

УДК 534.522

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ СКАЛЯРНОЙ ВОЛНОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПОЛЕЙ ПРИСТЕНОЧНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ

© 2022 г. Е. Б. Кудашев^а, *, Л. Р. Яблоник^б, **

^аИнститут космических исследований РАН, ул. Профсоюзная 84/32, Москва, 117997 Россия

^бНаучно-производственное объединение по исследованию и проектированию энергетического оборудования им. И.И. Ползунова, ул. Атаманская 3/6, Санкт-Петербург, 191167 Россия

*e-mail: kudashev@iki.rssi.ru

**e-mail: yablonik@gmail.com

Поступила в редакцию 16.06.2022 г.

После доработки 01.07.2022 г.

Принята к публикации 05.07.2022 г.

Введено понятие скалярного частотно-волнового спектра турбулентных пристеночных давлений и исследованы его основные особенности. Скалярный частотно-волновой спектр, представляющий суммарную энергию всех волновых компонент поля турбулентных давлений с заданным модулем волнового вектора, содержит в концентрированном виде информацию, требуемую при решении многих задач аэрогидродинамической акустики. Показано, что контурные фильтры позволяют проводить оценки частотно-волнового спектра в области малых волновых чисел. Несмотря на трудность практической реализации скалярной волновой фильтрации полей пристеночных турбулентных пульсаций давления в настоящее время построение контурных фильтров представляется перспективным направлением исследований. Предложенные методы и полученные в работе результаты показывают, что широкополосная скалярная волновая фильтрация поля турбулентных пристеночных давлений может осуществляться на базе использования конечноразмерных приближений “идеального” скалярного волнового фильтра с единичной волновой чувствительностью в заданном диапазоне волновых чисел и нулевой чувствительностью вне этого диапазона.

Ключевые слова: скалярный частотно-волновой спектр, турбулентные пристеночные пульсации давления, оценки частотно-волнового спектра в области малых волновых чисел, контурные фильтры

DOI: 10.31857/S0320791922060077

ВВЕДЕНИЕ. СКАЛЯРНЫЙ ЧАСТОТНО-ВОЛНОВОЙ СПЕКТР

Современные экспериментальные исследования частотно-волнового спектра турбулентных пристеночных давлений инициированы как вопросами моделирования турбулентных процессов и параметров пристеночной турбулентности, так и прикладными задачами, связанными с аэрогидродинамической генерацией шума и вибраций [1–4].

Модельные представления используются, в частности, при отработке собственно экспериментальных методов. Классический пример – применение модели Коркоса для оценки влияния размеров приемника, регистрирующего “точечный” частотный спектр турбулентных давлений [5, 6]. На протяжении длительного времени одной из задач моделирования остается преодоление искажений, вызванных акустическим загрязнением (“acoustic contamination”) результатов

экспериментальных исследований шумом внешних источников [7].

Прикладные исследования частотно-волнового спектра направлены главным образом на установление вклада различных волновых компонент турбулентного поля пульсаций давления в суммарную нагрузку, определяющую вибрации и звукоизлучение обтекаемых элементов структур, рассматриваемых обычно как тонкостенные конструкции.

Рассмотрение отмеченных направлений показывает, что, хотя поля турбулентных давлений в пограничном слое имеют выраженный конвективный характер, физические механизмы, определяющие соответствующие им значимые эффекты, оказываются практически зависимыми лишь от модуля волнового вектора, тогда как фактор направления волны в итоге, как правило, оказывается несущественным. К примеру, уровни вибраций и акустического излучения безграничной тонкой пластины под воздействием поля

пульсаций давления, представляемого волновым спектром $E(\omega, k_1, k_2)$, пропорциональны интегральному воздействию по всем волнам с волновым числом $k_s = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$. При этом коэффициент пропорциональности зависит лишь от отношения величины k_s к волновому числу $k_p(\omega)$ свободной изгибной волны [8] при заданной угловой частоте ω и характерных волновых числах, характеризующих распространение звуковых волн в примыкающих к пластине средах. Такая структура зависимостей распространяется и на ограниченные тонкостенные конструкции при малых и умеренно больших масштабах корреляции поля пульсаций давления [9, 10].

Значения скалярного параметра k_s определяют таким же образом основные оценки, связанные с требованиями по миниатюризации приемника при измерении частотного спектра, а также волновую зону влияния акустических источников.

Отмеченные факторы приводят к выводу, что полная информация о волновых характеристиках поля турбулентных давлений, задаваемая величинами $E(\omega, k_1, k_2)$, во многих случаях избыточна, так что целесообразно рассмотрение скалярного спектра $\Phi(\omega, k_s)$, представляющего собой интеграл от волнового спектра $E(\omega, k_1, k_2)$ по окружности радиуса k_s :

$$\Phi(\omega, k_s) = k_s \int_0^{2\pi} E(\omega, k_s \cos \varphi, k_s \sin \varphi) d\varphi. \quad (1)$$

Обсуждение основных свойств данной характеристики и методов ее экспериментального изучения является предметом данной работы.

