

Управление в технических системах

© 2019 г. В.И. МЕРКУЛОВ, д-р техн. наук (from_fn@mail.ru),
А.С. ПЛЯШЕЧНИК, канд. физ.-мат. наук (a_plyashechnik@mail.ru)
(АО «Концерн «Вега», Москва)

ЗАДАЧА УПРОЩЕННОГО ЦЕЛЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИ ГРУППОВОМ ПРОТИВОБОРСТВЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ¹

Предложен способ упрощенного группового целераспределения, обеспечивающий не только назначение целей перехватчикам, но и дающий возможность построить предполагаемые траектории перехвата с учетом реальных ограничений, выбывания участников и приоритета целей.

Ключевые слова: целераспределение, наведение, управление летательными аппаратами, выбывание участников, приоритет целей.

DOI: 10.1134/S0005231019030085

1. Введение

Специфической особенностью современного взаимодействия средств нападения и защиты является их групповое применение [1]. В связи с этим весьма важной является задача оптимизации целераспределения участников группы защиты, обеспечивающая успех в боестолкновениях летательных аппаратов.

В общем случае решение этой задачи осуществляется в три этапа:

- на первом — оценивается возможность всех участников группы осуществлять перехват, исходя из запасов топлива и расстояний между перехватчиками и целями;
- на втором — для всех участников, удовлетворяющих условиям по топливу, решается задача целераспределения, суть которой состоит в назначении для каждого перехватчика конкретной цели, наилучшей по тому или иному критерию;
- на третьем — оценивается возможность получения для каждой пары траектории перехвата, удовлетворяющей ограничениям по скоростям и перегрузкам.

Необходимо отметить, что в отечественной литературе вопросам оптимизации этих задач уделяется недостаточное внимание. В зарубежной литературе рассматривается множество различных подходов к решению задачи целераспределения, учитывающих:

- тип противника (активный, пассивный);
- способы представления времени (непрерывное, дискретное);

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-08-01083-а).

- тип представления исходных моделей (детерминированные, статистические);
- виды используемых функционалов качества;
- способы решения задачи (одношаговые, многошаговые);
- различные наборы ограничений и т.д.

Детальный обзор этих подходов выполнен в [2]. Следует подчеркнуть, что в большинстве этих подходов построение целераспределения сводится к решению достаточно сложных математических задач. Наиболее распространенной среди них является известная задача WTA (Weapon Target Assignment) [3, 4], представляющая собой достаточно сложную задачу нелинейного целочисленного программирования, коэффициенты которой определяются заданными вероятностями перехвата. Хотя существуют сложные способы численного поиска приближенного решения, способные решить задачу при сотне целей и перехватчиков, трудоемкость их применения неадекватно возрастает с ростом числа участников. Кроме того, вопрос определения этих вероятностей, как правило, не обсуждается.

С учетом устойчивой тенденции возрастания количества участников противоборствующих групп [5], особенно с участием беспилотных летательных аппаратов, весьма актуальным является использование более простого способа целераспределения, основанного на минимизации суммы упрощенных функционалов качества с учетом ограничений на скорости и ускорения. Такой подход позволяет решать задачу минимизации суммарного функционала качества с высокой скоростью и для достаточно больших групп участников.

Далее задача целераспределения будет рассматриваться в трех различных постановках:

- целераспределение в стационарных группах нападения и защиты с равнозначными целями;
- целераспределение при выбывании отдельных участников противоборствующих групп;
- целераспределение с учетом приоритета целей.

2. Общая постановка задачи и схема ее решения

Для групп, состоящих из N произвольно расположенных перехватчиков и M целей, необходимо назначить каждому n -му ($n = \overline{1, N}$) перехватчику свою m -ю ($m = \overline{1, M}$) цель, наилучшую по минимуму суммарного функционала качества:

$$(1) \quad I = \sum_{n=1}^N I_{n,m(n)},$$

в котором $I_{n,m}$ представляет собой индивидуальный функционал качества, соответствующий перехвату n -м перехватчиком m -й цели. Минимизация производится по всем возможным способам $m(n)$ назначения n -му перехватчику m -й цели. При этом если перехватчиков больше, чем целей, то каждой цели должен быть назначен отдельный перехватчик, в противоположном случае каждому перехватчику должна быть назначена отдельная цель.

Задача будет решаться при условии, что выполняются следующие допущения:

- целераспределение выполняется на авиационном комплексе радиолокационного дозора и наведения [1], бортовая радиолокационная система которого работает в режиме многоцелевого сопровождения с формированием координат целей и оценок их скоростей и курсов [6];
- запаса топлива на каждом перехватчике достаточно для выполнения перехвата;
- цели не маневрируют и движутся с постоянными, но разными скоростями;
- траектория каждого перехватчика состоит из двух участков: на первом выполняется доворот на цель до требуемого угла упреждения с постоянным ускорением, а на втором — прямолинейный полет в упрежденную точку встречи;
- все перехватчики, расположенные в пространстве произвольно, имеют различную начальную скорость;
- известны максимально допустимые значения скоростей и ускорений перехватчиков;
- в качестве перехватчиков используются беспилотные летательные аппараты в режиме “камикадзе”.

