

УДК 521.9

ВЕКОВАЯ ЭВОЛЮЦИЯ КОЛЕЦ ВОКРУГ ВРАЩАЮЩИХСЯ ТРЕХОСНЫХ ГРАВИТИРУЮЩИХ ТЕЛ

© 2020 г. Б. П. Кондратьев^{1, 2, *}, В. С. Корноухов¹

¹ Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия

² Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

*E-mail: work@boris-kondratyev.ru

Поступила в редакцию 07.04.2020 г.

После доработки 14.05.2020 г.

Принята к публикации 30.05.2020 г.

Поставлена и решена задача о вековой эволюции тонкого кольца вокруг быстро вращающегося трехосного небесного тела. Технология расчета вековых возмущений строилась на двух формулах — азимутально усредненном силовом поле центрального тела и взаимной энергии $W_{вз}$ этого тела и кольца Гаусса. Используя $W_{вз}$ вместо обычной возмущающей функции, получена система дифференциальных уравнений для оскулирующих элементов кольца. Получено уравнение, позволяющее по единой схеме находить коэффициенты зональных гармоник азимутально усредненного потенциала неоднородного эллипсоида. Метод прилагается к карликовой планете Хаумеа с уточненными значениями массы каменного ядра и ледяной оболочки, а также коэффициентов зональных гармоник потенциала C_{20} и C_{40} . По новым данным, кольцо вокруг Хаумеа имеет небольшой наклон к экватору и должно прецессировать. Установлено, что период обратной прецессии узла кольца Хаумеа (без учета самогравитации) равен $T_{\Omega} = 12.9 \pm 0.7$ д, а период прецессии линии апсид в прямом направлении составляет $T_{\omega} \approx 8.08$ д. Доказано, что орбитальный резонанс 3:1 для частиц кольца Хаумеа выполняется лишь приблизительно, причем время усреднения дополнительных возмущений при неостром резонансе оказалось на порядок меньше, чем время T_{Ω} . Это подтверждает адекватность данного метода.

DOI: 10.31857/S0004629920100047

1. ВВЕДЕНИЕ

Кольца вокруг небесных тел давно привлекают внимание исследователей. Особый интерес вызвало недавнее открытие колец непланетного типа вокруг астероида-кентавра Карикло [1–3] и карликовой планеты Хаумеа [4]. Эти кольца не имеют спутников-пастухов, поэтому их динамика и эволюция происходят под влиянием центрального тела и должны тщательно изучаться.

Карликовая планета Хаумеа открыта в 2005 г. [5] и вращается вокруг Солнца с периодом 281.83 г. По своим размерам Хаумеа сравнима с Плутоном, и хотя уступает ему в три раза по массе, имеет вытянутую форму и очень быстро вращается вокруг своей оси [6–8]:

$$T_0 = 3.9155 \pm 0.0001 \text{ ч.} \quad (1)$$

Хаумеа имеет два небольших спутника (Hi'iaka и Namaka) [5, 8, 9], что позволило определить ее массу

$$M = 4.006 \pm 0.040 \times 10^{24} \text{ г.} \quad (2)$$

Ценная информация была получена во время важного астрономического события — прохождения Хаумеа по отдаленной звезде фона. Было открыто кольцо и уточнены следующие параметры Хаумеа [4]:

$$\begin{aligned} a_1 &= (1161 \pm 30) \text{ км,} \\ a_2 &= (852 \pm 4) \text{ км,} \\ a_3 &= (513 \pm 16) \text{ км,} \\ R &= 797.6 \text{ км,} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\rho = (1.885 \pm 0.080) \text{ г/см}^3.$$

Более полный подход к изучению проблемы вращающихся эллипсоидальных тел дан в [10]. Для определения пространственной формы Хаумеа был разработан метод, основанный на системе из восьми уравнений. Этот метод учитывает всю имеющуюся на 2018 год информацию о планетоиде, что позволило для каждого значения фотометрического параметра рассчитать не только форму и плотность модели Хаумеа, но и ориента-