СВОЙСТВА СКАЛЯРНОГО СПЕКТРА ТУРБУЛЕНТНЫХ ДАВЛЕНИЙ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Основные характеристики скалярного спектра рассмотрим на базе двух типовых моделей двумерного частотно-волнового спектра $E(\mathbf{k}, \omega)$ с одинаковыми зависимостями продольного $E_1(k_1, \omega)$ и поперечного $E_2(k_2, \omega)$ волновых спектров:

$$E_i(k_i, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E(k_i, k_j, \omega) dk_j = P(\omega) \left(\frac{U}{\omega}\right) e_i(k_i, \omega). \quad (2)$$

Здесь $P(\omega)$ – частотный спектр пульсаций давления; $i = 1, 2$; $j = i - (-1)^i$; U – конвективная скорость, близкая к скорости обтекания. Приведенные продольный и поперечный спектры представляются выражениями:

$$e_1(k_1, \omega) = \frac{1}{\pi \alpha} \frac{1}{1 + \left(\frac{\kappa_1 - 1}{\alpha}\right)^2}, \quad (3)$$

$$e_2(k_2, \omega) = \frac{1}{\pi \beta} \frac{1}{1 + \left(\frac{\kappa_2}{\beta}\right)^2}, \quad (4)$$

в которых $\kappa = \mathbf{k}U/\omega$, а постоянные α и β в определенной мере зависят от безразмерных параметров течения, причем отношение $\beta/\alpha > 1$ уменьшается с ростом шероховатости стенки [3].

Применительно к первой, мультипликативной, модели Коркоса частотно-волновой спектр $E_m(\mathbf{k}, \omega)$ выражается в виде

$$E_m(\mathbf{k}, \omega) = P(\omega) \left(\frac{U}{\omega}\right)^2 e_1(\kappa_1, \omega) e_2(\kappa_2, \omega). \quad (5)$$

Вторая модель, с эллиптическим окном [10, 11], представляется соотношением

$$E_e(\mathbf{k}, \omega) = P(\omega) \left(\frac{U}{\omega}\right)^2 \times \frac{1}{2\pi \alpha \beta} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{\kappa_1 - 1}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\kappa_2}{\beta}\right)^2\right]^{3/2}}. \quad (6)$$

В рамках представленных моделей полезно сравнить скалярный спектр (1) с продольным спектром (3). Последняя характеристика исследовалась экспериментально в [12] с помощью линейной антенны точечных приемников. Качественный анализ можно выполнить на базе рассмотрения кривых на рис. 1, где на плоскости волнового вектора представлены линии постоянных значений частотно-волнового спектра (числа на кривых указывают величину, равную $10 \lg(E/E_{\max})$, значения α и β приняты равными соответственно 0.11 и 0.71 [13]). Из анализа графических зависимостей можно заключить, что при $\kappa_1 > 1$ значения скалярного спектра (интеграл по окружности радиуса κ_1 с центром в начале координат) способны быть выше соответствующих величин продольного спектра (интеграл по κ_2 при заданном κ_1), поскольку в первом случае контур интегрирования пересекает конвективный гребень высоких значений частотно-волнового спектра. В случае $\kappa_1 < 1$ должно выполняться противоположное соотношение, так как здесь значительный участок контура интегрирования по окружности находится на большем удалении от конвективного гребня, чем соответствующая вертикальная прямая. Естественно предполагать, что такого рода соотношения между скалярным и продольным спектрами носят достаточно общий

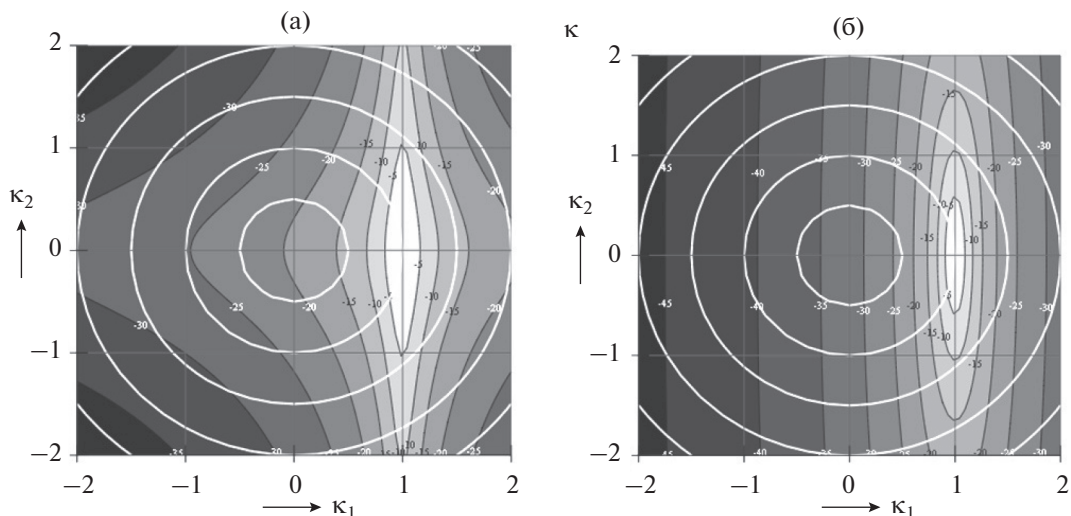


Рис. 1. Кривые равных уровней частотно-волнового спектра. (а) – Модель (4), (б) – модель (5).

характер и не зависят от конкретной модели частотно-волнового спектра, по крайней мере, в условиях турбулентного пограничного слоя.

Приведенные качественные представления иллюстрируются на рис. 2 данными прямого расчета значений безразмерного параметра $\bar{\Phi}(k_s)$, равного отнесенному к величине $P(\omega)\left(\frac{U}{\omega}\right)$ скалярному спектру (1), и безразмерного продольного спектра e_1 из (3).