Решение задачи будет состоять из следующих этапов.

1. На первом этапе выбирается класс траекторий, с помощью которых перехватчики должны перехватывать цель. На основе этого выбирается индивидуальный функционал качества перехвата для выбранного перехватчика и выбранной цели с учетом ограничений по скорости и ускорению.
2. На втором этапе задача поиска минимума индивидуального функционала качества сводится к нескольким задачам минимизации с ограничениями типа равенств.
3. На третьем этапе производится назначение целей перехватчикам, обеспечивающее минимум суммарного функционала (1). На этом этапе будут рассмотрены несколько наиболее востребованных вариантов решения задачи: обычный вариант целераспределения, целераспределение с выбыванием участников, а также целераспределение с учетом приоритета целей.

3. Построение траектории перехвата для отдельной пары перехватчик – цель

Выберем определенный перехватчик и определенную цель (рис. 1).

Пусть в начальный момент перехватчик, находится в точке A и движется со скоростью V_0 , а цель находится в точке B и движется со скоростью V . Будем строить предполагаемую траекторию перехвата следующим образом: сначала перехватчик движется с постоянным ускорением J , выполняя доворот на цель, затем в момент времени t , когда перехватчик находится в точке C , а цель находится в точке D , продолжается его движение с постоянной скоростью в точку встречи E . В качестве индивидуального функционала в (1) используем соотношение

$$(2) \quad I_{n,m} = T + K|J|t,$$

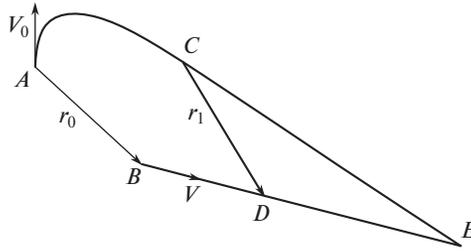


Рис. 1. Траектории движения перехватчика и цели.

где T – полное время движения перехватчика по траектории, а второе слагаемое учитывает затраты на формирование управляющего сигнала, определяемого ускорением \mathbf{J} . Постоянный коэффициент K выбирается из соображений баланса между временем перехвата и затратами на движение с ускорением.

Условие перехвата в случае, когда перехватчик и цель движутся с постоянной скоростью, заключается в том, что относительная скорость движения перехватчика направлена по линии визирования. Это означает, что в момент t окончания действия ускорения относительная скорость движения должна быть направлена по вектору \overrightarrow{CD} (рис. 1). Тогда перехватчик и цель встретятся в точке E . Если обозначить в момент t относительное положение цели $\mathbf{r}_t = \overrightarrow{CD}$ и скорость перехватчика \mathbf{V}_t , то из условия перехвата следует то, что для некоторого $\tau \geq 0$ выполнено условие $\mathbf{r}_t = \tau(\mathbf{V}_t - \mathbf{V})$. Видно, что τ является интервалом времени между моментом окончания действия ускорения и моментом перехвата. Обозначим положение цели относительно перехватчика в начальный момент времени: $\overrightarrow{AB} = \mathbf{r}_0$. Выражая $\mathbf{r}_t, \mathbf{V}_t$ через начальные величины, получим

$$(3) \quad \mathbf{r}_0 + \mathbf{V}t - \mathbf{V}_0t - \mathbf{J}t^2/2 = \tau(\mathbf{V}_0 + \mathbf{J}t - \mathbf{V}).$$

Преобразовав (3), получим

$$(2\tau + t)\mathbf{J}t = 2\mathbf{r}_0 + 2(\tau + t)(\mathbf{V} - \mathbf{V}_0).$$

Сумма $t + \tau$ представляет собой полное время движения T . Тогда

$$(4) \quad (2T - t)\mathbf{J}t = 2\mathbf{r}_0 + 2T(\mathbf{V} - \mathbf{V}_0).$$

Потребуем, чтобы скорость перехватчика $\mathbf{V}_t = \mathbf{V}_0 + \mathbf{J}t$ в момент окончания действия ускорения не превышала V_{\max} , а его ускорение не превышало J_{\max} . Из (4) следует, что ограничение $|\mathbf{J}| \leq J_{\max}$ определяет неравенство

$$(5) \quad 2|\mathbf{r}_0 + T(\mathbf{V} - \mathbf{V}_0)| \leq t(2T - t)J_{\max},$$

а ограничение $|\mathbf{V}_t| \leq V_{\max}$ – неравенство

$$(6) \quad |2\mathbf{r}_0 + 2\mathbf{V}T - \mathbf{V}_0t| \leq (2T - t)V_{\max}$$

при

$$(7) \quad T \geq t,$$

$$(8) \quad t \geq 0.$$

Определив $\mathbf{J}t$ из (4) и подставив в (2), получим функцию двух переменных

$$I_{n,m}(T, t) = T + 2K \frac{|\mathbf{r}_0 + T(\mathbf{V} - \mathbf{V}_0)|}{2T - t},$$

которую требуется минимизировать при ограничениях (5)–(8). В силу монотонной зависимости функционала $I_{n,m}(T, t)$ от переменной t при фиксированном значении T он принимает минимальное значение на границе области, определяемой неравенствами (5)–(8). В результате задача минимизации разбивается на несколько подзадач, в которых одно или два неравенства (5)–(8) полагаются равенствами.

