

УДК 534.24

## РЕЗОНАТОР С УПРАВЛЯЕМОЙ ПРОЗРАЧНОСТЬЮ ГРАНИЦ

© 2022 г. О. А. Савицкий\*

АО “Акустический институт им. Академика Н.Н. Андреева”, ул. Шверника 4, Москва, 117036 Россия

\*e-mail: osav66@mail.ru

Поступила в редакцию 07.03.2022 г.

После доработки 28.03.2022 г.

Принята к публикации 30.03.2022 г.

Рассматривается возможность управления акустической прозрачностью границ резонатора с использованием пьезоактивных материалов. Решена стационарная электроакустическая задача о колебаниях пьезоактивной структуры с граничными условиями специального вида в плосковолновом приближении. Рассмотрен переходной режим излучения резонатора с накачкой. Сформулированы предложения по применению резонаторов с управляемыми границами в гидроакустике и ультразвуковой эхоскопии.

*Ключевые слова:* акустический резонатор, уравнения пьезоэффекта, колебания пьезоактивной структуры, управление акустической прозрачностью

DOI: 10.31857/S0320791922040104

## ВВЕДЕНИЕ

Во многих практических акустических задачах находят применение резонаторы в виде плоскопараллельных слоев волновых размеров. В качестве примеров можно упомянуть задачи, связанные с созданием мощных источников когерентного излучения, локальных областей с высокими интенсивностями ультразвука для реализации технологических процессов и т.д.

Резонаторы, как известно, представляют собой колебательные системы, предназначенные для создания и накопления энергии колебаний за счет резонанса при совпадении частоты вынуждающей силы с одной из собственных частот резонатора. Важнейшей характеристикой резонатора является его добротность

$$Q = \frac{\pi f_0}{\alpha}, \quad (1)$$

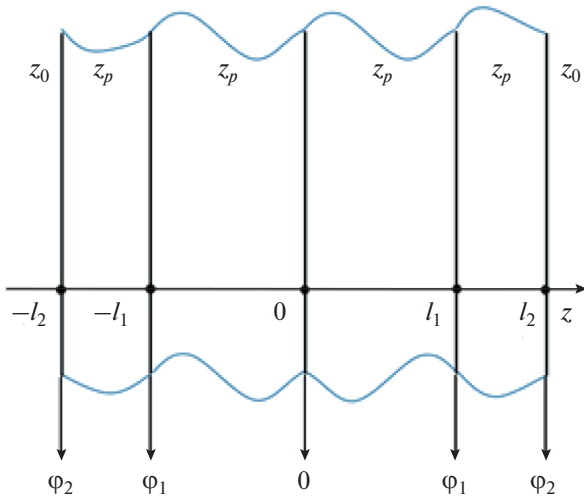
или связанная с ней величина – декремент затухания  $\delta = \frac{\pi}{Q}$  [1]. В формуле (1)  $f_0$  – собственная частота резонатора,  $\alpha$  – временной коэффициент затухания амплитуды колебаний.

Основными факторами, препятствующими достижению больших плотностей энергии в резонаторе, т.е. снижающими добротность, являются внутренние потери акустической энергии в рабочем теле резонатора, а также потери, связанные с переизлучением акустической энергии через границы резонатора.

В твердотельном резонаторе в виде плоскопараллельного слоя, окруженного с обеих сторон жидкой или газообразной средой, амплитудный коэффициент временного затухания находится из дисперсионного уравнения и равен [2]