Результаты, приведенные на рис. 2, демонстрируют отмеченное выше изменение соотношения между продольным и скалярным спектрами при переходе значения k , незначительно превышающего единицу. При трехкратном отклонении от единицы продольные и скалярные спектры могут отличаться на порядок. При этом, в субконвективном диапазоне степень различия существенно зависит от выбора модели спектра.

“ИДЕАЛЬНЫЙ” СКАЛЯРНЫЙ ВОЛНОВОЙ ФИЛЬТР И ЕГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Решение задачи экспериментального исследования скалярного волнового спектра поля пристеночных турбулентных давлений будем основывать на возможностях прямой волновой фильтрации. Для этого рассмотрим волновые свойства круглого приемника турбулентных давлений, распределение локальной чувствительности по точкам \mathbf{r} поверхности которого представляется соотношением

$$K(r, \varphi) = k(r) e^{im\varphi} \tag{7}$$

(r, φ – полярные координаты точки \mathbf{r} ; m – произвольное целое число).

Фурье-образ пространственного распределения чувствительности такого приемника,

$$\tilde{K}(\mathbf{k}) = \int_S K(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \tag{8}$$

характеризующий его реакцию на волновую нагрузку, выражается в форме

$$\tilde{K}(\mathbf{k}) = \tilde{K}(k, \psi) = \int_0^\infty rk(r) \times \left[\int_{-\pi}^\pi \exp(im\varphi) \exp(ikr \cos(\varphi - \psi)) d\varphi \right] dr. \tag{9}$$

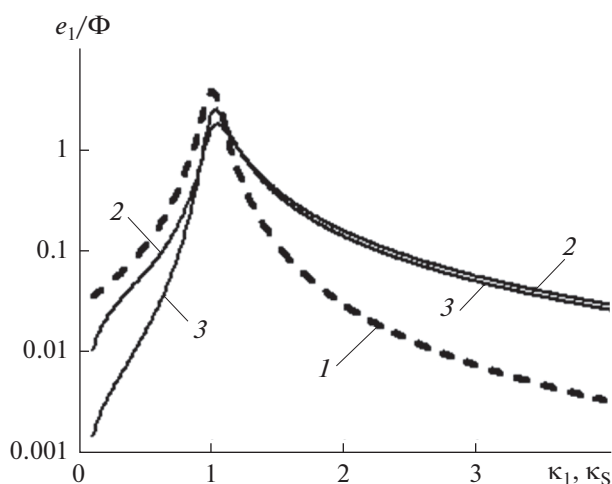


Рис. 2. Модельные зависимости для приведенных продольного и скалярного спектров. 1 – продольный спектр; 2 – скалярный спектр, мультипликативная модель; 3 – скалярный спектр, модель с эллиптическим окном.

Использование интегрального представления Бесселя [14] для бесселевых функций $J_m(x)$ с целым индексом m позволяет преобразовать последнее соотношение к достаточно компактному и удобному для анализа виду

$$\tilde{K}(\kappa, \psi) = (-1)^m 2\pi \exp\left(im\left(\psi - \frac{\pi}{2}\right)\right) \times \int_0^\infty r k(r) J_m(\kappa r) dr. \quad (10)$$

В рассматриваемом далее случае $m = 0$ формула (9) представляется зависимостью

$$\tilde{K}(\kappa) = \int_0^\infty r K(r) \left[\int_{-\pi}^\pi \exp(ikr \cos(\phi)) d\phi \right] dr = 2\pi \int_0^\infty r K(r) J_0(\kappa r) dr. \quad (11)$$

В качестве идеального скалярного волнового фильтра естественно принять приемник с постоянным ненулевым значением функции $\tilde{K}(\kappa)$ в некотором заданном диапазоне волновых чисел и нулевым значением вне этого диапазона. Воспользуемся, в связи с этим, известной интегральной формулой Вебера [14]

$$\int_0^\infty J_1(\kappa_0 r) J_0(\kappa r) dr = \begin{cases} \frac{1}{\kappa_0} & \text{при } \kappa < \kappa_0, \\ 0 & \text{при } \kappa > \kappa_0, \end{cases} \quad (12)$$

согласно которой интеграл от произведения бесселевых функций нулевого и первого порядка представляет собой разрывную функцию волновых чисел κ_0 и κ .

Из сравнения соотношений (11) и (12) следует, что при радиальном распределении локальной чувствительности

$$K_0(r) = \frac{\kappa_0^2 J_1(\kappa_0 r)}{2\pi \kappa_0 r} \quad (13)$$

волновая характеристика приемника представляет собой ступенчатую функцию волнового числа, которая скачкообразно изменяет значение от единицы до нуля при превышении аргументом κ величины κ_0 , т.е. приемник представляет собой идеальный фильтр низких волновых чисел.

Соответственно, радиальное распределение чувствительности

$$K_{01}(r) = \frac{1}{2\pi} \left(\kappa_1^2 \frac{J_1(\kappa_1 r)}{\kappa_1 r} - \kappa_0^2 \frac{J_1(\kappa_0 r)}{\kappa_0 r} \right) \quad (14)$$

при $\kappa_1 > \kappa_0$ формирует приемник, представляющий собой идеальный скалярный волновой полосовой фильтр с постоянным коэффициентом пе-

редачи, равным единице в диапазоне волновых чисел $[\kappa_0, \kappa_1]$.

Понятно, что распределение локальной чувствительности (14) может быть реализовано лишь приближенно в силу конечных размеров реального приемника. Поэтому в качестве следующего шага следует рассмотреть конечноразмерные приближения идеального скалярного волнового фильтра.