Начнем с рассмотрения случая, когда (6) является равенством, т.е. $|\mathbf{V}_t| = V_{\max}$. С помощью условия $|\mathbf{V}_0 + \mathbf{J}t| = V_{\max}$ функционал (2) можно записать в виде

$$I_{n,m} = T + K \sqrt{V_{\max}^2 - V_0^2 - 2(\mathbf{J}t, \mathbf{V}_0)}.$$

После подстановки $\mathbf{J}t$ из (4) получим

$$I_{n,m} = T + K \sqrt{V_{\max}^2 - V_0^2 - \frac{4(\mathbf{r}_0, \mathbf{V}_0) + 4T(\mathbf{V} - \mathbf{V}_0, \mathbf{V}_0)}{2T - t}}.$$

Перейдем от переменной T к $z = 2T - t$. Тогда функционал примет вид

$$(9) \quad I_{n,m} = \frac{t+z}{2} + K \sqrt{V_{\max}^2 - V_0^2 - 2(\mathbf{V} - \mathbf{V}_0, \mathbf{V}_0) - \frac{4(\mathbf{r}_0, \mathbf{V}_0)}{z} - \frac{2t(\mathbf{V} - \mathbf{V}_0, \mathbf{V}_0)}{z}},$$

а равенство (6) запишется как

$$(10) \quad |2\mathbf{r}_0 + 2\mathbf{V}z + (\mathbf{V} - \mathbf{V}_0)t| = zV_{\max}.$$

Введем обозначения

$$(11) \quad \begin{aligned} a &= |\mathbf{V} - \mathbf{V}_0|^2; & b &= 2(\mathbf{V} - \mathbf{V}_0, \mathbf{V}); \\ c &= |\mathbf{V}|^2 - V_{\max}^2; & d &= 4(\mathbf{V} - \mathbf{V}_0, \mathbf{r}_0); \\ e &= 4(\mathbf{V}, \mathbf{r}_0); & f &= 4|\mathbf{r}_0|^2; & g &= J_{\max}^2. \end{aligned}$$

Тогда после возведения (10) в квадрат получим

$$(12) \quad at^2 + btz + cz^2 + dt + ez + f = 0,$$

а (9) примет вид

$$I_{n,m} = (t+z)/2 + K \sqrt{a - c + (d-e)/z + (b-2a)t/z}.$$

Сделаем замену переменных $x = 1/z$; $y = y/z$. Тогда задача сводится к минимизации функционала

$$(13) \quad I_{n,m} = (y + 1)/2x + K\sqrt{a - c + (d - e)x + (b - 2a)y}$$

при ограничении

$$(14) \quad G(x, y) = ay^2 + by + c + dxy + ex + fx^2 = 0.$$

Если ввести множитель Лагранжа λ , то необходимым условием минимума будет

$$\partial I_{n,m}(x, y)/\partial x = \lambda \partial G(x, y)/\partial x; \quad \partial I_{n,m}(x, y)/\partial y = \lambda \partial G(x, y)/\partial y.$$

Обозначим: $P = 2ay + b + dx$; $Q = 2fx + e + dy$; $H = (d - e)x + (2a - b)y$. После исключения λ и вычисления производных получим уравнение

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{K(2a - b)}{\sqrt{H + a - c}}\right) Q = \left(-\frac{y + 1}{x} + \frac{K(d - e)}{\sqrt{H + a - c}}\right) P.$$

Избавившись от корня с помощью возведения в квадрат, получим равенство

$$K^2 x^4 ((d - e)P - (2a - b)Q)^2 = (Qx + P(y + 1))^2 (H + a - c),$$

которое после упрощения с помощью (14) принимает вид

$$(15) \quad K^2 x^4 ((d - e)P - (2a - b)Q)^2 - (H + b - 2c)^2 (H + a - c) = 0.$$

Тем самым задача минимизации (13) сводится к решению системы уравнений (14), (15). Так как коэффициент $f = |\mathbf{r}_0|^2$ положителен, заменой $x = (2\xi - dy - e)/2f$ можно привести (14) к виду $\xi^2 = a_1 y^2 + b_1 y + c_1$. При этом (15) можно записать по степеням ξ как

$$h_0(y)\xi^6 + h_2(y)\xi^4 + h_4(y)\xi^2 + h_6(y) = \xi(h_1(y)\xi^4 + h_3(y)\xi^2 + h_5(y)),$$

где $h_k(y)$ – некоторые многочлены степени k . После возведения в квадрат останутся только четные степени ξ , которые выражаются через y . В результате получится уравнение двенадцатой степени относительно y . Численно найдем все его действительные корни при помощи известных алгоритмов нахождения корней многочленов [7]. Подставим найденные корни в (14) и из полученного квадратного уравнения найдем действительные значения x , если таковые существуют. В результате получим несколько пар значений x, y . Перейдем обратно к переменным T, t и исключим те значения, которые не удовлетворяют (5), (7) и (8). Оставшиеся пары занесем в общий список кандидатов на минимум функционала (2).