цию ее тела относительно кольца и орбит спутников. Были получены наиболее вероятные характеристики карликовой планеты Хаумеа:

$$\begin{aligned} a_1 &= (1082 \pm 15) \text{ км}, \\ a_2 &= (836 \pm 5) \text{ км}, \\ a_3 &= (511 \pm 13) \text{ км}, \\ R_0 &= (773 \pm 8) \text{ км}, \\ \bar{\rho} &= (2.07 \pm 0.07) \text{ г/см}^3, \\ r_k &= 2300 \pm 60 \text{ км}. \end{aligned} \quad (4)$$

В [10] установлено также, что кольцо Хаумеа имеет небольшой наклон к плоскости экватора

$$i_k = 3.2 \pm 1.4, \quad (5)$$

Сравнивая (4) с результатами Ortiz et al. из [4], видим, что у нас фигура Хаумеа не столь вытянута и на 10% более плотная. Эти детали важно знать при анализе динамики кольца.

При изучении динамики колец необходимо также знать потенциал и силовое поле самого кольца Гаусса. Напомним, что гауссово кольцо получается при “размазывании” точечной массы m , двигающейся вокруг массивного центрального тела по эллиптической орбите; при этом получается неоднородный материальный эллипс с одномерной плотностью вещества, обратной скорости движения спутника на данном участке траектории. Элемент массы такого кольца на угловом интервале dv равен

$$dm = \frac{m}{2\pi} \frac{(1 - e^2)^{3/2}}{(1 + e \cos v)^2} dv, \quad (6)$$

где v – угол истинной аномалии, e – эксцентриситет орбиты. В конечном аналитическом виде потенциал кольца Гаусса был найден в [11], см. также [12]. В [13] была решена задача о взаимной энергии двух компланарных гравитирующих колец Гаусса. Для более общей пространственной ориентации колец их взаимная энергия была найдена в работе [14].

В данной работе решена задача о вековой прецессии кольца вокруг быстро вращающегося трехосного небесного тела. В разделах 2 и 3 найден азимутально усредненный внешний потенциал трехосного тела, и получено выражение взаимной энергии $W_{вз}$ центральной фигуры и кольца Гаусса. В разделе 4 через взаимную энергию $W_{вз}$ получена система дифференциальных уравнений для оскулирующих элементов кольца. В разделе 5 уточняются параметры для карликовой планеты Хаумеа и, в частности, вычисляются коэффициенты потенциала четных зональных гармоник C_{20} и C_{40} . В разделе 6 с помощью полученных уравнений эволюции для кольца Хаумеа мы находим пе-

риод прецессии узла и период прецессии линии апсид. В разделе 7 обсуждаются детали орбитального резонанса для частиц кольца. Результаты обсуждаются в разделе 8.

2. АЗИМУТАЛЬНО УСРЕДНЕННЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ТРЕХОСНОГО ЭЛЛИПСОИДА

Рассмотрим однородный трехосный эллипсоид с граничной поверхностью

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} + \frac{x_3^2}{a_3^2} = 1, \quad a_1 \geq a_2 \geq a_3, \quad (7)$$

вращающийся вокруг оси a_3 . Внешний потенциал этого гравитирующего эллипсоида можно представить в виде ряда по сферическим гармоникам

$$\begin{aligned} \varphi(r, \theta, \lambda) &= \frac{GM}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_0}{r} \right)^n P_{nm}(\sin \theta) \times \right. \\ &\quad \left. \times [C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda] \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

где r , θ и λ есть радиус, широта и долгота в системе координат, начало которой лежит в центре масс тела, R_0 есть наибольший экваториальный радиус тела, P_{nm} есть присоединенные полиномы Лежандра, C_{nm} и S_{nm} есть коэффициенты потенциала, которые определяются через распределение масс внутри тела. В случае трехосного эллипсоида (7)

$$\begin{aligned} C_{nm} &= 0 \quad \text{для нечетных } n \text{ и } m, \\ S_{nm} &= 0 \quad \text{для всех } n \text{ и } m. \end{aligned} \quad (9)$$