Простейший и, тем не менее, довольно важный пример такого приближения – ограничение размеров первыми нулями функций $\frac{J_1(\kappa_1 r)}{\kappa_1 r}$ и/или $\frac{J_1(\kappa_0 r)}{\kappa_0 r}$ (будем условно называть его приближением первого порядка). Характеристики такого приемника применительно к фильтру низких волновых чисел (13) показаны на рис. 3. Уровни локальной чувствительности нормированы таким образом, чтобы получить единичное значение волновой функции S в точке (зоне) максимума. Для сравнения приведена волновая характеристика поршневого приемника того же радиуса R (равного отношению r_{11}/κ_0 , где r_{11} – первый ненулевой корень бесселевой функции J_1 первого порядка), а также мембранного “изгибного” приемника конденсаторного микрофона [5] с распределением локальной чувствительности, представляемым функцией Бесселя нулевого порядка. Сопоставление представленных кривых отчетливо показывает преимущество бесселевых распределений, при которых значительно меньшее влияние имеют дополнительные пики в области относительно высоких волновых чисел. Данный фактор является существенным применительно к известной задаче [5, 6] повышения разрешающей способности приемника конечных размеров при измерениях одноточечных частотных спектров.

Влияние фактора ограниченности представления бесселевых функций в (14) (обусловленного конечностью размеров приемника) на характеристики полосовых скалярных волновых фильтров разной ширины продемонстрировано на рис. 4а. Ограничение каждой из компонент в (14) естественно сопровождается корректировочной нормировкой, обеспечивающей сохранение единичного отклика на синфазное воздействие. Расчетная формула для определения формы спектрального окна в этом случае приобретает вид:

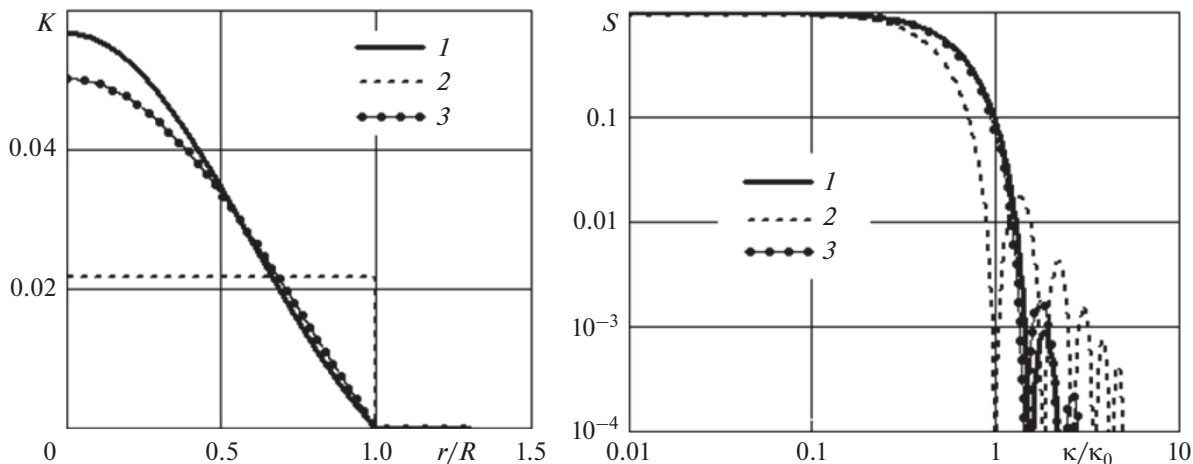


Рис. 3. Характеристики простейших приемников – фильтров низких волновых чисел. 1 – приемник с бесселевым распределением чувствительности (13) в приближении первого порядка; 2 – поршневое распределение чувствительности; 3 – “изгибаемый” приемник – мембрана.

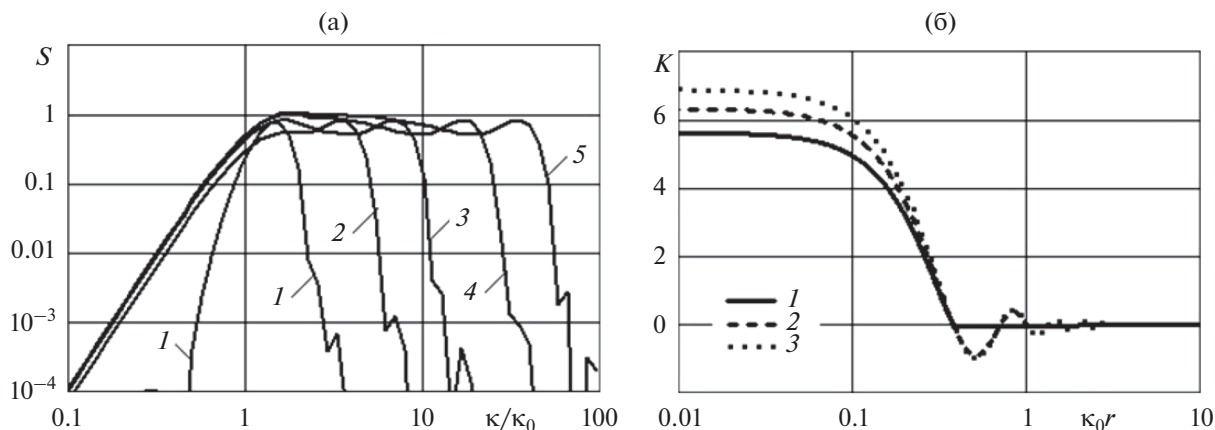


Рис. 4. Характеристики широкополосных волновых фильтров конечных размеров. (а) – Форма спектрального окна. Первый порядок приближения по длинноволновой компоненте κ_0 , третий порядок приближения по коротковолновой компоненте κ_1 . Ширина спектрального окна κ_1/κ_0 : 1 – 2; 2 – 5; 3 – 10; 4 – 25; 5 – 50. (б) – Распределения локальной чувствительности по радиусу приемной поверхности. Первый порядок приближения по длинноволновой компоненте κ_0 . Ширина спектрального окна $\kappa_1/\kappa_0 = 10$. Порядок приближения по коротковолновой компоненте κ_1 : 1 – 1; 2 – 3; 3 – 9.