$$\alpha = \frac{\omega c'}{c} + \frac{c}{l} \ln \frac{1}{|R|}, \quad (2)$$

где  $\omega$  – частота колебаний,  $c$  и  $c'$  – реальная и мнимая части скорости звуковых волн в материале резонатора,  $|R|$  – модуль коэффициента отражения от границ резонатора,  $l$  – толщина резонатора. В (2) первое слагаемое представляет собой часть общего поглощения, связанную с превращением энергии колебаний в тепло в объеме резонатора, а второе – с переизлучением границ резонатора. При этом, как видно из (2), влияние второго фактора усиливается для резонаторов малых физических размеров  $l$ . Для резонаторов со свободными границами повышение их добротности связано с помещением в разреженные среды, однако при этом практически исключается возможность отвода тепла, выделяющегося за счет объемных потерь в материале резонатора, возникают технические проблемы при реализации крепления и т.д. Создание же твердотельных резонаторов высокой добротности с акустически жесткими границами для реальных материалов выглядит проблематичным. В приложениях важной может также оказаться возможность вывода накопленной в резонаторе колебательной энергии. Для резонаторов с акустически жесткими или мягкими границами это, очевидно, невоз-



**Рис. 1.** Плоскостойкая пьезоактивная структура. Удельные волновые импедансы пьезоэлектрика  $z_p$  и окружающей среды  $z_0$ .

можно. Таким образом, задача исследования возможности управления прозрачностью границ резонаторов является актуальной.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для управления прозрачностью границ резонатора можно использовать физические поля, например, электрическое. В такой постановке задача выглядит естественной для пьезоэлектриков, поскольку и сами колебания в пьезоэлектрических резонаторах возбуждаются электрическим полем. Возможности электрического управления параметрами пьезоизлучателей и волноводов, например, для излучения коротких акустических импульсов, рассматривались ранее в статьях [3–5].

Рассмотрим вначале установившиеся продольные колебания частоты  $\omega$  в плоскостойкой структуре, показанной на рис. 1. Исследуемая электромеханическая система состоит из четырех слоев пьезоэлектрика и ограничена плоскостями  $z = 0; \pm l_1; \pm l_2$ . Удельный волновой импеданс слоев равен  $z_p$ . Направление вектора поляризации  $\mathbf{P}$  пьезоэлектрика совпадает с осью  $z$  для слоев, ограниченных плоскостями  $z = 0; l_1; l_2$  и противоположно направлению оси  $z$  для слоев, ограниченных плоскостями  $z = 0; -l_1; -l_2$ . Слева и справа рассматриваемая структура окружена упругой средой с удельным волновым импедансом продольных волн  $z_0$ . Возбуждение механических колебаний происходит за счет приложения электрических потенциалов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  к электродам, расположенным на границах  $z = 0; \pm l_1; \pm l_2$ , как показано на рис. 1. Потенциал электрода, распо-

ложенного в сечении  $z = 0$ , принимается равным нулю.

В отсутствие потенциалов звукопрозрачность границ структуры  $z = \pm l_2$  определяется только соотношением импедансов  $z_p$  и  $z_0$ . В частном случае  $z_p = z_0$  структура вообще не будет проявлять резонансных свойств.

Как указывалось выше, высокие значения добротности рассматриваемого резонатора могут быть достигнуты при акустически непрозрачных границах  $S$ . Учитывая, что в плоских бегущих волнах в средах, удовлетворяющих закону Гука, механические напряжения  $T$  и колебательная скорость  $\dot{\xi}$  связаны простой функциональной зависимостью  $T = \pm z_p \dot{\xi}$ , легко прийти к выводу, что для устранения оттока энергии из резонатора возможны три варианта граничных условий:

- акустически жесткие границы  $\dot{\xi}|_c = 0$ ;
- свободные границы, где  $T|_c = 0$ ;
- границы, на которых одновременно выполнены условия  $\dot{\xi}|_c = 0$  и  $T|_c = 0$ .

Первые два варианта хорошо известны и обсуждались выше. Рассмотрим электромеханическую задачу о колебаниях в системе (рис. 1) с граничными условиями третьего типа. В этом случае решение задачи очевидно не будет зависеть от акустических свойств среды  $z_0$ , окружающей колебательную систему.

## 2. РЕШЕНИЕ ДЛЯ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА РАБОТЫ РЕЗОНАТОРА

В силу симметрии механических и электрических свойств системы достаточно найти решение электромеханической задачи справа от плоскости  $z = 0$ , заменив влияние ее левой части условиями на акустически жесткой границе.