Для решения нашей задачи потенциал (8) достаточно разложить до членов 4-го порядка по отношению $\left(\frac{R_0}{r}\right)$:

$$\begin{aligned} \varphi(r, \theta, \lambda) &\approx \frac{GM}{r} \left\{ 1 + \left(\frac{R_0}{r} \right)^2 \left[\frac{C_{20}}{2} (3 \sin^2 \theta - 1) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 3C_{22} \cos^2 \theta \cos 2\lambda \right] + \left(\frac{R_0}{r} \right)^4 \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[\frac{C_{40}}{8} (35 \sin^4 \theta - 30 \sin^2 \theta + 3) + \frac{15C_{42}}{2} \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times (7 \sin^2 \theta - 1) \cos 2\lambda + 105C_{44} \cos^4 \theta \cos 4\lambda \right] \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Так как по условию задачи центральный эллипсоид совершает быстрое вращение вокруг малой оси, для изучения вековых эффектов в движении частиц кольца необходимо усреднить потенциал (10) по долготе λ . Такое усреднение приводит к тому, что исчезнут гармоники

(C_{22}, C_{42}, C_{44}) и потенциал (10) в цилиндрических координатах (r, z) примет вид

$$\varphi(r, z) \approx \frac{GM}{r} \left(1 + \frac{1}{2} C_{20} \left(\frac{R_0}{r} \right)^2 \left(3 \left(\frac{z}{r} \right)^2 - 1 \right) + \frac{1}{8} C_{40} \left(\frac{R_0}{r} \right)^4 \left(35 \left(\frac{z}{r} \right)^4 - 30 \left(\frac{z}{r} \right)^2 + 3 \right) \right), \quad (11)$$

где z есть высота пробной частицы над плоскостью экватора. Оставшиеся коэффициенты C_{20} и C_{40} в потенциале (11) будут равны:

$$C_{20} = \frac{2a_3^2 - a_1^2 - a_2^2}{10R_0^2}; \quad (12)$$

$$C_{40} = 3 \frac{3(a_1^4 + a_2^4) + 8a_3^4 + 2a_1^2 a_2^2 - 8(a_1^2 + a_2^2) a_3^2}{140R_0^4}.$$

R_0 в (12) есть среднеобъемный радиус тела.

3. ВЗАИМНАЯ ЭНЕРГИЯ ЦЕНТРАЛЬНОГО ЭЛЛИПСОИДА И КОЛЬЦА ГАУССА

Из физических соображений ясно, что частицы в кольце будут испытывать влияние вариаций гравитационного поля при быстром вращении центрального эллипсоидального тела, поэтому для изучения влияния вековых эффектов на динамику кольца необходимо использовать полученный выше азимутально усредненный потенциал эллипсоида (11).

Прежде всего, найдем *взаимную энергию кольца и эллипсоида*. Для этого представим координаты точки r и z кольца через элементы орбиты пробного тела

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos v}, \quad z = r \sin(v + \omega) \sin i, \quad (13)$$

где v – истинная аномалия, ω – аргумент перигентра, i – наклон орбиты к плоскости экватора центрального тела, a – большая полуось, e – эксцентриситет орбиты. Тогда взаимный потенциал центрального тела и пробной материальной точки в произвольный момент времени будет равен

$$W_{вз} = -m\varphi(r(a, e, v), z(a, e, i, \omega, v)). \quad (14)$$

Усредняя выражение (14) по углу средней аномалии, получим интеграл

$$W_{вз} = -\frac{m(1-e^2)^{3/2}}{2\pi} \times \int_0^{2\pi} \varphi[r(a, e, v), z(a, e, i, \omega, v)] \frac{dv}{(1+e \cos v)^2}, \quad (15)$$

который и представляет *взаимную энергию центрального тела и кольца Гаусса*. Параметры кольца задаются элементами орбиты пробного тела.

