2}), \ldots, F(a_{\alpha k})$, представляющими собой двоичные коды столбцов матрицы V, которым является линейная независимость столбцов порождающей матрицы, невыполнение которого влечет применение операций *коррекции.*

Далее случайным образом (равновероятно и независимо) генерируются остальные столбцы двоичной матрицы V, в которой столбцы $\alpha 1, \alpha 2, \ldots, \alpha k$ принимают заданные значения. Определяется ранг полученной матрицы. В случае максимального ранга данная матрица является искомой и используется для построения генератора последовательности $A(n)$. При получении матрицы с рангом, отличным от максимального значения, равного m, повторяется генерирование случайным образом остальных столбцов искомой матрицы V.

З а д а ч а 3. *Синтезировать устройство, формирующее последовательность $A(n)$ для заданного значения m, в которой для $k \le m$ ее разрядов $a_{\alpha 1}, a_{\alpha 2}, \ldots, a_{\alpha k}$, $\alpha i \in \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$, $i = \overline{1, k}$, определены конкретные значения переключательной активности $F_{av}(a_{\alpha 1}), F_{av}(a_{\alpha 2}), \ldots, F_{av}(a_{\alpha k})$, а переключательная активность $A(n)$ равняется $F_{av}(A)$.*

Корректная постановка задачи 3 предполагает, что $F_{av}(a_{\alpha 1}) + F_{av}(a_{\alpha 2}) + \cdots + F_{av}(a_{\alpha k}) < F_{av}(A) \le m - 1/2 + 1/(2^{m+1} - 2)$. На начальной стадии решение задачи 3 повторяет решение задачи 2. Далее выполняются шаги процедуры решения задачи 1. Отличием будет являться разбиение целого числа

$$F^*(A) = \mathrm{int}\left[F_{av}(A) \times (2^m - 1)\right] - \mathrm{int}\left[F_{av}(a_{\alpha 1}) \times (2^m - 1)\right] - \\ - \mathrm{int}\left[F_{av}(a_{\alpha 2}) \times (2^m - 1)\right] - \cdots - \mathrm{int}\left[F_{av}(a_{\alpha k}) \times (2^m - 1)\right]$$

на слагаемые, а не числа $F(A)$. Кроме того, при получении значений весов строк $w(\mathrm{v}_i)$ искомой порождающей матрицы V необходимо учитывать веса строк ранее сгенерированных k столбцов.

В случае невозможности получения требуемой матрицы в силу противоречивости сформулированных к ней требований первоначально применяется операция *модификации* разбиения целого числа. В последующем выполняется *коррекция* значений $F^*(A)$ и, в последнюю очередь — коррекция переключательных активностей $F(a_{\alpha 1}), F(a_{\alpha 2}), \ldots, F(a_{\alpha k})$ начиная с их максимальных значений. В качестве примера рассмотрим решение задачи 3 для конкретного случая.

Пример 2. Синтезировать устройство, формирующее последовательность $A(n) = a_5a_4a_3a_2a_1a_0$ для $m = 6$, в которой для разрядов a_1 и a_3 определена их переключательная активность $F_{av}(a_1) = 1$, $F_{av}(a_3) = 1/63$, а также значение $F_{av}(A) = 2$.

Выполнение неравенства $F_{av}(a_1) + F_{av}(a_3) = 1 + 1/63 < F_{av}(A) = 2 \leq m - 1/2 + 1/(2^{m+1} - 2) = 5{,}5079$ свидетельствует о возможности построения устройства с заданными переключательными активностями. На основании средних значений переключательных активностей $F_{av}(a_1)$, $F_{av}(a_3)$ и $F_{av}(A)$ получим $F(a_1) = 63$, $F(a_3) = 1$ и $F(A) = 126$.

Значения $F(a_1)$ и $F(a_3)$ представляются в виде $F(a_1) = 63_{(10)} = 111111_{(2)}$ и $F(a_3) = 1_{(10)} = 000001_{(2)}$. Соответственно, значения первого и третьего столбцов матрицы V примут вид $\beta_1(0)\beta_1(1)\beta_1(2)\beta_1(3)\beta_1(4)\beta_1(5) = 111111$ и $\beta_3(0)\beta_3(1)\beta_3(2)\beta_3(3)\beta_3(4)\beta_3(5) = 000001$. Вычисляется значение $F^*(A) = F(A) - F(a_1) - F(a_3) = 126 - 63 - 1 = 62$.