$$S_{\mu\nu}(\bar{\kappa}, \bar{\kappa}_1) = \left[\frac{\int_0^\mu J_1(\varrho) J_0(\bar{\kappa}\varrho) d\varrho}{\int_0^\mu J_1(\varrho) d\varrho} - \frac{\int_0^\nu J_1(\varrho) J_0\left(\frac{\bar{\kappa}}{\bar{\kappa}_1}\varrho\right) d\varrho}{\int_0^\nu J_1(\varrho) d\varrho} \right]^2 = (15)$$

$$= \left(K_b^{(\mu)}(\bar{\kappa}, 1) - K_b^{(\nu)}(\bar{\kappa}, \bar{\kappa}_1) \right)^2,$$

где $\bar{\kappa}_1 = \kappa_1/\kappa_0$ – характеристика ширины полосы волнового фильтра, $\bar{\kappa} = \kappa/\kappa_0$.

Расчеты показывают, что изменение порядка приближения по коротковолновой компоненте κ_1 , как правило, практически не сказывается на свойствах волновой характеристики приемника в зоне κ_0 нижней границы спектрального окна. Исключение составляет случай относительно узкой полосы волнового фильтра $\kappa_1/\kappa_0 = 2$. В свою очередь, порядок приближения по длинноволновой компоненте κ_0 , определяющий фактические габариты приемника при заданном κ_0 , не оказывает сколько-нибудь заметного воздействия на свойства волнового фильтра в области средних и высоких волновых чисел.

Главный интерес в практическом плане представляют наиболее компактные приемники с ограничением бесселевой функции $J_1(\kappa_0 r)$ в (14) первым ненулевым корнем. Соответствующие расчетные распределения локальной чувствительности по радиусу приемной поверхности широкополосных волновых фильтров показаны на рис. 4б. Радиус приемника во всех представленных на рис. 4б вариантах определяется нижней границей κ_0 полосы фильтра и составляет q_1/κ_0 , где $q_1 \approx 3.83$ – первый ненулевой корень функции $J_1(x)$.

При рассмотрении компактных волновых фильтров естественным образом возникает вопрос о возможности совершенствования их характеристик в области малых волновых чисел. При рассмотрении этой задачи используем известное представление бесселевой функции нулевого порядка при малых значениях аргумента

$$J_0(x) = 1 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{64}x^4 + \dots \quad (16)$$

Подставляя разложение (16) в соотношение (15), получаем, что при малых значениях безразмерного волнового числа $\bar{\kappa}$ волновая функция S в общем случае ведет себя как $\bar{\kappa}^4$:

$$S_{\mu\nu}(\bar{\kappa}, \bar{\kappa}_1) = \left(\frac{\int_0^\mu J_1(\varrho) \varrho^2 d\varrho}{\int_0^\mu J_1(\varrho) d\varrho} - \frac{1}{\bar{\kappa}_1^2} \frac{\int_0^\nu J_1(\varrho) \varrho^2 d\varrho}{\int_0^\nu J_1(\varrho) d\varrho} \right)^2 \times \quad (17)$$

$$\times \frac{\bar{\kappa}^4}{16} + C\bar{\kappa}^8 + \dots$$

(отметим, что этот результат совпадает с полученным в [7] для поршневого приемника). Тем не менее, за счет соответствующего подбора граничных значений μ и ν можно попытаться обратить в нуль коэффициент при $\bar{\kappa}^4$, что должно привести к увеличению крутизны волновой характеристики на нижней границе фильтра.

В случае первого порядка приближения по длинноволновой компоненте κ_0 , когда значение μ в (17) совпадает с первым ненулевым корнем q_1 функции $J_1(\varrho)$, задача сводится к определению наименьшего значения ν , при котором

$$\frac{\int_0^{q_1} J_1(\varrho) \varrho^2 d\varrho}{\int_0^{q_1} J_1(\varrho) d\varrho} - \frac{1}{\bar{\kappa}_1^2} \frac{\int_0^\nu J_1(\varrho) \varrho^2 d\varrho}{\int_0^\nu J_1(\varrho) d\varrho} = 0. \quad (18)$$

Оценки показывают, что последнее уравнение имеет решение лишь при относительно невысоких величинах $\bar{\kappa}_1$, значения которых лишь ненамного могут превышать показатель $\bar{\kappa}_1 = 2$ октавного волнового фильтра. Применительно к последнему наименьшая расчетная величина $\nu = \nu_{opt}$, обеспечивающая выполнение условия (18), составляет примерно 9.464 (между вторым и третьим ненулевым корнем функции $J_1(\varrho)$).