Подставляя под знак интеграла в (15) потенциал (11) и проводя вычисления интеграла, в итоге получим выражение

$$W_{вз} = W_0 + W_1 + W_2, \quad (16)$$

где

$$W_0 = -\frac{GMm}{a},$$

$$W_1 = \frac{1}{4} \frac{GMm}{a} C_{20} \left(\frac{R_0}{a} \right)^2 \frac{3 \cos^2 i - 1}{(1-e^2)^{3/2}}, \quad (17)$$

$$W_2 = -\frac{3}{128} \frac{GMm}{a(1-e^2)^{7/2}} C_{40} \left(\frac{R_0}{a} \right)^4 \times \left(((5 \cos^2 i - 1) - (7 \cos^2 i - 1) 5 \sin^2 i \sin^2 \omega) 4e^2 + (35 \cos^4 i - 30 \cos^2 i + 3)(2 + e^2) \right).$$

Выражение (16) играет в нашем методе важную роль, так как для расчета вековых возмущений движения частиц кольца мы используем не классическую возмущающую функцию, а взаимную энергию $W_{вз}$ (см. также [14]):

$$L = -\frac{W_{вз}}{m}. \quad (18)$$

4. УРАВНЕНИЯ ВЕКОВОЙ ЭВОЛЮЦИИ КОЛЬЦА В УСРЕДНЕННОМ ПОТЕНЦИАЛЕ ЦЕНТРАЛЬНОГО ТЕЛА

После подстановки выражения (18) в уравнения для оскулирующих элементов [15], получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{3}{2} C_{20} n \left(\frac{R_0}{a} \right)^2 \frac{\cos i}{(1-e^2)^2},$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{3}{5} C_{20} n \left(\frac{R_0}{a} \right)^2 \frac{5 \cos^2 i - 1}{(1-e^2)^2},$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{15}{16} C_{40} n \left(\frac{R_0}{a} \right)^4 \frac{\sin^2 i (7 \cos^2 i - 1)}{(1-e^2)^3} e \sin \omega \cos \omega, \quad (19)$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{15}{16} C_{40} n \left(\frac{R_0}{a} \right)^4 \frac{\sin i \cos i (7 \cos^2 i - 1)}{(1-e^2)^4} \times e^2 \sin \omega \cos \omega,$$

где $n = \sqrt{\frac{GM}{a^3}}$ – среднее движение точечной массы m по орбите, а коэффициенты C_{20} и C_{40} даны в (12).

Заметим, что отношение первых двух уравнений в (19) будет равно

$$\frac{\dot{\Omega}}{\dot{\omega}} = -\frac{25 \cos^2 i - 1}{5 \cos i}. \quad (20)$$

Из (20) следует, что отношение периодов прецессии узла и линии апсид зависит только от угла i наклона кольца к экватору эллипсоида.

5. УТОЧНЕННАЯ МОДЕЛЬ ПЛАНЕТОИДА ХАУМЕА

Полагаем, что двухслойная модель карликовой планеты Хаумеа состоит из внутреннего эллипсоидального каменного ядра и наложенной на него конфокальной эллипсоидальной ледяной оболочки. Фигура равновесия такого тела подробно изучалась в работе [3]. Центральное каменное ядро с плотностью ρ_c описывается поверхностью S_c

$$\frac{x_1^2}{a_{1c}^2} + \frac{x_2^2}{a_{2c}^2} + \frac{x_3^2}{a_{3c}^2} = 1, \quad a_{1c} > a_{2c} > a_{3c}, \quad (21)$$

а внутренняя и внешняя поверхности ледяной оболочки плотности ρ_{sh} представлены уравнением (21) и (7) соответственно. Для устойчивости следует потребовать $\rho_c > \rho_{sh}$.