Рассматривается краевая задача

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dT^{(1,2)}}{dz} = -\rho\omega^2 \xi^{(1,2)}, \\ E^{(1,2)} = -h_{33} \frac{d\xi^{(1,2)}}{dz} + \beta_{33}^s D^{(1,2)}, \\ T^{(1,2)} = c_{33}^D \frac{d\xi^{(1,2)}}{dz} - h_{33} D^{(1,2)}, \\ \frac{dD^{(1,2)}}{dz} = 0, \\ \xi^{(1)}(0) = 0, \\ \xi^{(2)}(l_2) = 0, \\ T^{(2)}(l_2) = 0, \\ \xi^{(1)}(l_1) = \xi^{(2)}(l_1), \\ T^{(1)}(l_1) = T^{(2)}(l_1), \end{array} \right. \quad (3)$$

где  $T^{(1,2)}$ ,  $\xi^{(1,2)}$  – комплексные амплитуды  $z$ -компонент тензора механических напряжений и смещений в первом ( $0 < z < l_1$ ) и втором ( $l_1 < z < l_2$ ) слоях пьезоэлектрика, соответственно;  $E^{(1,2)} = -\frac{d\varphi}{dz}$  и  $D^{(1,2)}$  – комплексные амплитуды  $z$ -компонент векторов напряженности и индукции электрического поля;  $\rho$  – плотность пьезосреды;  $\omega$  – круговая частота. В (3) свойства пьезосреды описываются соответствующими компонентами электроупругой матрицы материала, где  $h_{33}$  – пьезоконстанта деформации;  $\beta_{33}^S$  – диэлектрическая непроницаемость;  $c_{33}^D$  – упругий модуль [6]. В (3) предполагается, что слои пьезоэлектрика имеют тождественные электроупругие матрицы и плотность.

Решение (3) удобно записывать в обезразмеренном виде, введя следующие обозначения:  $a = \frac{l_2}{l_1}$ ; пространственная переменная  $z_1 = \frac{z}{l_1}$ ; фазовая переменная  $\varphi_1 = kl_1$ ; волновое число  $k = \frac{\omega}{v_3^D}$ ; скорость продольных волн в пьезоэлектрике  $v_3^D = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}}$ ; квадрат коэффициента электромеханической связи пьезоматериала  $k_t^2 = \frac{h_{33}^2}{\beta_{33}^S c_{33}^D}$ ; коэффициент электромеханической трансформации  $N = \frac{h_{33} C_1^S}{S}$ , где  $S$  – площадь поперечного сечения структуры,  $C_1^S$  – электрическая емкость между электродами в сечениях  $z = 0$  и  $z = l_1$ .

Собственные частоты рассматриваемой электромеханической системы находятся из уравнения

$$\frac{\varphi_1}{k_t^2} = \frac{\sin \varphi_1 \cos \frac{\varphi_1(1-a)}{2}}{\cos \frac{\varphi_1(1+a)}{2}}. \quad (4)$$

Решение задачи (3) для полей  $T$  и  $\xi$  представляет собой кусочно-непрерывные на отрезке  $[0, a]$  функции вида

$$T(z_1) = \frac{NU_1}{1 - k_t^2 \frac{\sin \varphi_1}{\varphi_1} \frac{\sin[\varphi_1(1-a)]}{\sin(\varphi_1 a)}} \times \begin{cases} \frac{\sin[\varphi_1(1-a)]}{\sin \varphi_1 - \sin(\varphi_1 a)} \cos(\varphi_1 z_1) - 1, & 0 < z_1 < 1, \\ \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_1 - \sin(\varphi_1 a)} [\cos[\varphi_1(z_1 - a)] - 1], & 1 < z_1 < a, \end{cases} \quad (5)$$

$$\xi(z_1) = \frac{jNU_1}{z_p} \times \begin{cases} \frac{\sin[\varphi_1(1-a)] \sin(\varphi_1 z_1)}{\sin \varphi_1 - \sin(\varphi_1 a)} - 1, & 0 < z_1 < 1, \\ \frac{\sin \varphi_1 \sin[\varphi_1(z_1 - a)]}{\sin \varphi_1 - \sin(\varphi_1 a)}, & 1 < z_1 < a. \end{cases} \quad (6)$$

Найденные решения (5) и (6), с учетом симметрии, могут быть продолжены на весь отрезок  $[-a, a]$ , занимаемый резонатором.