На рис. 5а показаны сравнительные данные по волновым характеристикам двух рассматриваемых фильтров. В качестве аргумента принято текущее волновое число, отнесенное к центральному волновому числу

$$\kappa_c = \sqrt{\kappa_0 \kappa_1} \quad (19)$$

октавной полосы. Нетрудно убедиться, что в результате расчетного изменения степени приближения по коротковолновой компоненте крутизна волновой характеристики на нижней границе фильтра действительно увеличивается с показателя $\bar{\kappa}^4$ до показателя $\bar{\kappa}^8$. В зоне центрального волнового числа характеристика S достигает максимального значения, близкого к единице.

Отметим, что рассматриваемая схема оптимизации в некоторой степени (чуть более чем на 20%) увеличивает радиус приемной поверхности фильтра. Распределение локальной чувствительности приемника по радиусу для вариантов с показателями рис. 5а показано на рис. 5б.

КОНТУРНЫЕ СКАЛЯРНЫЕ ФИЛЬТРЫ

Следует признать, что фактическая реализация протяженных приемников с заданным распределением локальной чувствительности по поверхности представляет собой достаточно сложную, во многом трудноосуществимую техническую задачу. При этом развитие современных исследований пространственной структуры полей пристеночных турбулентных давлений [1] может быть охарактеризовано выраженной тенденцией к дискретному анализу, основанному на использовании массивов данных с многочисленных “точечных” приемников, распределенных по поверхности обтекания.

Имея в виду отмеченные факторы, рассмотрим далее, как первый шаг в направлении дискретизации исследуемых скалярных волновых фильтров, в качестве инструмента анализа контурные приемники, чувствительная поверхность которых формируется совокупностью относительно тонких концентрических круглых полосок (в пределе, при стремлении ширины полоски к нулю – контуров в форме концентрических окружностей). Данная схема, кроме своей технологичности, позволяет также рассмотреть и ре-

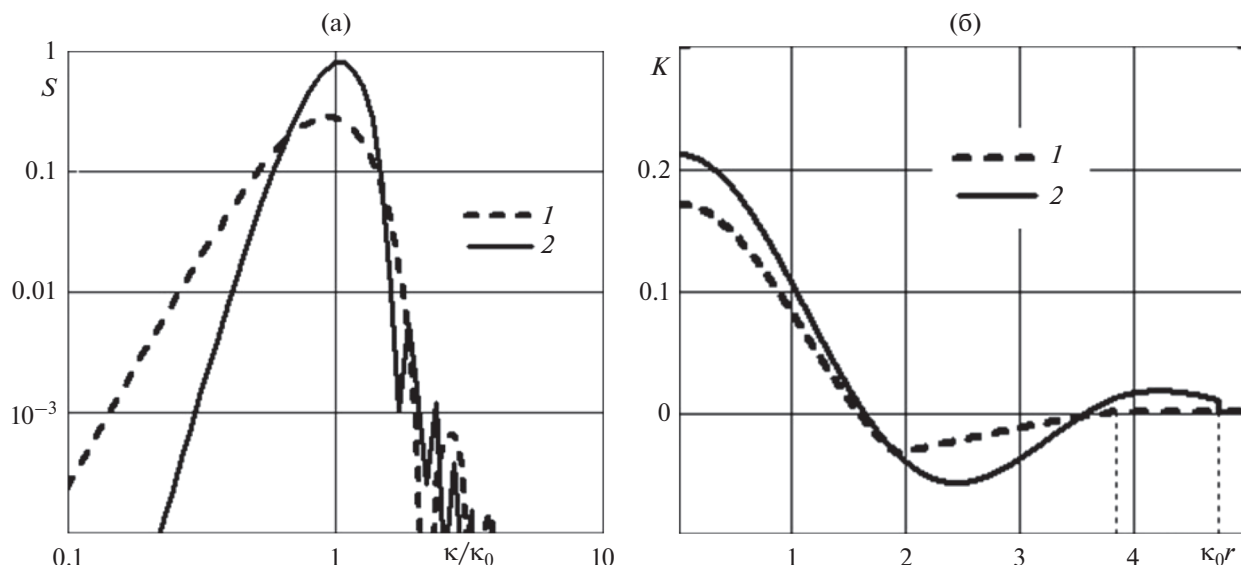


Рис. 5. Оптимизация октавного волнового фильтра. Первый порядок приближения по длинноволновой компоненте κ_0 , 1 – первый порядок приближения по коротковолновой компоненте κ_1 ; 2 – $\nu = \nu_{\text{opt}}$.

шить задачу оптимизации фильтра, связанную с использованием минимально допустимого количества контурных элементов.

Будем здесь считать, что средние радиусы контуров равномерно (с постоянным шагом) распределены в некотором диапазоне, зависящем от нижней границы формируемого волнового фильтра. При формировании выходного сигнала приемника единичные значения чувствительностей контурных модулей суммируются с коэффициентами, близкими к значениям шаговой чувствительности соответствующих им кольцевых элементов представленной ранее континуальной модели. Таким образом, непрерывные распределения (13), (14) локальной чувствительности по радиусу фактически аппроксимируются ступенчатыми функциями. Соответственно, оценка волнового спектра осуществляется простым суммированием взвешенных компонент – сигналов с контурных элементов.

На рис. 6 показан пример приемника с шестью контурными модулями, настроенными на аппроксимацию фильтра низких волновых чисел с бesselевым распределением чувствительности (13) в приближении первого порядка. Волновая функция S_c контурного приемника в данном случае оценивается из соотношения

$$S_c(\kappa, \kappa_0) = K_c(\kappa, \kappa_0)^2 = \left[\frac{r_{11}}{N \int_0^{r_{11}} J_1(\varrho) d\varrho} \sum_{n=1}^N J_1(\varrho_n) J_0\left(\frac{\kappa}{\kappa_0} \varrho_n\right) \right]^2, \quad (20)$$

в котором N – количество контурных модулей; $\varrho_n = \kappa_0 r_n$ – их безразмерные радиусы. В целом можно признать, что рассматриваемый контурный приемник обладает вполне приемлемыми для практических приложений характеристиками. Существенно, что в данную формулу не входит толщина контура.