Перейдем к случаю, когда равенством является (5), т.е. $|\mathbf{J}| = J_{\max}$. Из этого равенства можно выразить t :

$$(16) \quad t = T - \sqrt{T^2 - \sqrt{\frac{4aT^2 + dT + f}{g}}},$$

где использованы обозначения (11). Знак перед корнем выбран исходя из условия $t \leq T$. В функционале (2) положим $|\mathbf{J}| = J_{\max}$ и подставим в него найденное выражение для t . В результате функционал качества становится функцией T :

$$I_{n,m}(T) = (KJ_{\max} + 1)T - KJ_{\max} \sqrt{T^2 - \sqrt{\frac{4aT^2 + dT + f}{g}}}.$$

Для определения экстремума возьмем производную $dI_{n,m}(T)/dT$, приравняв ее нулю. Если обозначить

$$h = 16(1 + 1/KJ_{\max})^2, \quad f_1(T) = \frac{4aT^2 + dT + f}{g}, \quad f_2(T) = \frac{8aT + 2d}{g},$$

то после ряда преобразований условие равенства нулю производной определяется соотношением

$$(17) \quad ((16 - h)T^2 f_1(T) + f_2(T)^2)^2 - f_1(T)(8T f_2(T) - h f_1(T))^2 = 0,$$

которое после раскрытия скобок приводит к уравнению восьмой степени по переменной T . Решим его численно. Для каждого полученного T найдем t из (16). Из всех полученных пар действительных значений (T, t) оставим только те, которые удовлетворяют (6)–(8). Занесем их в общий список кандидатов на минимум функционала (2).

Пусть теперь равенством является (7), т.е. $T = t$ – ускорение работает все время движения. Выразим $\mathbf{J}t$ из (4) и подставим в (2):

$$I_{n,m} = T + 2K|\mathbf{r}_0/T + \mathbf{V} - \mathbf{V}_0|.$$

Если перейти к $z = 1/T$, то в обозначениях (11) получим

$$I_{n,m}(z) = 1/z + K\sqrt{fz^2 + 2dz + 4a}.$$

Уравнение $dI_{n,m}(z)/dz$ сводится к уравнению шестой степени

$$(18) \quad K^2 z^4 (fz + d)^2 = fz^2 + 2dz + 4a.$$

Решим его численно и те корни, для которых выполнены условия (5), (6) и (8), добавим в общий список кандидатов на минимум функционала (2).

Рассмотрим случай, когда равенством является (8), т.е. $t = 0$ – ускорение не включается. В этом случае уравнение (4) практически никогда не будет выполнено, так как оно требует абсолютно точного перехвата цели без маневра перехватчика. Но здесь удобно поступить следующим образом. Расстояние до цели в момент T будет $|\mathbf{r}_0 + (\mathbf{V} - \mathbf{V}_0)T|$. Оно принимает минимальное значение $r_{\min} = \sqrt{f/4 - d^2/16a}$ при $T_{\min} = -d/4a$ в обозначениях (11). Если $T_{\min} \geq 0$ и величина промаха r_{\min} находится в допустимых пределах, то добавим значение T_{\min} в общий список кандидатов на минимум с соответствующим значением функционала $I_{n,m} = T_{\min}$.

Перейдем к рассмотрению случаев, когда из четырех неравенств (5)–(8) два являются равенствами.

Пусть равенствами являются выражения (5) и (6), т.е. $|\mathbf{V}_t| = V_{\max}$, $|\mathbf{J}| = J_{\max}$. Сделаем замену $z = 2T - t$. Тогда после возведения в квадрат в обозначениях (11) равенство (6) примет вид (12), а равенство (5) запишется как

$$(19) \quad gt^2z^2 - a(z+t)^2 - d(t+z) - f = 0.$$

Сложив (19) и (12), получим

$$gt^2z^2 - (c-a)z^2 + (b-2a)tz + (e-d)z = 0.$$

Можно сократить на z , так как $z = T + (T-t) \geq T > 0$:

$$(20) \quad gt^2z - (c-a)z + (b-2a)t + (e-d) = 0.$$

Выразим отсюда z и подставим в (12). Получится уравнение шестой степени относительно t :

$$(21) \quad cp_1(t)^2 - p_1(t)p_3(t)p_2(t) + p_4(t)p_2(t)^2 = 0,$$

где обозначено

$$p_1(t) = (b-2a)t + (e-d); \quad p_2(t) = gt^2 + (c-a); \\ p_3(t) = bt + e; \quad p_4(t) = at^2 + dt + f.$$

Численно найдем все действительные корни t уравнения (21), затем найдем соответствующие значения z из (20) и значения $T = (z+t)/2$. Удовлетворяющие неравенствам (7) и (8) значения занесем в общий список кандидатов на минимум функционала (2).