В решение задачи также входят выражения для отношений возбуждающих напряжений  $U_1$ ,  $U_2$  и токов  $I_1$ ,  $I_2$ , протекающих через поперечные сечения  $z = z_{1,2}$  ( $0 < z_1 < l_1$ ,  $l_1 < z_2 < l_2$ ) структуры, при условии непроницаемости ее внешних границ

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\sin \varphi_1 - \sin(\varphi_1 a)}{a \sin \varphi_1 - \sin(\varphi_1 a)} \times \left( 1 - k_t^2 \frac{\sin \varphi_1}{\varphi_1} \frac{\sin(\varphi_1(1-a))}{\sin(\varphi_1 a)} \right), \quad (7)$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\sin \varphi_1 - \sin(\varphi_1 a)}{\sin \varphi_1}. \quad (8)$$

Отношение токов возбуждения  $I_{e1}$ ,  $I_{e2}$  электродов  $z = \pm l_1$  и  $z = \pm l_2$  определяется из выражения

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\sin(\varphi_1 a)}{\sin \varphi_1}. \quad (9)$$

Рассчитанные по формулам (5), (6) нормированные распределения амплитуд механических напряжений и скоростей смещений в рассматриваемой электромеханической системе на трех первых модах колебаний приведены на рис. 2а и 2б, соответственно. Расчеты выполнены для значений параметров системы  $a = 1.6$  и пьезоэлектрика  $k_t^2 = 0.42$ .

Как видно из рис. 2, на границах исследуемой структуры условие акустической непроницаемости третьего типа левой и правой границ колебательной системы выполняется.

Накопленная в системе энергия может быть высвобождена после отключения электрического поля, обеспечивающего непроницаемость ее границ.

### 3. ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Полученные результаты для установившихся колебаний рассматриваемой электромеханической системы могут быть использованы для расчета формы волн, переизлучаемых во внешнюю

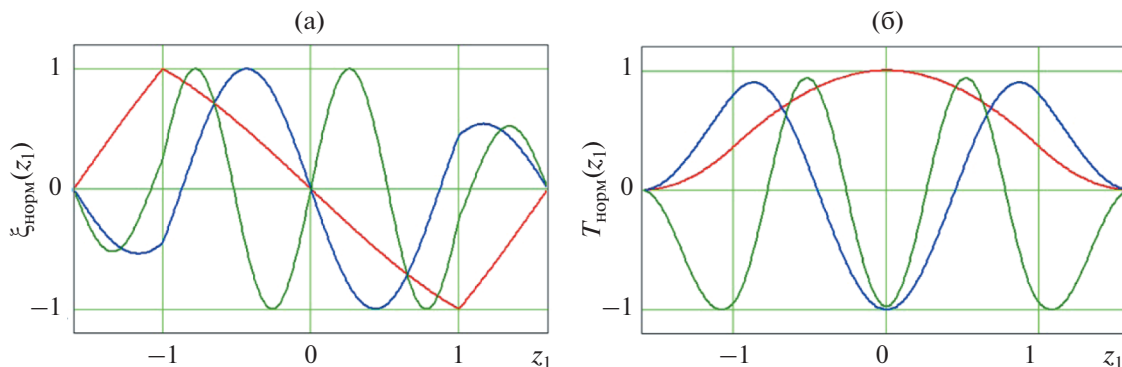


Рис. 2. Амплитуды (а) – колебательной скорости и (б) – механических напряжений на трех низших модах системы.

