———— НЕЛИНЕЙНАЯ АКУСТИКА ——

УДК 534.222.2;551.463.2

# ОСОБЕННОСТИ НЕСТАЦИОНАРНОГО И НЕЛИНЕЙНОГО РАССЕЯНИЯ ЗВУКА НА ПУЗЫРЬКАХ И ВОЗМОЖНОСТИ ИХ СПЕКТРОСКОПИИ

© 2022 г. В. А. Буланов<sup>а, \*</sup>, Е. В. Соседко<sup>а, \*\*</sup>

<sup>а</sup> Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН, ул. Балтийская 43, Владивосток, 690041 Россия \*e-mail: bulanov@poi.dvo.ru \*\*e-mail: s\_kat@mail.ru Поступила в редакцию 25.03.2022 г. После доработки 25.03.2022 г.

Принята к публикации 30.03.2022 г.

Показана возможность использования нестационарного и нелинейного рассеяния звука для диагностики пузырьков в жилкости. Нестационарное рассеяние звука возникает вследствие переходных процессов раскачки пузырьков под действием акустических импульсов. Ранее оно использовалось для спектроскопии пузырьков в морской воде с применением параметрических излучателей. Переходные процессы являются основой когерентной раскачки собственных колебаний пузырьков высокочастотными фазоманипулированными импульсами, которая реализуется при определенных соотношениях между величинами высокой и низкой, резонансной для пузырька, частоты, задаваемой фазовой манипуляцией в импульсе. Показано, что нелинейное рассеяние высокочастотных импульсов на разностных частотах при монотонной функции распределения пузырьков по размерам g(R) определяется в основном пузырьками, резонансными на накачке, а не на разностной частоте, вне зависимости от длительности импульса. Применение нестационарного нелинейного рассеяния оправдано в случае немонотонного распределения пузырьков по размерам. Нестационарная нелинейная спектроскопия пузырьков возможна при условии, что частота накачки соответствует пузырькам на ниспадающей ветви g(R) при малых размерах, а разностная частота соответствует большим пузырькам по другую сторону от максимума функции g(R). Показано, что применение нелинейного нестационарного рассеяния на встречных пучках позволит проводить дистанционную спектроскопию пузырьков в жидкости, образующихся в природных и технологических процессах, и проводить корректные оценки газосодержания в пузырьковых структурах.

*Ключевые слова:* нелинейное, нестационарное, рассеяние звука, пузырьки **DOI:** 10.31857/S0320791922040025

# 1. ВВЕДЕНИЕ

С пузырьками различного происхождения приходится сталкиваться в разных жидких средах и процессах: в технологических процессах, при утечке из подводных газопроводов, в охлаждающих жидкостях высокотемпературных установок, в подводных газовых выбросах из морского дна вблизи газогидратных месторождений и т.д. Во всех случаях актуальным является проведение спектроскопии пузырьков в жидкости [1–5], общего газосодержания в жидких средах [6, 7] и корректных оценок акустических характеристик пузырьковых структур [1, 2].

Акустическая диагностика пузырьков в жидкости возникла благодаря известному свойству пузырьков, обладающих резонансным характером рассеяния и поглощения звука. В этом направлении проводилось много работ в 1960—70-х гг. [3, 8— 10]. Тем не менее, оставались вопросы разделения вклада пузырьков от вклада других неоднородностей. Одна из первых работ [11], которую можно отнести к проблеме диагностики пузырьков, относилась к нелинейной генерации гармоник на пузырьке под воздействием внешнего акустического поля. Нелинейное рассеяние звука обусловлено высокой нелинейностью при монопольных колебаниях пузырьков в воде [1, 2]. Применение нелинейного рассеяния звука для задач диагностики пузырьков в жидкости было продемонстрировано еще в 1980-х гг. [12–15] и представлено в обобщающих монографиях [1, 2]. Были получены решения для стационарных нелинейных колебаний пузырьков и их излучения в воду [1, 2].

Особенностью цитированных работ является использование стационарного нелинейного рассеяния, которое дает информацию о наличии пузырьков, но при этом не всегда удается осуществить спектроскопию пузырьков в широком интервале размеров. Ниже рассмотрено проявление эффектов нестационарности при нелинейном рассеянии акустических импульсов, которое позволяет разделить вклады откликов пузырьков на различных комбинационных частотах.