Пусть равенствами являются (5) и (7). Тогда после подстановки $t = T$ в (5) и возведения в квадрат получится уравнение

$$(22) \quad gT^4 - 4aT^2 - 2dT - f = 0.$$

Его решения, удовлетворяющие неравенствам (6) и (8), добавим в общий список кандидатов на минимум функционала (2).

Пусть теперь равенствами являются (6) и (7). Подставим $t = T$ в (6) и возведем в квадрат. В обозначениях (11) получим уравнение

$$(23) \quad (a+b+c)T^2 + (e+d)T + f = 0.$$

Его решения, удовлетворяющие неравенствам (5) и (8), добавим в общий список кандидатов на минимум функционала (2).

Вырожденный случай, когда одним из равенств является (8), уже был рассмотрен ранее.

Теперь найдем глобальный минимум функционала (2). Для всех пар величин (T, t) из общего списка кандидатов на минимум функционала (2), построенного на предыдущих этапах, вычислим $|\mathbf{J}t|$ с помощью (4) и подставим полученное значение в (2). Выберем те величины, которые дают минимальное значение. Полученное значение T вместе с соответствующим значением t , значением функционала $I_{n,m}$ и вектором \mathbf{J} определяют наилучшую траекторию перехвата цели и ее стоимость.

4. Формирование целераспределения группы на группу

Решив задачу поиска минимума (2) для одиночного перехватчика и цели, вернемся к рассмотрению групп перехватчиков и целей. Для каждого перехватчика с номером n и цели с номером m определим наилучшую траекторию перехвата и соответствующее значение $I_{n,m}$ функционала (2). Основываясь на этих данных, приведем решение задачи целераспределения в различных ее постановках.

Начнем с простейшей задачи, когда число перехватчиков равно числу целей. Будем искать назначение целей перехватчикам, дающее минимальную суммарную стоимость (1). В результате получаем задачу, известную под названием «задача о назначениях», с матрицей стоимости $I_{n,m}$. Способ решения этой задачи, известный как «венгерский алгоритм» [8], состоит из последовательных итераций, на каждой из которых назначение $m(n)$ меняется так, что суммарная стоимость выбора уменьшается. В результате получается такой выбор, который дает минимальное значение суммарной стоимости. Вычислительная сложность этого алгоритма для квадратной матрицы размера $N \times N$ пропорциональна N^3 .

В случае, когда $N \neq M$, требуется выполнять целераспределение при избытке перехватчиков или целей. Венгерский алгоритм также работает с прямоугольной матрицей, определяя наилучшее назначение $\min(N, m)$ целей на $\min(N, m)$ перехватчиков. Будем действовать следующим образом. Если $N < M$, то назначаем N целей на N перехватчиков, а остальные цели не трогаем. Если $N > M$, найдем такое максимальное число k , что $kM \leq N$, и объединим k копий матрицы $I_{n,m}$ размера $N \times M$ в одну матрицу размера $N \times kM$. Решив «задачу о назначениях» для этой матрицы, получим назначение kM перехватчиков на kM целей по k перехватчиков на каждую цель. Затем еще раз решим «задачу о назначениях» и назначим $N - kM$ оставшихся перехватчиков на M целей.

Этот способ целераспределения также позволяет учитывать выбывание целей или перехватчиков. Для этого достаточно просто выполнить заново всю процедуру целераспределения при выбывании участников. При повторном выполнении целераспределения новое назначение целей может сильно отличаться от предыдущего. Если это нежелательно, то можно ввести дополнительную коррекцию, умножив величины $I_{n,m}$ на некоторый множитель, меньший единицы, для тех пар (n, m) , которые были назначены друг другу на предыдущем шаге. Тем самым ранее назначенные пары перехватчик – цель получают некоторое преимущество.

Если все перехватчики обладают одинаковыми характеристиками, а среди целей некоторые считаются более важными, то процедура целераспределения усложняется, поскольку требуется определение дополнительного наряда перехватчиков, предназначенных специально для перехвата важных целей.

Назначение конкретного числа перехватчиков, необходимого для перехвата важной цели, может быть осуществлено различными способами. Ниже будет рассмотрен один из самых простых способов решения этой задачи, когда известны результаты ранжирования целей по степени их важности [9], требуемые вероятности их поражения P_T и соотношение летно-технических ха-

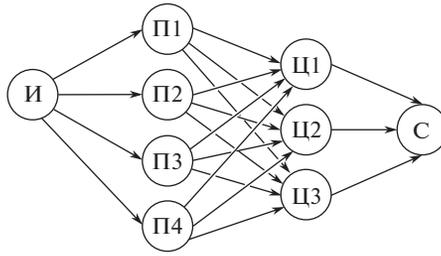


Рис. 2. Пример графа целераспределения.