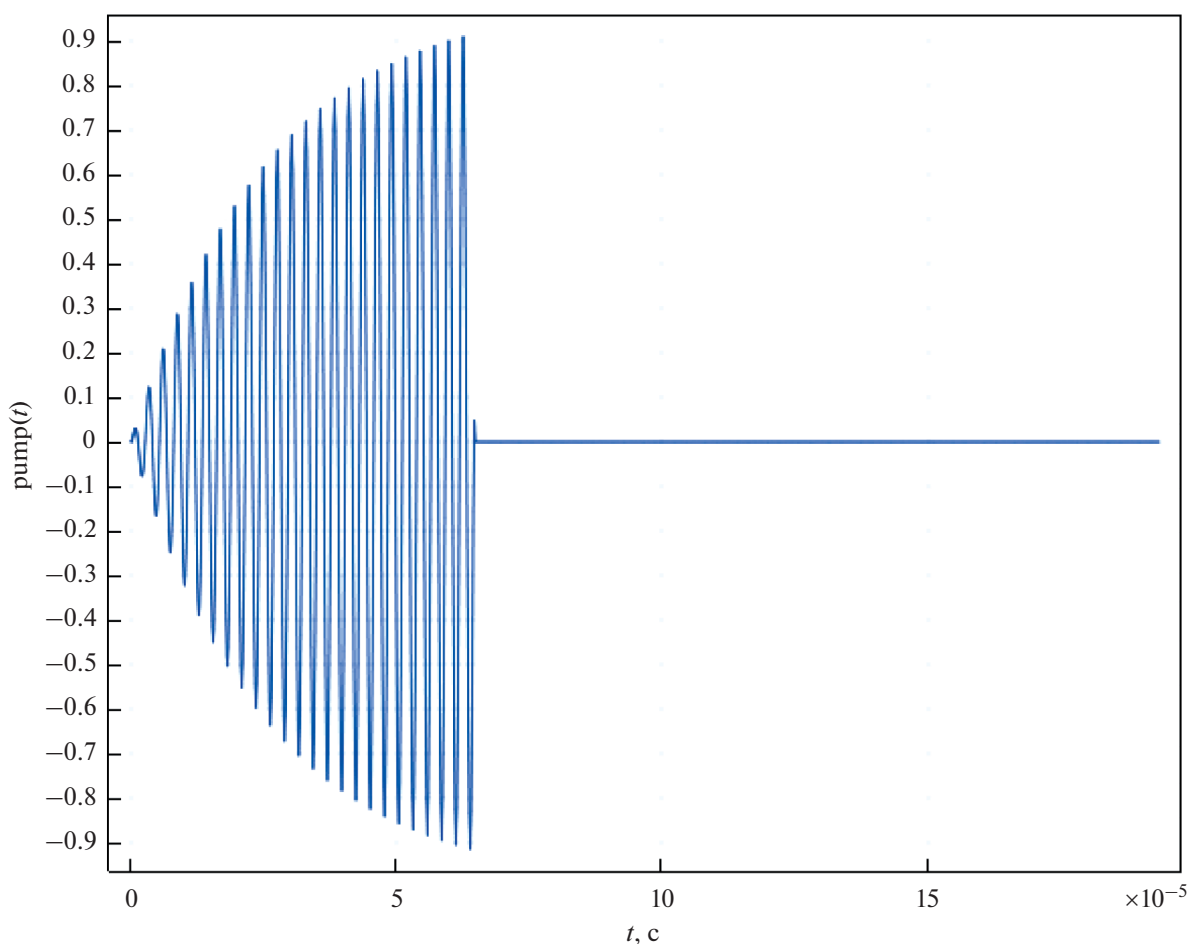


Рис. 3. Форма импульса возбуждения колебаний в пьезоэлектрической структуре.

среду после выключения электрического поля. В простейшем случае, когда импедансы пьезоэлектрика структуры и окружающей среды равны ( $z_p = z_0$ ), форма профиля прямой  $T_r(\zeta)$  и обратной  $T_l(\eta)$  волн может быть легко определена по формулам

$$T_r(\zeta) = T(\zeta) \cos(\omega t_0) + z_p \dot{\xi}(\eta) \sin(\omega t_0), \quad (10)$$

$$T_l(\eta) = T(\eta) \cos(\omega t_0) - z_p \dot{\xi}(\eta) \sin(\omega t_0), \quad (11)$$

где  $\zeta = t - \frac{z}{v_3}$ ,  $\eta = t + \frac{z}{v_3}$ ,  $t_0$  – момент выключения электрического поля.