Далее, используя описанный выше алгоритм разбиения целого числа $F^*(A) = 62$ на слагаемые, получим $w = 0$, а $q = 62_{(10)} = 111110_{(2)}$. Таким образом, $b_5b_4b_3b_2b_1b_0 = 111110$.

Строится разбиение целого числа $F^*(A)$ на слагаемые 2^i, где $i = \overline{0, 5}$, каждое из которых входит в разбиение $w + b_i = 1 + b_i$ раз. Так как $q = 111110$, слагаемые 2^5, 2^4, 2^3, 2^2 и 2^1 входят в разбиение числа 62 по одному разу, а слагаемое 1 не входит, так как только $b_0 = 0$. Величина $w + b_i$ определяет значение цифры $w(\mathrm{v}_{m-1-i})$ разложения (8) числа $F^*(A)$, что в данном случае является весом Хэмминга строк искомой матрицы V, состоящей из шести строк и шести столбцов, исключая первый и третий столбец, и, в силу этого, допускающее нулевые значения цифр разложения.

Далее случайным образом формируются значения шести четырехразрядных двоичных векторов с весами Хэмминга, равными $w(\mathrm{v}_0) = w(\mathrm{v}_1) = w(\mathrm{v}_2) = w(\mathrm{v}_3) = w(\mathrm{v}_4) = 1$ и $w(\mathrm{v}_5) = 0$, которые и будут определять значения остальных столбцов (кроме первого и третьего) искомой матрицы. Для полученной таким образом матрицы определяется максимальность ее ранга. В случае положительного исхода матрица является основой для формирования последовательностей $A(n)$ (1) с заданными в условии примера 3 переключательными активностями. Если ранг матрицы не равен 6, процедура формирования матрицы повторяется, т.е. случайным образом генерируются шесть четырехразрядных векторов, определяющие значения разрядов a_5, a_4,

a_2 и a_0 последовательности $A(n) = a_5a_4a_3a_2a_1a_0$. В случае, когда в результате определенного количества итераций искомая матрица максимального ранга не находится, последовательно применяются операции модификации и коррекции. Решением примера задачи 3 может быть следующая матрица:

$$V = \begin{vmatrix} \beta_5(0) & \beta_4(0) & \beta_3(0) & \beta_2(0) & \beta_1(0) & \beta_0(0) \\ \beta_5(1) & \beta_5(1) & \beta_3(1) & \beta_2(1) & \beta_1(1) & \beta_0(1) \\ \beta_5(2) & \beta_5(2) & \beta_5(2) & \beta_2(2) & \beta_1(2) & \beta_0(2) \\ \beta_5(3) & \beta_5(3) & \beta_3(3) & \beta_2(3) & \beta_1(3) & \beta_0(3) \\ \beta_5(4) & \beta_5(4) & \beta_3(4) & \beta_2(4) & \beta_1(4) & \beta_0(4) \\ \beta_5(5) & \beta_5(5) & \beta_3(5) & \beta_2(5) & \beta_1(5) & \beta_0(5) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Этот результат был получен путем последовательного применения операций модификации и коррекции.

6. Заключение

Предлагается методика синтеза генераторов тестовых последовательностей с заданной переключательной активностью. Приведены определения операций модификации и коррекции для нахождения порождающей матрицы генератора тестов. Сформулированы задачи синтеза тестовых последовательностей с заданной переключательной активностью, показаны пути их решения и существующие ограничения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Jha N.K., Gupta S.* Testing of Digital Systems. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2003.
2. *Ярмолик В.Н.* Контроль и диагностика вычислительных систем. Минск: Бестпринт, 2019.
3. *Bushnell M.L., Agrawal V.D.* Essentials of Electronic Testing for Digital, Memory & Mixed-Signal VLSI Circuits. N.Y.: Kluwer Academic Publishers, 2000.
4. *Sharma A.K.* Semiconductor Memories: Technology, Testing, and Reliability. London: John Wiley & Sons, 2002.
5. *Wang S., Gupta S.K.* An automatic test pattern generator for minimizing switching activity during scan testing activity // IEEE Trans. Comp. Aided Des. Int. Circ. Syst. 2002. Vol. 21. No. 8. P. 954–968.
6. *Goor A.J., Kukner H., Hamdioui S.* Optimizing memory BIST Address Generator implementations // Proc. 6th Int. Conf. on Design & Tech. Integr. Syst. in Nanoscale Era (DTIS). 2011. P. 572–576.
7. *Pedram M.* Power minimization in IC design: principles and applications // ACM Tran. Design Aut. Elect. Syst. 1996. Vol. 1. P. 3–56.
8. *Мурашко И.А., Ярмолик В.Н.* Встроенное самотестирование. Методы минимизации энергопотребления. Минск: Бестпринт, 2008.