рактических (ЛТХ) самолетов и оружия противоборствующих сторон [10, 11], позволяющие определить вероятность индивидуального поражения P_i важной цели конкретным перехватчиком.

На первом шаге определяется число k_m перехватчиков, реализующих вероятность \bar{P}_m поражения важной цели с номером m не меньше требуемой вероятности $P_{T,m}$, из условия

$$(24) \quad \bar{P}_m = 1 - (1 - P_{i,m})^{k_m} \geq P_{T,m},$$

где $P_{i,m}$ – вероятность индивидуального поражения цели одним перехватчиком.

В ситуации, когда общее число перехватчиков достаточно, чтобы назначить по k_m перехватчиков для всех важных целей и по одному перехватчику для остальных целей, задачу можно решить тем же способом, что и в предыдущем пункте. Достаточно лишь расширить матрицу $I_{n,m}$: для важных целей вместо одного столбца нужно вставить k_m копий исходного столбца. Решение «задачи о назначениях» с новой матрицей позволяет получить нужный результат.

Более сложной является ситуация, когда общее число перехватчиков достаточно, чтобы назначить по k_m перехватчиков для всех важных целей, но оставшихся перехватчиков не хватит на все остальные цели. Нужно минимизировать суммарную стоимость (1) так, чтобы для каждой важной цели было назначено k_m перехватчиков. Эту задачу уже нельзя сформулировать в виде «задачи о назначениях». Однако ее можно сформулировать в виде более общей задачи нахождения потока минимальной стоимости в графе. Подробное описание этой задачи и способов ее решения можно найти в [12, 13].

Задача поиска целераспределения в виде задачи нахождения потока минимальной стоимости в графе формулируется следующим образом. Граф целераспределения (рис. 2) представляет собой направленный граф, содержащий по одной вершине для каждого перехватчика и цели, а также две специальные вершины: исток (И) и сток (С).

От каждого перехватчика n к каждой цели m ведет ребро стоимостью $I_{n,m}$ и с единичной пропускной способностью. Из истока к каждому перехватчику ведет ребро нулевой стоимости и единичной пропускной способности. От каждой цели к стоку идет ребро. Для обычных целей его стоимость задается величиной, значительно превышающей максимум величин $I_{n,m}$, а его

пропускная способность равна единице. Для важных целей стоимость ребра равна нулю, а пропускная способность равна k_m . Требуется пропустить поток размера N из истока в сток. Решением задачи является величина потока для каждого ребра. Назначение целей на перехватчики определяется ребрами, ведущими от перехватчиков к целям, для которых величина найденного потока равна единице.

В заключение перечислим данные, необходимые для использования алгоритма. К ним относятся: векторы скорости всех перехватчиков и целей; векторы относительного положения для каждой пары перехватчик – цель; максимальные ограничения на величины скорости и ускорения перехватчиков. Эти данные могут быть представлены в любой форме: в декартовых или полярных координатах, в абсолютных или относительных величинах. Нужно лишь указать способ вычисления коэффициентов (11).

5. Исследование работоспособности алгоритма целераспределения

Для моделирования использовалась среда Matlab на компьютере с процессором Core I5-4670, 3.40 ГГц с 4Гб оперативной памяти. Исследование работоспособности алгоритма проводилось по результатам имитационного моделирования процедуры перехвата целей перехватчиками при следующих условиях:

- все перехватчики обладают достаточным запасом топлива;
- все цели и перехватчики размещены в пространстве случайным образом;
- начальные значения скоростей перехватчиков выбираются случайным образом из диапазона $V_{a,\min}, \dots, V_{a,\max}$ а для целей из диапазона $V_{b,\min}, \dots, V_{b,\max}$;
- на перехватчики накладываются ограничения по скорости $V_{a,\max}$ и ускорению J_{\max} .

При выборе назначения для каждой пары перехватчик – цель ищется минимальное значение $I_{n,m}$ функционала (2) при ограничениях (5)–(8). Для этого последовательно решается система (14), (15) и уравнения (17), (18), (21)–(23); среди всех полученных решений выбирается то, которое обеспечивает минимум функционала (2).

На основе полученных значений $I_{n,m}$ выбирается распределение целей по перехватчикам в соответствии с постановкой задачи. Далее проводится моделирование решения задачи целераспределения в нескольких различных постановках.

В самом простом варианте, приведенном на рис. 3, проводилось имитационное моделирование процедуры перехвата четырех целей четырьмя перехватчиками. Все цели предполагаются равнозначными и выбывания объектов не происходит. Решение получается на основе применения «венгерского алгоритма» к матрице, составленной из величин $I_{n,m}$.