Общий анализ показателей контурных длинноволновых фильтров приводит к выводу, что применительно к наиболее компактному первому порядку приближения в фильтрах низких волновых чисел достаточно использовать 5 контурных модулей. При повышении порядка приближения и, соответственно, увеличении диаметра приемника количество требуемых контурных модулей естественно возрастает. Отметим, что данные результаты получены применительно к равномерному распределению контуров и могут быть в дальнейшем еще улучшены как за счет оптимального расположения контуров, так и посредством приближения суммы в (20) к соответствующему интегралу на базе известных численных методов (формула трапеций и т.п.).

Оценки показывают, что применительно к широкополосным фильтрам контурные модули как правило удобны для формирования его длинноволновой компоненты, тогда как коротковолновая граница может быть обеспечена расположенным в центре составного приемника круглым чувствительным элементом относительно малого диаметра. В случае бesselева распределения на центральном коротковолновом элементе волновая характеристика такого контурного приемника в приближении первого порядка представляется в виде:

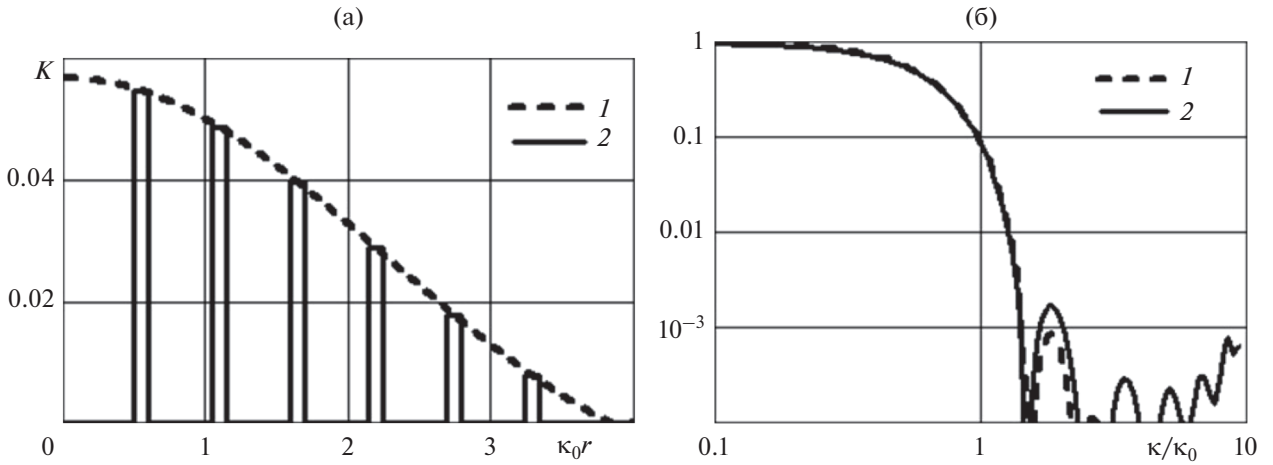


Рис. 6. Сравнительные характеристики приемников – скалярных фильтров низких волновых чисел: 1 – с непрерывным бesselевым распределением чувствительности и 2 – на основе шести контурных модулей.