Уравнение равновесия жидкой массы, вращающейся вокруг оси Ox_3 с угловой скоростью Ω имеет вид

$$\text{grad } p = \rho \text{ grad } \Phi, \quad (22)$$

где $p(x)$ есть внутреннее давление, а полный потенциал $\Phi(x)$ равен

$$\Phi(x) = \varphi(x) + \frac{1}{2} \Omega^2 (x_1^2 + x_2^2). \quad (23)$$

Уравнение (22) требует, чтобы внутренняя и внешняя поверхности ледяной оболочки были уровнями, $\Phi(x) = \text{const}$. Это накладывает ограничения на форму оболочки: она должна представлять собой фокалоид, в котором квадраты полюсей двух граничных поверхностей связаны соотношениями

$$a_{1c}^2 = a_1^2 - \lambda, \quad a_{2c}^2 = a_2^2 - \lambda, \quad a_{3c}^2 = a_3^2 - \lambda, \quad (24)$$

где λ есть наибольший корень кубического уравнения

$$\frac{x_1^2}{a_{1c}^2 + \lambda} + \frac{x_2^2}{a_{2c}^2 + \lambda} + \frac{x_3^2}{a_{3c}^2 + \lambda} = 1. \quad (25)$$

Как известно [3], внешний потенциал двухслойного эллипсоида можно представить в виде комбинации потенциалов однородных эллипсоидов

$$\varphi = \varphi(\rho_{sh}, a_1, a_2, a_3) + \varphi(\rho_c, a_1, a_2, a_3) - \varphi(\rho_{sh}, a_{c1}, a_{c2}, a_{c3}). \quad (26)$$

Поэтому для коэффициентов зональных гармоник находим выражение

$$\begin{aligned} \bar{C}_{n0} = C_{n0}(a_{1c}, a_{2c}, a_{3c}) & \left(\frac{a_{1c} a_{2c} a_{3c}}{a_1 a_2 a_3} \right)^{\frac{3+n}{3}} \times \\ & \times \frac{\rho_c - \rho_{sh}}{\rho} + C_{n0}(a_1, a_2, a_3) \frac{\rho_{sh}}{\rho}. \end{aligned} \quad (27)$$

Используя обобщенную теорему Маклорена–Лапласа [16], выражение (27) можно существенно упростить

$$\bar{C}_{n0} = C_{n0}(a, b, c). \quad (28)$$

Для дальнейших расчетов используем уточненные параметры Хаумеа [10]. Часть этих параметров была дана выше в формулах (4) и (5); кроме того, необходимо также знать полуоси каменного ядра планетоида:

$$a_{1c} = 1010 \text{ км}, \quad a_{2c} = 740 \text{ км}, \quad a_{3c} = 331 \text{ км}. \quad (29)$$

Наш расчет для массы ядра и оболочки Хаумеа дает:

$$\begin{aligned} M_c &= (3.1 \pm 0.1) \times 10^{24} \text{ г}, \\ M_{sh} &= (0.9 \pm 0.1) \times 10^{24} \text{ г}; \end{aligned} \quad (30)$$

тогда отношение массы оболочки к полной массе планетоида составит

$$\kappa = \frac{M_{sh}}{M_c + M_{sh}} \approx 22.5\%. \quad (31)$$

Для нормированных коэффициентов потенциала (12) получим значения

$$C_{20} = -0.225 \pm 0.009, \quad C_{40} = 0.116 \pm 0.009. \quad (32)$$

6. ПРЕЦЕССИЯ КОЛЬЦА В АЗИМУТАЛЬНО УСРЕДНЕННОМ ПОЛЕ ПЛАНЕТОИДА

Применим два первых уравнения из системы (19) для оценки периодов вековой прецессии кольца карликовой планеты Хаумеа. Для расчетов используем значения параметров Хаумеа (4, 5) и (32). Полагая для простоты кольцо круговым, из первого уравнения получаем следующее значение для частоты движения узла кольца в плоскости экватора

$$\frac{d\Omega}{dt} = (-5.7 \pm 0.3) \times 10^{-6} \text{ с}^{-1}. \quad (33)$$