Почти одновременно с исследованиями по нелинейной диагностике пузырьков начали развиваться работы по применению переходных процессов при линейном рассеянии акустических импульсов для задач разделения вклада пузырьков от вклада других неоднородностей [16]. Основные результаты такого метода представлены в работе [17]. Более сложные эффекты нестационарного рассеяния звука для задач диагностики пузырьков в морской воде обсуждены в монографии [18].

Решение проблемы диагностики пузырьковых структур в жилкости имеет важное практическое значение для океанологических исследований. В качестве примера можно привести новые объекты, открытые сравнительно недавно в океане, – подводные газовые факелы (ГФ), образованные газовыми пузырьками, выхоляшими из дна моря [6, 7, 19]. Такие объекты повсеместно встречаются в районах выброса газов как из толщи донных осалков в различных районах океана. так и в районах выгрузки газа при таянии вечной мерзлоты в арктических морях, и к ним проявляется все больше внимания [19]. Стандартное применение рассеяния звука позволяет обнаружить наличие ГФ в море, но не позволяет в полной мере корректно оценить функцию распределения пузырьков по размерам в факеле и поэтому возникают неопределенности с оценкой мощности выброса газов из моря. Применение нестационарного и нелинейного рассеяния звука для диагностики пузырьков в жидкости может быть использовано для получения информации о структуре и динамике подводных газовых факелов, образованных выходом газа из морского дна [6, 19, 20].

## 2. НЕСТАЦИОНАРНОЕ ЛИНЕЙНОЕ РАССЕЯНИЕ ЗВУКА И ДИАГНОСТИКА ПУЗЫРЬКОВ

Вначале обсудим эффект нестационарности рассеяния звука в линейном случае. Впервые нестационарное рассеяние звука использовалось для изучения распределения пузырьков в приповерхностных слоях морской воды [16, 17]. Указанный эффект в случае пузырьков возникает вследствие переходных процессов раскачки радиально симметричных резонансных пульсаций пузырьков, происходящих под действием акустических импульсов. Суммарный коэффициент рассеяния звука от единицы объема среды  $m_V$  при наличии резонансных пузырьков на данной частоте  $m_V^{(b)}$  и других нерезонансных включений  $m_V^{(s)}$  можно записать в виде

$$m_{V} = m_{V}^{(b)} + m_{V}^{(s)} =$$
  
= 
$$\int_{\{R\}} \left[ \left| f^{(b)} \right|^{2} g^{(b)}(R) + \left| f^{(s)} \right|^{2} g^{(s)}(R) \right] dR.$$
(1)

Здесь  $f^{(b)}$  и  $f^{(s)}$  – амплитуды монопольного (объемного) стационарного рассеяния звука на пузырьках и нерезонансных включениях, соответственно, g(R) – функция распределения по размерам,  $N = \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} g(R) dR$  – количество включений в единице объема. Выражение для  $f^{(b)}$  имеет следующий вид

$$f^{(b)} = R / \left\{ \left[ \left( R_{\omega}^2 / R^2 \right) - 1 \right]^2 + \delta^2 \right\},$$
  
$$R_{\omega} = (1/\omega) \sqrt{3\gamma P_0 / \rho},$$
 (2)

где  $R_{\omega}$  – размер резонансного пузырька на циклической частоте  $\omega = 2\pi f$ , при этом резонансная циклическая частота пузырька радиуса R равна  $\omega_0 = (1/R)\sqrt{3\gamma P_0/\rho}$ ,  $\delta$  – постоянная затухания колебаний пузырька радиуса R на частоте  $\omega$ ,  $P_0$  – гидростатическое давление в жидкости,  $\gamma$  – постоянная адиабаты газа в пузырьке, для воздуха  $\gamma \approx 1.4$ . Учет переходных процессов при раскачке пузырька на резонансе приводит к зависимости  $m_V^{(b)}$  от длительности импульса  $\tau$ , которая имеет вид

$$m_{V}^{(b)}(\tau) = m_{V}^{(b)}(\infty) F(\tau/\tau_{0}),$$
(3)  

$$m_{V}^{(b)}(\infty) = (\pi/2)R^{3}g^{(b)}(R)/\delta(R),$$
(3)  

$$F(\tau/\tau_{0}) = 1 - [1 - \exp(\tau/\tau_{0})]/(\tau/\tau_{0}),$$
(4)  

$$\tau_{0} = 1/\omega\delta = Q/\omega.$$
(4)