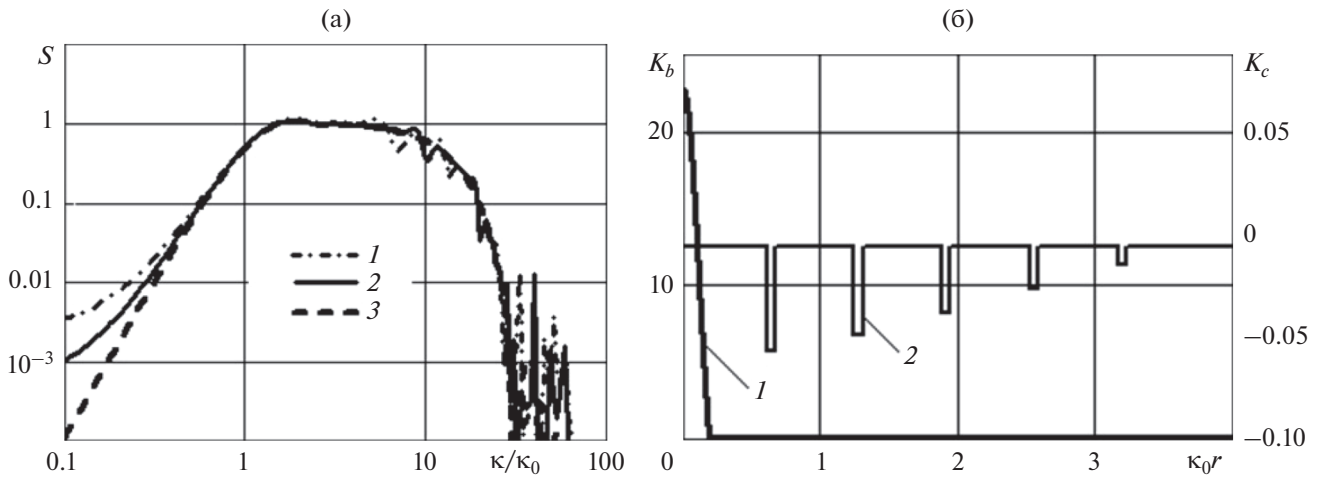


Рис. 7. Характеристики широкополосных контурных фильтров. (а) – Форма спектрального окна. Первый порядок приближения по длинноволновой и коротковолновой компонентам. Ширина спектрального окна $\kappa_1/\kappa_0 = 20$. Количество контуров приемника: 1 – 3; 2 – 5. 3 – приемник с непрерывным бesselевым распределением чувствительности по радиусу. (б) – Распределения локальной чувствительности по радиусу приемной поверхности для пяти контурных модулей. 1 – центральный элемент (K_b); 2 – контурные элементы (K_c).

$$S_{c1}(\bar{\kappa}, \bar{\kappa}_1) = \left(K_b^{(n_1)}(\bar{\kappa}, \bar{\kappa}_1) - K_c(\bar{\kappa}, 1) \right)^2 \quad (21)$$

(обозначения см. в формулах (15) и (20)). Результаты расчета этой характеристики для ширины полосы $\bar{\kappa}_1 = 20$ приведены на рис. 7а.

Из результатов следует, что контурная широкополосная волновая фильтрация также обладает достаточно высоким качеством при пяти контурных модулях, некритичным представляется использование и всего трех контуров.

Для наглядности справа на рис. 7б показано распределение чувствительности по радиусу фильтра с характеристиками рис. 7а на базе пяти контурных модулей.

Следует отметить, что контурный фильтр в сопоставлении с соответствующим ему бesselевым непрерывным прототипом имеет несколько меньшие габариты приемной поверхности. При равномерном распределении контуров разница в диаметрах реально может составить 15–25%, что в определенной мере расширяет диапазон возможного практического применения контурной схемы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Скалярный частотно-волновой спектр, представляющий суммарную энергию всех волновых компонент поля турбулентных давлений с заданным модулем волнового вектора, содержит в концентрированном виде информацию, требуемую при решении многих задач аэрогидродинамической акустики. Модельный анализ показывает, что уровни скалярного спектра турбулентных пульсаций давления в пограничном слое близки к соответствующим значениям продольного спектра в зоне волнового гребня $k \approx U/\omega$. При больших значениях волнового числа уровни скалярного спектра значительно выше уровней продольного, тогда как при меньших — заметно ниже. Широкополосная скалярная волновая фильтрация поля турбулентных пристеночных давлений может осуществляться на базе использования конечноразмерных приближений “идеального” скалярного волнового фильтра с единичной волновой чувствительностью в заданном диапазоне волновых чисел и нулевой чувствительностью вне этого диапазона. Одно из таких приближений — контурные фильтры, формируемые с помощью совокупности небольшого количества контурных приемников в форме концентрических окружностей.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 20-02-00181 А).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кудашев Е.Б., Яблоник Л.Р.* Развитие экспериментальных исследований турбулентных пристеночных пульсаций давления. Критический анализ и обобщение накопленных опытных данных // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 6. С. 639–649.
2. *Голубев А.Ю., Кудашев Е.Б., Яблоник Л.Р.* Турбулентные пульсации давления в акустике и аэрогидродинамике. М.: Физматлит, 2019. 424 с.
3. *Blake W.K.* Mechanics of Flow-Induced Sound and Vibration. Vol. 2. Complex Flow-Structure Interactions. Second Ed. Academic Press, 2017. Elsevier Inc. 670 p.
4. Flinovia—Flow Induced Noise and Vibration Issues and Aspects-III // Ciappi E., De Rosa S., Franco F., Hambric S.A., Leung R.C.K., Clair V., Maxit L., Totaro N. (Eds.). Springer Nature Switzerland AG 2021. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-64807-7>
5. *Смольяков А.В., Ткаченко В.М.* Измерение турбулентных пульсаций. Л.: Энергия, 1980.
6. *Кудашев Е.Б., Яблоник Л.Р.* Турбулентные пристеночные пульсации давления. М.: Научный мир, 2007. 223 с.
7. *Кудашев Е.Б., Яблоник Л.Р.* Регистрация частотного спектра пристеночных турбулентных давлений на фоне акустического шума // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 6. С. 632–637.
8. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория упругости. М.: Наука, 1965. 204 с.
9. *Ефимцов Б.М., Зверев А.Я.* Колебания и акустическое излучение тонкостенных конструкций при неоднородном аэроакустическом возбуждении // Ученые записки ЦАГИ. Т. 40. № 3. М., 2009. С. 60–69.
10. *Ефимцов Б.М., Зверев А.Я.* Сравнительная оценка акустического излучения тонкостенных конструкций, возбуждаемых турбулентным пограничным слоем, для различных представлений взаимного спектра // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 4. С. 459–464.
11. *Mellen R.H.* Wave-vector filter analysis of turbulent flow // J. Acoust. Soc. Am. 1994. V. 95. P. 1671.
12. *Abraham B.M., Keith W.L.* Direct measurements of turbulent boundary layer wall pressure wave-number-frequency spectra // J. Fluids Eng. Mar 1998. V. 120(1). P. 29–39.
13. *Howe M.S.* Acoustics of Fluid-Structure Interactions. Cambridge University Press, 1998. 560 p.
14. *Ватсон Дж.Н.* Теория бесселевых функций. М.: Издательство иностранной литературы, 1949. 799 с.