Знак “–” в (33) означает, что линия узлов вращается в отрицательном направлении (по часовой стрелке). Период этой прецессии будет равен

$$T_\Omega = 12.9 \pm 0.7 \text{ д}. \quad (34)$$

Далее, с учетом отношения (20), находим, что прецессия линии апсид кольца Хаумеа происходит в положительном направлении с периодом

$$T_\omega \approx 8.08 \text{ д}. \quad (35)$$

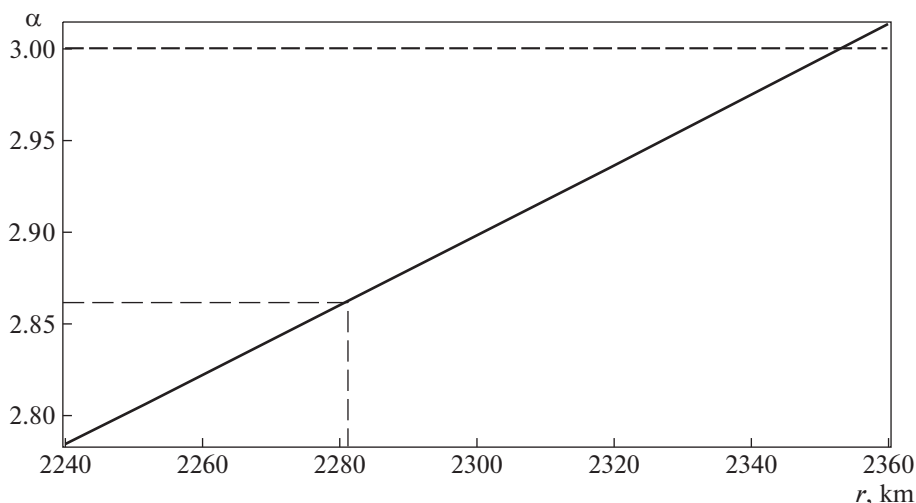


Рис. 1. Зависимость орбитального периода вращения частиц кольца Хаумеа в единицах периода осевого вращения Хаумеа от радиуса r . Штрихами показано значение α для среднего радиуса кольца.

Как видим, периоды прецессии кольца вокруг Хаумеа сравнительно небольшие, поэтому вековая эволюция этого кольца по углам Ω и ω происходит в быстром темпе.

7. ОБСУЖДЕНИЕ УСЛОВИЙ РЕЗОНАНСА В КОЛЬЦЕ ХАУМЕА

Для карликовой планеты Хаумеа естественным препятствием в расчете эффекта прецессии кольца может стать наличие орбитального резонанса 3 : 1 для частиц кольца с периодом вращения самого планетоида. Наличие этого резонанса неоднократно обсуждалось в литературе (см., например, [17]).

Поясним, что при резонансе появляются дополнительные локальные возмущения и возникает вопрос о выживании кольца. В литературе ранее нередко высказывалось мнение, что при наличии резонансов метод колец может давать сбой (см., например, [18]). Однако с таким мнением нельзя безоговорочно согласиться. У реальных орбит есть отклонения от строгого резонанса, что открывает возможность дополнительного усреднения локальных возмущений [19]. Ясно, чем острее резонанс, тем длиннее должен быть период усреднения дополнительных возмущений. Для кольца Хаумеа резонанс 3:1, как будет показано, также соблюдается лишь приблизительно и не является острым; вопрос заключается в том, на каких характерных временах $T_{\text{рел}}$ усредняются дополнительные возмущения. Рассмотрим некоторые детали.