Здесь  $m_V^{(b)}(\infty)$  — коэффициент стационарного резонансного рассеяния на пузырьках. Функция  $F(\tau/\tau_0)$  определяет эволюцию сечения нестационарного резонансного рассеяния, поэтому помогает на практике отделять резонансное рассеяние от нерезонансного фона, а также определять добротность пузырьков на различных частотах по формуле (4). Применение перестраиваемых почастоте направленных излучателей позволяет реализовать нестационарную акустическую спектроскопию пузырьков [18] в виде:

$$W^{2}(\tau) = \left(\pi c \theta^{2}/2\right) \left[ m_{V}^{(b)}(\tau) + m_{V}^{(s)} \right],$$
  

$$W(\tau) = \left( \frac{1}{\sqrt{\tau}} \right) \left( \frac{P_{s}}{P_{i}} \right),$$
(5)

$$g^{(b)}(R) = 4\delta(R) \Big[ W^{2}(\infty) - W^{2}(0) \Big] / \big( \pi^{2} c \theta^{2} R^{3} \big).$$
 (6)

Здесь *P<sub>i</sub>* и *P<sub>s</sub>* – давление в падающей на пузырек и рассеянной волнах. Коэффициент рассеяния на остальных включениях можно определить по формуле:

$$m_{V}^{(s)} = 2W^{2}(0) / (\pi^{2} c \theta^{2} R^{3}).$$
(7)

Обозначения  $W(\infty)$  и W(0) отвечают условиям  $\tau \gg \tau_0$  и  $\tau \ll \tau_0$  соответственно. Таким образом,



**Рис. 1.** Низкочастотные когерентные колебания при воздействии ВЧ ФМ накачкой (f = 150 кГц): амплитуда пульсаций пузырьков, резонансных на частоте 13 кГц,  $N = \omega t/2\pi$  – количество периодов на частоте накачки.

функция распределения пузырьков по размерам может быть определена по данным обратного линейного рассеяния акустических импульсов большой и малой длительности.

# 3. АКУСТИЧЕСКАЯ НИЗКОЧАСТОТНАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ ПРИ РАССЕЯНИИ ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ИМПУЛЬСОВ

Другим нестационарным механизмом генерации собственных колебаний пузырьков в переходных процессах является механизм раскачки таких колебаний высокочастотными (ВЧ) фазоманипулированными импульсами (ФМ). Суть механизма заключается в периодическом возбуждении ФМ импульсами осциллятора на собственной частоте  $\omega_0$ , причем период возбуждения должен быть меньше времени затухания собственных колебаний осциллятора на частоте  $\omega_0$ , которая определяется их добротностью. Здесь необходимым условием для поддержания низкочастотных (НЧ) колебаний ФМ внешней силой является: 1) кратность соотношений между частотами  $\omega_0$  и  $\omega$ ; 2) длительность интервала *T* между последующими возбуждаемыми ФМ импульсами, определяющая НЧ колебания, не больше периода ВЧ, умноженного на величину добротности осциллятора [21]. Рассмотрим задачу подробнее.

Пусть пузырек подвержен действию ФМ импульсов, как показано на рис. 1, внешнее давление для которых можно записать в виде

$$P_{i}(t) = P_{m} \operatorname{Re}\left[iB(t,\tau)e^{-i\omega t}\right],$$

$$B(t,\tau) = \sum_{k=0}^{K_{\tau}} e^{i\pi k} [\Theta(t-kT) - \Theta(t-(k+1)T)],$$
(8)

где T — период действия импульса давления с одинаковой фазой,  $K_{\tau} = \tau/T$  — количество периодов смены фазы накачки за общую длительность импульса давления  $\tau$ .