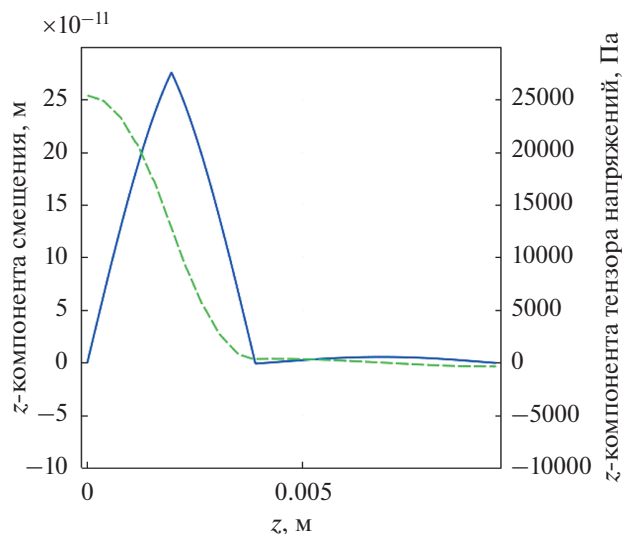


Рис. 4.  $z$ -компоненты механических смещений (сплошная линия) и тензора напряжений (пунктир) в момент перед выключением электрического поля. Электроды расположены в сечениях  $z = 1.95$  мм и  $z = 2.90$  мм.

Как следует из (10) и (11), форма профиля волн, излучаемых из области резонатора после “открытия” его границ, зависит от возбуждаемой моды и момента выключения возбуждающего колебания электрического поля.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Нестационарные режимы работы пьезорезонатора с управляемой прозрачностью границ исследовались методами конечно-элементного анализа в среде Comsol multiphysics в одномерной постановке. Резонатор представлял собой равнотолщинную четырехслойную структуру ( $a = 2$ ) из пьезокерамики PZT-5A с толщиной слоя 1.95 мм. Ось  $z$  нормальна к границам структуры. Левое и правое полупространства заполнялись средой, механические свойства которой совпадают со свойствами пьезокерамики PZT-5A. Таким образом, в отсутствие на электродах структуры электрических напряжений, среда представляет собой однородное упругое пространство. Гармонические колебания возбуждались подачей на электроды ( $z = 1.95$  мм,  $z = 2.90$  мм) импульсного сигнала с гармоническим заполнением частоты  $f_0 = 372$  кГц и плавно нарастающей амплитудой (рис. 3).

Длительность импульса составляла  $N = 24$  полных периода несущей частоты. После достижения амплитуд возбуждающих электрических напряжений на электродах  $U_1 = 1$  В и  $U_2 = 4.85$  В, соответственно, электрическое поле выключалось. Точка наблюдения располагалась в правом

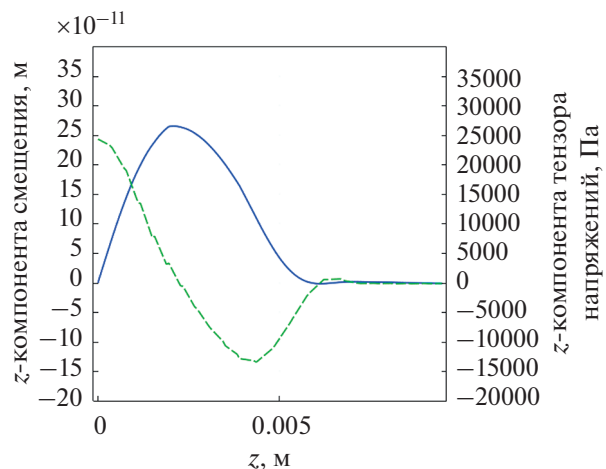


Рис. 5.  $z$ -компоненты механических смещений (сплошная линия) и тензора напряжений (пунктир) в момент после выключения электрического поля. Поле выключается при  $t_0 = N/f_0$ . Электроды расположены в сечениях  $z = 1.95$  мм и  $z = 2.90$  мм.