Используя найденный в этой работе азимутально усредненный потенциал трехосного тела (11), находим квадрат скорости вращения части-

цы в гравитационном поле вращающегося планетоида

$$V^2(r) = \frac{GM}{r} \left[1 - \frac{3}{2} C_{20} \left(\frac{R_0}{r} \right)^2 + \frac{15}{8} C_{40} \left(\frac{R_0}{r} \right)^4 \right]. \quad (36)$$

Входящие в (36) коэффициенты C_{20} и C_{40} были рассчитаны с учетом строения фигуры равновесия эллипсоидального тела Хаумеа. Напомним, что период осевого вращения планетоида из (1) мы обозначили через T_0 ; через T_r обозначим период кругового обращения частицы в экваториальной плоскости Хаумеа на расстоянии r от ее центра. Введем параметр вращения частицы

$$\alpha = \frac{T_r}{T_0}, \quad (37)$$

график которого показан на рис. 1.

Как и ожидалось, вытянутость тела Хаумеа заметным образом сказывается на оценке орбитального периода обращения частиц кольца, уводя отношение периодов от резонансного отношения 3 : 1. Из рис. 1 видно, что острого резонанса для частиц кольца Хаумеа на самом деле нет. Действительно, найденное значение параметра $\alpha \approx 2.85$ для среднего радиуса кольца $r \approx 2287$ км заметно меньше 3. Согласно методу расчета [19], находим время релаксации

$$T_{\text{рел}} = \frac{T_0}{2} \frac{\alpha}{\alpha - 1}. \quad (38)$$

Подчеркнем, что в этой формуле вместо T_0 взято $T_0/2$, так как эллипсоид имеет два острых конца, поэтому период влияния трехосного тела Хаумеа

на частицы кольца будет в два раза короче периода осевого вращения Хаумеа. С учетом этого формула (38) дает

$$T_{\text{рел}} = 39 \text{ ч.} \quad (39)$$

Но в (34) было найдено, что период прецессии узла кольца $T_{\Omega} \approx 13$ сут, поэтому отношение времени релаксации к периоду прецессии равно примерно

$$\frac{T_{\Omega}}{T_{\text{рел}}} \approx 10. \quad (40)$$

Это означает, что за время прецессии плоскости кольца влиянием возмущений от указанного неострого орбитального резонанса можно пренебречь.

8. ОБСУЖДЕНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ

С момента открытия в 2005 г. карликовая планета Хаумеа сразу привлекла внимание необычно быстрым вращением, сильно вытянутой фигурой и двумя спутниками. Интерес к этому небесному телу еще более возрос с открытием у нее в 2017 г. плотного кольца. Это кольцо не имеет спутников-пастухов, расположено близко к центральному телу и должно испытывать сильное влияние гравитационного поля трехосной фигуры Хаумеа. Для исследований важно, что плоскость кольца не совпадает с экватором планетоида [10], поэтому актуальной является задача изучения вековой эволюции и прецессии этой кольцевой структуры.

Здесь мы применяем новый метод для изучения вековой эволюции кольца вокруг быстро вращающегося гравитирующего трехосного небесного тела. Новизна состоит в том, что для расчета вековых возмущений в движении кольца мы используем не классическую возмущающую функцию, а взаимную энергию $W_{\text{вз}}$ кольца и центрального тела. Для решения задачи сначала был найден азимутально усредненный внешний потенциал центрального тела, а затем, используя этот потенциал, мы получили выражение взаимной энергии $W_{\text{вз}}$. Это позволило вывести полную систему дифференциальных уравнений для оскулирующих элементов кольца.

Данный метод мы применили к кольцу карликовой планеты Хаумеа. Используя уточненные параметры для структуры этого планетоида, были вычислены коэффициенты потенциала четных зональных гармоник C_{20} и C_{40} . По нашим расчетам, кольцо вокруг Хаумеа имеет небольшой ($i_k = 3.2^\circ \pm 1.4^\circ$) наклон к экватору планетоида и должно прецессировать. Применяя для описания этой прецессии два из четырех уравнений эволюции, мы нашли частоты и периоды вековой пре-

цессии для кольца Хаумеа: период обратной прецессии узла кольца (без учета самогравитации) оказался равен $T_{\Omega} = 12.9 \pm 0.7$ д, а период положительной прецессии линии апсид составил $T_{\omega} \approx 8.08$ д.

