

Заметки, хроника, информация

© 2022 г. ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

ПОПРАВКА К СТАТЬЕ Б.Т. ПОЛЯКА, М.В. ХЛЕБНИКОВА “СИНТЕЗ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ ПО ВЫХОДУ ПРИ ПОМОЩИ НАБЛЮДАТЕЛЯ КАК ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ” (АиТ. 2022. № 3. С. 7–32)

DOI: 10.31857/S0005231022110071, EDN: KERLLG

Формула для градиента $\nabla_L f(K, L, \alpha)$ в лемме 3 приведена неточно; она должна выглядеть следующим образом:

$$(1) \quad \frac{1}{2} \nabla_L f(K, L, \alpha) = \rho_L L + M_2^T Y P N_2^T - \frac{1}{\alpha} \begin{pmatrix} 0 & I \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} D \\ D - L D_1 \end{pmatrix} D_1^T.$$

Приводим полный вывод этого результата.

Для дифференцирования по L функции $f(K, L, \alpha)$ при ограничении в виде уравнения Ляпунова

$$(2) \quad \left(A_{K,L} + \frac{\alpha}{2} I \right) P + P \left(A_{K,L} + \frac{\alpha}{2} I \right)^T + \frac{1}{\alpha} \begin{pmatrix} D \\ D - L D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D \\ D - L D_1 \end{pmatrix}^T = 0$$

придадим величине L приращение ΔL и обозначим соответствующее приращение P через ΔP :

$$\begin{aligned} & \left(A + M_1 K N_1 + M_2 (L + \Delta L) N_2 + \frac{\alpha}{2} I \right) (P + \Delta P) + \\ & + (P + \Delta P) \left(A + M_1 K N_1 + M_2 (L + \Delta L) N_2 + \frac{\alpha}{2} I \right)^T + \\ & + \frac{1}{\alpha} \begin{pmatrix} D \\ D - (L + \Delta L) D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D \\ D - (L + \Delta L) D_1 \end{pmatrix}^T = 0. \end{aligned}$$

Оставляя обозначение ΔP для главной части приращения, получаем

$$\begin{aligned} & \left(A_{K,L} + M_2 \Delta L N_2 + \frac{\alpha}{2} I \right) P + P \left(A_{K,L} + M_2 \Delta L N_2 + \frac{\alpha}{2} I \right)^T + \\ & + \left(A_{K,L} + \frac{\alpha}{2} I \right) \Delta P + \Delta P \left(A_{K,L} + \frac{\alpha}{2} I \right)^T + \\ & + \frac{1}{\alpha} \left[\begin{pmatrix} D \\ D - L D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D \\ D - L D_1 \end{pmatrix}^T - \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta L D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D \\ D - L D_1 \end{pmatrix}^T - \right. \\ & \left. - \begin{pmatrix} D \\ D - L D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta L D_1 \end{pmatrix}^T \right] = 0. \end{aligned}$$

После вычитания уравнения (2) из этого уравнения имеем:

$$(3) \quad \left(A_{K,L} + \frac{\alpha}{2}I\right) \Delta P + \Delta P \left(A_{K,L} + \frac{\alpha}{2}I\right)^T + M_2 \Delta L N_2 P + P(M_2 \Delta L N_2)^T - \\ - \frac{1}{\alpha} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ \Delta L D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D \\ D - L D_1 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} D \\ D - L D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta L D_1 \end{pmatrix}^T \right] = 0.$$

Вычислим приращение функционала $f(K, L, \alpha)$ по L , линейризуя соответствующие величины:

$$\Delta_L f(K, L, \alpha) = \text{tr } \mathcal{C}_2 \Delta P \mathcal{C}_2^T + \rho_L \text{tr } L^T \Delta L + \rho_L \text{tr } (\Delta L)^T L = \\ = \text{tr } \Delta P \mathcal{C}_2^T \mathcal{C}_2 + 2\rho_L \text{tr } L^T \Delta L.$$

Рассмотрим уравнение Ляпунова

$$(4) \quad \left(A_{K,L} + \frac{\alpha}{2}I\right)^T Y + Y \left(A_{K,L} + \frac{\alpha}{2}I\right) + \mathcal{C}_2^T \mathcal{C}_2 = 0.$$

Из двойственных уравнений (3) и (4) имеем:

$$\Delta_L f(K, L, \alpha) = \\ = 2\text{tr } Y \left[M_2 \Delta L N_2 P - \frac{1}{\alpha} \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta L D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D \\ D - L D_1 \end{pmatrix}^T \right] + 2\rho_L \text{tr } L^T \Delta L = \\ = 2\text{tr } \left[N_2 P Y M_2 \Delta L - \frac{1}{\alpha} D_1 \begin{pmatrix} D \\ D - L D_1 \end{pmatrix}^T Y \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} \Delta L \right] + 2\rho_L \text{tr } L^T \Delta L = \\ = 2 \left\langle \rho_L L + M_2^T Y P N_2^T - \frac{1}{\alpha} \begin{pmatrix} 0 & I \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} D \\ D - L D_1 \end{pmatrix} D_1^T, \Delta L \right\rangle,$$

откуда и следует формула (1).

Авторы