Из уравнения Рэлея с учетом сжимаемости жидкости получаем в линейном приближении следующее уравнение для  $z^{(1)}(t) = (R(t) - R_0)/R_0$ :

$$\ddot{z}^{(1)} + 2\mu \dot{z}^{(1)} + \omega_0^2 z^{(1)} = F^{(1)}(t), F^{(1)}(t) = -\omega_0^2 \left( \tilde{P}(t) + R \dot{\tilde{P}}(t) / c \right),$$
(9)

где  $\dot{z}^{(1)} = dz^{(1)}/dt$ ,  $\dot{\tilde{P}} = d\tilde{P}/dt$ . Для больших пузырьков с размерами  $R > R_{\sigma} = 2\sigma/P_0$  имеем  $\tilde{P}(t) \approx P_i(t)/3\gamma P_0$ ,  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения, c – скорость звука в жидкости,  $\mu = 2\eta/\rho R_0^2 + \omega_0^2 R_0/c$  – декремент затухания,  $\eta$  – коэффициент динамической вязкости. Рассмотрим решение задачи о линейных колебаниях пузырька с помощью Фурье разложения. Спектр Фурье внешней силы (9) имеет вид

$$f_{p} = \frac{f_{m}}{2\pi i (p - \omega)} \times \sum_{k} e^{i(k-1/2)\pi} \left[ e^{i(p-\omega)(k+1)T} - e^{i(p-\omega)kT} \right], \quad (10)$$
$$f_{m} = P_{m} \omega_{0}^{2} / 3P_{0} \gamma = P_{m} / \rho R^{2}.$$

Тогда спектр колебаний амплитуды *z<sub>p</sub>* может быть записан в виде

$$z_{p} = \frac{f_{m}(1 - ik_{p}R)}{2\pi i (p - \omega)(p - p_{1})(p - p_{2})} \times \sum_{k} e^{i(k - 1/2)\pi} \left[ e^{i(p - \omega)T} - 1 \right] e^{i(p - \omega)kT},$$
(11)

где полюсы  $p_1 = \tilde{\omega}_0$  и  $p_2 = -\tilde{\omega}_0^*$ ,  $\tilde{\omega}_0 = \omega_0(1 - i\delta)$ . Выполнив обратное преобразование Фурье, находим z(t) с разделением частот в виде

$$z(t) = z_{\omega}(t) + z_{\omega_0}(t), \qquad (12)$$

$$z_{\omega}(t) = f_m \operatorname{Re}\left(i\frac{(1+ik_{\omega}R)}{q(\omega)}B(t,\tau)e^{-i\omega t}\right), \qquad (13)$$

$$z_{\omega_0}(t) = \operatorname{Re}\left[A_{-\omega_0}e^{-i\omega_0 t}B_+(t,\tau) - A_{\omega_0}e^{i\omega_0 t}B_-(t,\tau)\right], \quad (14)$$

$$A_{-\omega_0}(t) = -i \frac{f_m}{2\omega_0} \frac{(1+ik_{\omega_0}R)}{\omega - \tilde{\omega}_0},$$
  

$$A_{\omega_0}(t) = -i \frac{f_m}{2\omega_0} \frac{(1-ik_{\omega_0}R)}{\omega + \tilde{\omega}_0^*},$$
(15)

$$B_{\pm}(t,\tau) = \sum_{k=0}^{K_{\tau}} e^{ik(\pi\pm\omega_0 T - \omega T)} e^{-\delta\omega_0(t-kT)} \times$$

$$\times \Big[ \theta(t-kT) - e^{\delta\omega_0 T} e^{\pm i\omega_0 T - i\omega T} \theta(t-(k+1)T) \Big].$$
(16)

Из формул (12)–(16) видно, что осциллятор раскачивается на частоте внешней силы  $\omega$  и нестационарно возбуждается на собственной частоте  $\omega_0$ . Колебания на частоте внешней силы по существу являются стационарными колебаниями и отличаются от амплитуды внешней силы фактически лишь резонансным множителем  $q(\omega) = (\omega - \tilde{\omega}_0)(\omega + \tilde{\omega}_0^*) = = \omega^2 - \omega_0^2 - i\omega_0^2 \delta$ . Совершенно иное положение имеется для колебаний с собственной частотой  $\omega_0$ . Здесь при произвольном соотношении между периодом накачки  $2\pi/\omega_0$  и интервалом времени между последующими возбуждаемыми ФМ импульсами *T* не проис-