Задано ограничение скорости перехватчиков $V_{\max} = 400$ (все скорости заданы в метрах в секунду), максимальное ускорение перехватчиков $J_{\max} = 30\text{м}/\text{с}^2$. Коэффициент K в (2) выбран равным $1/30$. Начальные скорости перехватчиков 283, 283, 283, 250. Начальные скорости целей 177, 164,

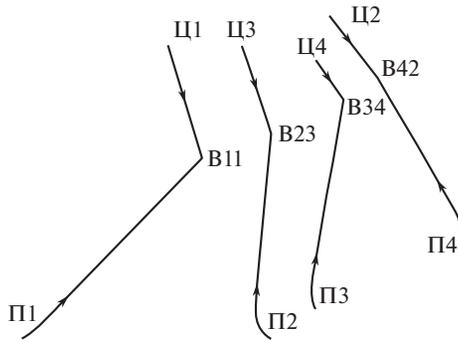


Рис. 3. Вариант группового целераспределения и перехвата.

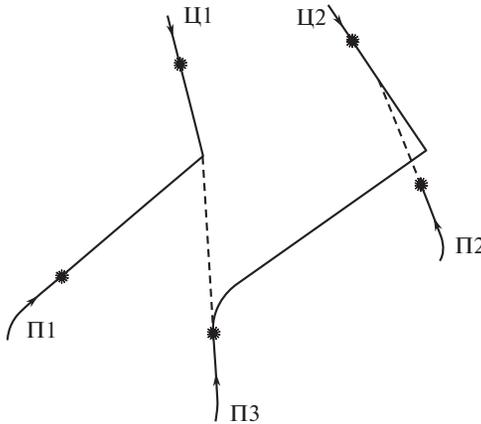


Рис. 4. Целераспределение с выбыванием перехватчика.

158, 86. Расстояние между перехватчиками и целями находится в пределах от 15 до 22 километров.

В результате каждому перехватчику назначена своя цель, а также определен вектор управляющего ускорения и время его действия. Построенные на основе полученного сигнала управления траектории также показаны на рисунке вместе с траекториями движения целей. Видно, что каждый перехватчик встречается с назначенной целью в соответствующей точке встречи B_{nm} . Времена перехвата (в секундах): $t_{1 \rightarrow 1} = 45$, $t_{2 \rightarrow 3} = 40$, $t_{3 \rightarrow 4} = 38$, $t_{4 \rightarrow 2} = 32$.

Для оценки быстродействия предложенного алгоритма также проводились расчеты при большом количестве перехватчиков и целей. Для $N = M = 100$ выполнение алгоритма занимает около одной секунды.

Геометрические соотношения между целями и перехватчиками для варианта выбывания перехватчиков в процессе наведения показаны на рис. 4. В начале перехвата по результатам целераспределения на первую цель были назначены первый и третий перехватчики, а на вторую цель — второй перехватчик. Через некоторое время после начала перехвата, когда перехватчики и цели находились в точках, отмеченных звездочками, второй перехватчик

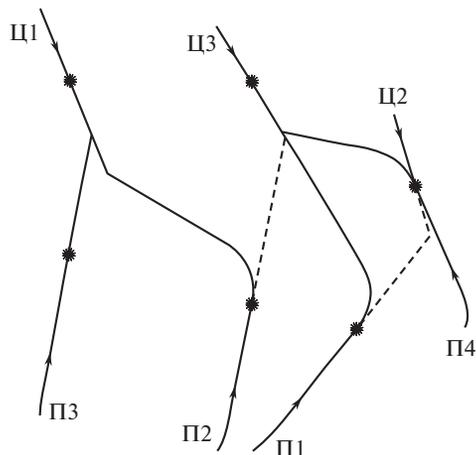


Рис. 5. Целераспределение с выбыванием цели.

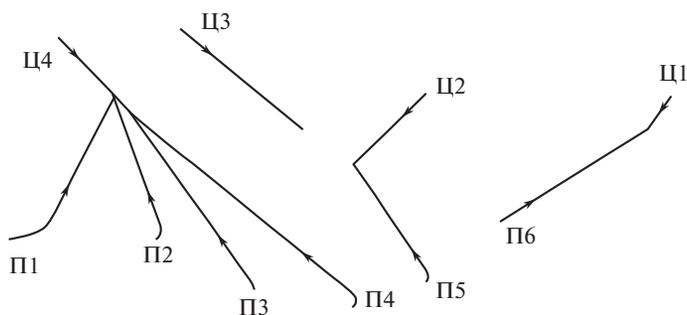


Рис. 6. Целераспределение при наличии приоритетной цели.

выбывает из преследования. После этого повторно выполняется целераспределение и третий перехватчик назначается на вторую цель вместо первой. Штриховой линией показаны участки предполагаемых траекторий, соответствующие первоначальному целераспределению, которые не были реализованы из-за выбывания перехватчика.

Другой, более сложный вариант целераспределения при выбывании целей показан на рис. 5. Первоначальное целераспределение: третий перехватчик — на первую цель, второй перехватчик — на третью цель, первый и четвертый перехватчики — на вторую цель. В некоторый момент времени четвертый перехватчик поражает вторую цель. Положения всех объектов в этот момент отмечены звездочкой. После повторного выполнения целераспределения третий и второй перехватчики назначаются на первую цель, а первый и четвертый — на третью. Штриховой линией показаны участки предполагаемых траекторий, соответствующие первоначальному целераспределению, которые не были реализованы из-за выбывания цели.