9. *Girard P., Guiller L., Landrault C., et al.* A test vector ordering technique for switching activity reduction during test operation // Proc. Ninth Great Lakes Symp. VLSI. 1999. P. 24–27.

10. *Bellaouar A., Elmasry M.* Low-Power Digital VLSI Design Circuits and Systems. US: Springer,1996.

11. *Huang R., Sun W., Xu Y. et al.* A Survey on Adaptive Random Testing // IEEE Trans. Soft. Eng. 2015. Vol. 14. No. 8. P. 1–36.

12. *Mrozek I., Yarmolik V.N.* Iterative antirandom testing // J. Elect. Test: Theory Appl. 2012. Vol. 9. No. 3. P. 251–266.

13. *Chen T.Y., Kuo F.C., Merkel R.G. et al.* Adaptive Random Testing: The ART of test case diversity // J. Syst. Soft. 2010. Vol. 83. No. 1. P. 60–66.

14. *Mrozek I., Yarmolik V.N.* Antirandom test vectors for BIST in Hardware / Software systems // Fundamenta Informaticae. 2012. No. 119. P. 1–23.

15. *Ярмолик С.В., Ярмолик В.Н.* Управляемые вероятностные тесты // АиТ. 2012. № 10. С. 142–155.

    Yarmolik S.V., Yarmolik V.N. Controlled Random Tests // Autom. Remote Control. 2012. Vol. 73. No. 10. P. 1704–1714.

16. *Du X., Mukherjee N., Cheng W.T. et al.* Full-speed field-programmable memory BIST architecture // Proc. IEEE Intern. Test Conf. 2005. P. 1173–1182.

17. *Aswin A.M., Ganesh S.S.* Implementation and validation of memory built in self-test (MBIST) – survey // Int. J. Mech. Eng. Tech. 2019. Vol. 10. No. 3. P. 153–160.

18. *Ярмолик С.В., Ярмолик В.Н.* Многократные неразрушающие маршевые тесты с изменяемыми адресными последовательностями // АиТ. 2007. № 4. С. 126–137.

    Yarmolik V.N., Yarmolik S.V. The Repeated Nondestructive March Tests with Variable Address Sequences // Autom. Remote Control. 2007. Vol. 68. No. 4. P. 126–137.

19. *Ярмолик В.Н., Шевченко Н.А.* Формирование адресных последовательностей с заданной переключательной активностью // Информатика. 2020. Т. 17. № 1. С. 7–23.

20. *Соболь И.М.* Точки, равномерно заполняющие многомерный куб. М.: Знание, 1985.

21. *Антонов И.А., Салеев В.М.* Экономичный способ вычисления ЛП-последовательностей // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 1979. Т. 19. No. 1. С. 243–245.

22. *Ярмолик С.В., Ярмолик В.Н.* Квазислучайное тестирование вычислительных систем // Информатика. 2013. No. 3(39). С. 65–81.

23. *Savage C.* A survey of combinatorial Gray code // SIAM Review. 1997. Vol. 39. No. 4. P. 605–629.

24. *Pomeranz I.* An adjacent switching activity metric under functional broadside tests / I. Pomeranz // IEEE Trans. Comput. 2013. Vol. 62. No. 4. P. 404–410.

25. *Кнут Д.* Искусство программирования. Т. 4А. Комбинаторные алгоритмы. Ч. 1. М.: Вильямс, 2013.

26. *McKay J.K.S.* Algorithm 371: Partitions in natural order [A1] // Commun. ACM. 1970. Vol. 13. No. 1. P. 52.

27. *Stojmenović I, Zoghbi A.* Fast algorithms for generating integer partitions // Int. J. Comp. Math. 1998. Vol. 70. No. 2. P. 319–332.

28. *Ferreira P., Jesus B., Armando J.V., Pinho J.* The rank of random binary matrices and distributed storage applications // IEEE Commun. Lett. 2013. Vol. 17. No. 1. P. 151–154.
29. *Shauchenka M.* Address Sequence Generator for Memory BIST // SSRG – IJCSE. 2019. Vol. 6. No. 11. P. 22–26.
30. *Shauchenka M.* Address Sequence Generator for Memory BIST investigation // Int. Science. J. Scient. Tech. Union Mech. Eng. – Math. Model. 2020. Vol. 4. No. 1. P. 7–8.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.Н. Соболевским.

Поступила в редакцию 07.04.2020

После доработки 03.06.2021

Принята к публикации 29.08.2021