ходит нарастания колебаний, а напротив, их амплитуда при суммировании колебаний со случайными фазами стремится к нулю. Однако при одновременном соблюдении условий

$$\omega_0/\omega = l/(2m+1+l), \quad \omega_0 = \pi l/T, \omega = \pi (2m+1+l)/T,$$
(17)

которые при l = 1 имеют вид

$$\omega_0/\omega = 1/2(m+1), \quad \omega_0 = \pi/T, \omega = 2\pi(m+1)/T = 2(m+1)\omega_0,$$
(18)

можно получить такие равенства:  $\exp[i(\pi + \omega_0 T - \omega T)] = \exp[i(\pi - \omega_0 T - \omega T)] = 1,$   $\exp[i(\omega_0 - \omega)T] = \exp[-i(\omega_0 + \omega)T] = -1.$  В этом случае происходит суммирование колебаний в фазе и в итоге получаем нарастание колебаний на резонансных частотах.

Выражения существенно упрощаются в случае большого разнесения частот,  $\omega \ge \omega_0$ , что наиболее интересно для практических приложений, тогда для *z*(*t*) получаем выражения вида [18]

$$z(t) = z_{\omega}(t) + z_{\omega_{0}}(t) = \frac{P_{m}}{3\gamma P_{0}} \times \left[ \left( \frac{\omega_{0}}{\omega} \right)^{2} B(t, \tau) \sin(\omega t) - \left( \frac{\omega_{0}}{\omega} \right) B_{0}(t, \tau) \sin(\omega_{0} t) \right],$$
(19)  
$$B_{0}(t, \tau) = \sum_{k=0}^{K_{\tau}} e^{-\delta \omega_{0}(t-kT)} \times \left[ \Theta(t-kT) + e^{\delta \omega_{0}T} \Theta(t-(k+1)T) \right],$$
(20)

из которых видно, что вынужденные ВЧ колебания  $z_{\omega}(t)$  осуществляются синфазно с внешней силой, полностью повторяя ее фазовую модуляцию, но колебания на собственной НЧ частоте  $z_{\omega_0}(t)$  имеют в  $\omega/\omega_0$  раз большую амплитуду по сравнению с ВЧ колебаниями. Функцию  $B_0(t, \tau)$ при замене суммы при больших *k* интегралом можно приближенно оценить в виде

$$B_0(t,\tau) = -\frac{2}{\delta\omega_0 T} [\Phi(t) - \Phi(t-\tau)],$$
  

$$\Phi(t) = \theta(t)(1 - e^{-\omega_0 \delta t}).$$
(21)

Окончательно  $z_{\omega_0}(t)$  запишется в виде

$$z_{\omega_0}(t) = -\frac{P_m}{3\gamma P_0} \frac{2}{\delta \omega_0 T} \times$$

$$\times \left[ \Phi(t) - \Phi(t-\tau) \right] \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right) \sin(\omega_0 t).$$
(22)

Из (20)–(21) видно, что амплитуда колебаний на собственной частоте пузырька устанавливается в течение времени  $\tau_0 = 1/\delta\omega_0$  и достигает стационарной амплитуды, при l = 1 равной  $z_{m\omega_0} = (2/3\gamma\delta\pi)(\omega_0/\omega)(P_m/P_0).$ 

Необходимо отметить, что при воздействии непрерывного НЧ резонансного воздействия без фазовой манипуляции амплитуда  $z_{m0}$  была бы равна  $z_{m0} = (1/3\gamma\delta)(P_m/P_0)$ , т.е. амплитуда оказывается в  $(\pi/2)(\omega/\omega_0)$  раз выше, чем при ФМ импульсном возбуждении. Вместе с тем здесь следует подчеркнуть практическую выгоду импульсного возбуждения осциллятора ВЧ накачкой, когда достаточно просто, изменяя интервалы времени между сменой фазы ФМ импульсов, можно получать весьма высокие амплитуды НЧ колебаний без изменения ВЧ.

На рис. 1 приведены зависимости z(t) для газовых пузырьков в воде при воздействии импульсной накачки [21]. Из рис. 1 видно, что нарастание резонансных колебаний при включении поля и

1.