полупространстве на расстоянии  $z = 10$  мм от начала координат.

На рис. 4 представлены пространственные распределения  $z$ -компоненты механических смещений и тензора напряжений в момент перед выключением электрического поля, когда они достигли наибольшей амплитуды. Видно, что за пределами резонатора амплитуда колебаний существенно меньше, чем внутри структуры.

В момент выключения поля граница резонатора  $z = 2.90$  мм становится прозрачной, и накоп-

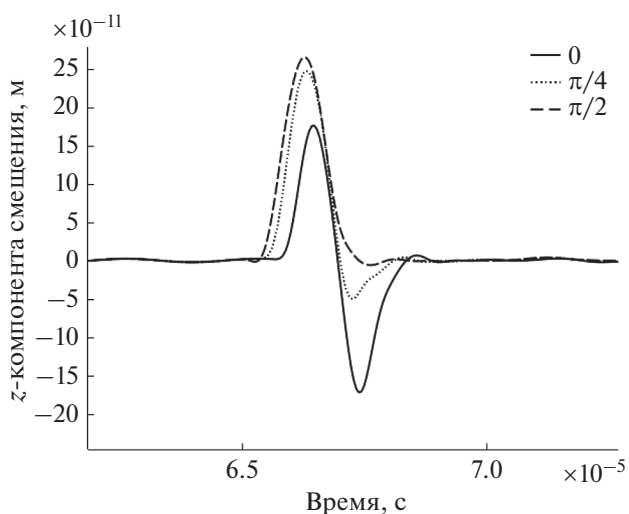


Рис. 6.  $z$ -компонента механических смещений в точке наблюдения при различных значениях фазы колебаний в резонаторе в момент выключения поля.

ленная колебательная энергия переизлучается в окружающее пространство в виде короткого акустического импульса (рис. 5).

Как указывалось выше (10), (11), форма акустического импульса, переизлучаемого структурой, зависит от фазы колебаний в момент выключения. На рис. 6 представлены формы волны смещений ( $z$ -компоненты) в точке наблюдения при различных значениях фазы колебаний  $\omega t_0$  в момент выключения поля.

Как следует из рис. 6, подбирая момент выключения электрического поля, можно управлять формой излучаемого акустического импульса от однополярной обоеих знаков до двуполярной, в виде одного периода колебания, близкого к синусоидальному.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показана возможность управления акустической прозрачностью границ в пьезоэлектриках с использованием электрического поля. Электромеханические системы, подобные рассмотренной, могут быть использованы для создания источников мощных коротких акустических импульсов, а электрическое поле в них играет роль своеобразной накачки системы колебательной

энергией. Рассмотренная задача может рассматриваться как один из подходов к созданию акустических лазеров.

Автор выражает благодарность М.А. Миронову за полезные рекомендации и обсуждение результатов работы.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Горелик Г.С.* Колебания и волны: Введение в акустику, радиофизику и оптику: Учебное пособие. Физматгиз, 1959.
2. *Исакович М.А.* Общая акустика. Учебное пособие. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1973.
3. *Грищенко Е.К.* Акустический аналог электрооптического затвора // Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 5. С. 827–828.
4. *Грищенко Е.К.* Пьезоэлектрический поглотитель ультразвука пластинчатого типа // Акуст. журн. 1982. Т. 28. № 4. С. 486–488.
5. *Коновалов С.И., Кузьменко А.Г.* Демпфирование пьезопластины и использование электрической цепи на ее входе для получения короткого акустического импульса // Акуст. журн. 2005. Т. 51. № 6. С. 829–332.
6. Пьезокерамические преобразователи. Методы измерения и расчета параметров. Справочник / Под ред. Пугачева С.И. 1984.