При моделировании перехвата приоритетных целей была задана требуемая вероятность поражения важной цели $P_T \geq 0,9$ при вероятности ее по-

ражения отдельным перехватчиком $P_i = 0,5$. Один из вариантов перехвата приоритетной цели показан на рис. 6. Шесть перехватчиков должны перехватить четыре цели. Цель номер 4 считается важной, и для ее перехвата в соответствии с формулой (24) требуется четыре перехватчика. Поэтому в поставленной задаче перехватчиков не хватает для всех целей и задача решается с помощью алгоритма поиска минимального потока в графе. По результатам выполнения этого алгоритма применительно к графу, построенному на основе найденных значений $I_{n,m}$, получается целераспределение, представленное на рис. 6.

Также проводился расчет целераспределения 30 перехватчиков на 26 целей, из которых 2 цели были важными и на каждую из них требовалось по 4 перехватчика. Тем самым для перехвата всех целей не хватало двух перехватчиков. С такими данными решение задачи целераспределения заняло 5 с с помощью стандартной функции Graph:minCost, дающей решение задачи о потоке в графе, из системы вычислений MatLab.

Исследования, проведенные для различного пространственного положения перехватчиков и целей при различных наборах скоростей, подтвердили работоспособность предложенного способа целераспределения при бортовых пеленгах до $\pm\pi/2$.

При целераспределении по маневрирующим целям необходимо задать время жизни гипотез изменения скорости цели (обычно несколько секунд). По истечении этого интервала необходимо снова решить задачу целераспределения и сформулировать сопутствующий закон управления. При этом подходе назначение целей может измениться. Также, как и при учете выбывания участников, можно изменить матрицу $I_{n,m}$ так, чтобы предпочтение давалось ранее назначенному распределению целей.

Точный учет ограничений по топливу можно рассматривать как дополнительное ограничение, аналогичное ограничениям по скорости и ускорению, и вычислять минимум функционала качества с учетом этого ограничения. При этом можно использовать менее точный, но значительно более простой метод. После вычисления матрицы $I_{n,m}$ становятся известными предполагаемые траектории перехвата. Для каждой такой траектории можно найти расход топлива и, в случае превышения допустимого значения, исключить этот вариант.

6. Заключение

Полученный алгоритм группового целераспределения подтвердил свою эффективность в широком поле условий применения. Его достоинством является то, что он позволяет при целераспределении учесть выбывание участников и важность целей, а также обеспечить не только назначение целей перехватчикам, но и построить предполагаемые траектории перехвата с учетом реальных ограничений. Предложенный алгоритм можно использовать в комбинации с разными методами наведения. При этом по информационному обеспечению он не накладывает принципиальных ограничений на возможность его реализации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Верба В.С.* Авиационные комплексы радиолокационного дозора и наведения. Принципы построения, проблемы разработки и особенности функционирования. М.: Радиотехника, 2014.
2. *Верба В.С., Меркулов В.И., Пляшечник А.С.* Методы и алгоритмы целераспределения при групповом противоборстве // Информационно-измерительные и управляющие системы 2018. № 1. Т. 16. С. 3–20.
3. *Ahuja R., Kumar A., Krishna J., Orlin J.* Exact and heuristic algorithms for the weapon – target assignment problem // Oper. Res. 2007. No. 6. P. 1136–1146.
4. *Zhang J., Hu C., Wang X., Yuan D.* ACGA algorithm of solving weapon – target assignment problem // Open J. Appl. Sci. 2012. V. 2. No. 4B. P. 74–77.
5. *Попов И.М., Хамзатов М.М.* Война будущего: концептуальные основы и практические выводы. М.: Кучково поле, 2017.
6. Авиационные системы радиопередачи: учебник для военных и гражданских ВУЗов / Под ред. В.И. Меркулова. М.: Изд-во ВВИА им проф. Н.Е. Жуковского, 2008.
7. *Jenkins M.A.* Algorithm 493: Zeros of a real polynomial // ACM Transac. Math. Software. 1975. No. 2. P. 178–189.
8. *Munkres J.* Algorithms for assignment and transportation problems // J. Soc. Indust. Appl. Math. 2000. No. 1. P. 32–38.
9. *Канащенков А.И., Меркулов В.И., Самарин О.Ф.* Облик перспективных бортовых радиолокационных систем. Возможности и ограничения. М.: ИПРЖР, 2002.
10. *Зуенко Ю.А., Коростелев С.Е.* Боевые самолеты России. М.: Элакос, 1994.
11. *Williams M.* Superfighters: The Next Generation of Combat Aircraft. AIRTime Publishing, Incorporated, 2002.
12. *Кристофидес Н.* Теория графов. Алгоритмический подход. М.: Мир, 1978.
13. *Gross J.L., Yellen J., Zhang P.* Handbook of Graph Theory. CRC Press, 2014.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.Я. Рубиновичем.

Поступила в редакцию 12.10.2017

После доработки 21.06.2018

Принята к публикации 08.11.2018