их спад после выключения поля происходит в течение промежутка времени, определяемого добротностью.

#### Рассеяние ФМ импульсов

Рассмотрим рассеяние ФМ импульсной накачки на газовом пузырьке. Для Фурье-компонент можно написать выражение для давления на поверхности пузырька  $P_{Rp} = -\rho R^2 p^2 z_p$ , где  $z_p$  – спектр колебаний радиуса пузырька, определяемый в виде (11). Взяв обратное Фурье-преобразование, при соблюдении условий когерентной раскачки колебаний (17) и (18) и в случае большого разнесения частот,  $\omega \ge \omega_0$ , получаем

$$P_R(t) = P_{R\omega}(t) + P_{R\omega_0}(t), \qquad (23)$$

$$P_{R}(t) = P_{R\omega}(t) + P_{R\omega_{0}}(t) =$$
  
=  $P_{m}\left[B(t,\tau)\sin(\omega t) + \left(\frac{\omega_{0}}{\omega}\right)B_{0}(t,\tau)\sin(\omega_{0}t)\right],$  (24)

$$P_{R\omega_{0}}(t) = -P_{m} \frac{2}{\delta \omega_{0} T} \times \\ \times \left[ \Phi(t) - \Phi(t-\tau) \right] \left( \frac{\omega_{0}}{\omega} \right) \sin(\omega_{0} t).$$
(25)

Из (25) видно, что амплитуда  $P_{R\omega_0}(t)$  рассеянного звука на собственной частоте пузырька устанавливается в течение времени  $\tau_0 = 1/\delta\omega_0$  и достигает стационарной амплитуды, при условии  $\omega_0 T = \pi$  равной  $P_{R\omega_0 m} = P_m / [\delta\pi(m+1)].$ 

Необходимо отметить, что при воздействии непрерывного НЧ резонансного воздействия без фазовой манипуляции амплитуда  $z_{m0}$  была бы равна  $z_{m0} = (1/3\gamma\delta)(P_m/P_0)$ , т.е. амплитуда оказывается в  $(\pi/2)(\omega/\omega_0)$  раз выше, чем при ФМ импульсном возбуждении. Вместе с тем здесь следует подчеркнуть практическую выгоду импульсного возбуждения осциллятора ВЧ накачкой, когда достаточно просто, изменяя соотношение между ВЧ и НЧ и интервалы времени между сменой фазы ФМ импульсов, можно получать весьма высокие амплитуды колебаний.

#### Акустическая спектроскопия с применением ФМ накачки

Будем считать, что пузырек в жидкости облучается высоконаправленным ВЧ ФМ сигналом, имеющим угловую ширину характеристики направленности  $\theta$ . Рассматривая некогерентное сложение рассеянных сигналов от различных пузырьков и вводя функцию распределения пузырьков по размерам g(R), можно определить суммарный квадрат звукового давления, рассеянного совокупностью пузырьков с преобразованием частоты, в виде

$$|P_{\Sigma\omega_{0}}(\mathbf{r},t)|^{2} =$$

$$= \int d^{3}\mathbf{r} \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} |P_{R\omega_{0}}(t-r/c)|^{2} (R/r)^{2} g(R) dR,$$
(26)

где интегрирование осуществляется по "импульсному" объему  $dV = \pi r^2 \theta^2 c dt/2$ . С целью улучшения отношения сигнал/шум на практике прием рассеянных сигналов обычно осуществляется в узкой полосе вблизи некоторой частоты  $\omega_0$ , что отвечает узкому интервалу резонансных радиусов пузырьков. Проведя интегрирование по указанному узкому интервалу радиусов и по времени, равному длительности импульса  $\tau$ , что по существу также учитывает усреднение по периоду ВЧ и НЧ поля, получаем следующее выражение для

средней по периоду поля величины  $\left| P_{\Sigma \omega_0}(\mathbf{r}, t) \right|^2$  [18]:

$$\frac{\left\langle \left| P_{\Sigma\omega_0}(\mathbf{r},t) \right|^2 \right\rangle}{\left\langle \left| P_i \right|^2 \right\rangle} = \frac{\theta^2 c \tau}{2\delta\omega_0 T} g(R) R R_{\omega}^2 F(\tau/\tau_0), \qquad (27)$$