Как видим, оба периода прецессии кольца Хаумеа сравнительно небольшие, и вековая эволюция для этого кольца по углам Ω и ω происходит в быстром темпе. Но все относительно: за один период прецессии плоскости кольца сам планетоид Хаумеа успевает сделать около 80 полных оборотов вокруг своей оси. Это обстоятельство и подтверждает необходимость нахождения усредненного по долготе потенциала неоднородного центрального эллипсоида.

Было установлено, что резонанс 3 : 1 в движении частиц кольца выполняется лишь приблизительно: вместо 3 мы нашли значение $\alpha \approx 2.85$, поэтому резонанс не является острым. Как следствие, время усреднения дополнительных возмущений, возникающих от неострого резонанса, оказалось на порядок меньше, чем время прецессии плоскости кольца в азимутально усредненном поле Хаумеа. Это подтверждает адекватность нашего подхода.

Можно предположить, что причиной существования резкой внешней границы кольца Хаумеа и является существование вблизи этой границы резонанса 3 : 1.

В последующем в динамике нужно учитывать влияние самогравитации кольца. Этой сложной теме будет посвящена наша следующая работа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *D. Bérard, B. Sicardy, M. Assafin, F. Braga-Ribas, et al.*, American Astronomical Society, DPS meeting #47, id.104.02 (2015).
2. *F. Braga-Ribas, B. Sicardy, J. L. Ortiz, et al.*, Nature **508**, 72 (2014).
3. *B. P. Kondratyev*, Astrophys. and Space Sci. **361**, 169 (2016).
4. *J. L. Ortiz, P. Santos-Sanz, B. Sicardy, et al.*, Nature **550**, 219 (2017).
5. *M. E. Brown, A. H. Bouchez, D. L. Rabinowitz, et al.*, Astrophys. J. Lett. **632**, L45 (2005).
6. *D. L. Rabinowitz, K. Barkume, M. E. Brown, et al.*, Astrophys. J. **639**, 1238 (2006).
7. *P. Lacerda, D. Jewitt, and N. Peixinho*, Astron. J. **135**, 1749 (2008).
8. *M. E. Brown, M. A. van Dam, A. H. Bouchez, et al.*, Astrophys. J. **639**, L43 (2006).
9. *D. Ragozzine and M. E. Brown*, Astron. J. **137**, № 6, 4766 (2009).

10. *B. P. Kondratyev and V. S. Kornoukhov*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **478**, 3159 (2018).
11. *B. P. Kondratyev*, Sol. Syst. Res. **46**, 352 (2012).
12. *В. А. Антонов, И. И. Никифоров, К. В. Холшевников*, *Элементы теории гравитационного потенциала и некоторые случаи его явного выражения* (Изд-во СПбГУ, 2008).
13. *B. P. Kondratyev and V. S. Kornoukhov*, Tech. Phys. **64**, 1395 (2019).
14. *B. P. Kondratyev and V. S. Kornoukhov*, Astron. Rep. **64**, 434 (2020).
15. *Г. Н. Дубошин*, *Небесная механика. Основные задачи и методы* (М.: Наука, 1975).
16. *Б. П. Кондратьев*, *Теория потенциала. Новые методы и задачи с решениями* (М.: Мир, 2007).
17. *B. Sicardy, S. Renner, R. Leiva, F. Roques, M. El Moutamid, P. Santos-Sanz, and J. Desmars*, in *The Trans-Neptunian Solar System*, Eds. D. Pralnik, M. A. Barucci, L. Young (Elsevier, 2020, p. 249–269).
18. *Х. Альвен, Г. Аррениус* *Эволюция Солнечной системы* (М.: Мир, 1979).
19. *B. P. Kondratyev*, Sol. Sys. Res. **48**, 396 (2014).