где  $F(\tau/\tau_0)$  определяется формулой (4), при этом  $\tau_0 = 1/\omega_0 \delta$ . Из формулы (27) можно определить g(R) в виде

$$g(R) = \frac{2\delta\omega_0 T}{\theta^2 c\tau R R_{\omega}^2 F(\tau/\tau_0)} \frac{\left\langle \left| P_{\Sigma\omega_0} \right|^2 \right\rangle}{\left\langle \left| P_i \right|^2 \right\rangle} \equiv$$

$$\equiv \frac{\pi \delta\omega_0 T}{R R_{\omega}^2 F(\tau/\tau_0)} m_{Vpm},$$
(28)

где  $R = R_{\omega}(2m + 1)$ , m = 1, 2, .... Здесь через  $m_{Vpm}$  обозначен коэффициент объемного рассеяния ФМ импульсов. В частном случае достаточно длинного импульса с  $\tau > \tau_0 = 1/\omega_0 \delta$ , когда генерация НЧ импульсов достигает стационарного значения, получаем

$$g(R) = \frac{4\delta}{\pi\theta^2 c\tau R R_{\omega}^2} \frac{\left\langle \left| P_{\Sigma \omega_0 \omega} \right|^2 \right\rangle}{\left\langle \left| P_i \right|^2 \right\rangle}, \quad R_{\omega} = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{3\gamma P_0}{\rho}}.$$
 (29)

Из формул (28), (29) видно, что спектроскопия резонансных включений осуществляется дискретно по радиусам  $R = R_{\omega}(2m + 1), m = 1, 2, ...,$  где управляющим параметром является отношение преобразования частот (2m + 1), m = 1, 2, ... [21].

В качестве иллюстрации представленных здесь вычислений на рис. 2 приведены наиболее типичные зависимости рассмотренных величин в случае когерентного рассеяния ФМ ВЧ импульсов с преобразованием частоты в НЧ область.

Таким образом, для акустической спектроскопии пузырьков возможно применение ФМ ВЧ импульсов. Преимуществом применения ФМ ВЧ импульсов является возможность весьма простой перестройки низкой частоты для реализации аку-



**Рис. 2.** Минимальные значения функции распределения пузырьков по размерам  $g_{\min}$ , при которых возможно их обнаружение по рассеянию ФМ ВЧ импульсов в зависимости (a) – от расстояния r и (б) – от частоты f на различных расстояниях: I - r = 100 м, 2 - r = 50 м, 3 - r = 25 м, 4 - r = 12 м, 5 - r = 6 м, 6 - r = 3 м, 7 - r = 80 см. Частота накачки 150 кГц ( $P_m = 10^5$  Па м).

стической спектроскопии при одновременном сохранении узкой характеристики направленности в широком диапазоне частот и сохранением достаточно высокого уровня сигнала на низкой частоте. Важным обстоятельством является повышенная помехозащищенность метода, поскольку излучение осуществляется на высокой частоте и на низкой частоте приема присутствует только полезный сигнал, возникающий на резонансных пузырьках при определенных соотношениях между частотами накачки и собственной частотой пузырьков.

## 4. НЕСТАЦИОНАРНОЕ НЕЛИНЕЙНОЕ РАССЕЯНИЕ ЗВУКА. КВАДРАТИЧНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Нестационарное нелинейное рассеяние звука также как и в линейном случае возникает вследствие переходных процессов раскачки пузырьков под действием акустических импульсов. Обычно рассматривают установившиеся колебания резонансных включений, совершаемые под действием внешнего звукового поля [1, 2, 11–15]. На практике же часто используют короткие акустические импульсы, когда стационарное рассеяние может не успевать устанавливаться. Задачу о нестационарном нелинейном рассеянии наиболее просто можно рассмотреть в квадратичном приближении, для которого удается получить аналитическое решение. Пусть на резонансное включение в жидкости падает акустический бигармонический импульс с давлением  $P_a(t)$  вида:

$$P_i(t) = \operatorname{Re}[(P_1 e^{-i\omega_1 t} + P_2 e^{-i\omega_2 t})e^{-i\pi/2}H(t,\tau)], \qquad (30)$$
$$H(t,\tau) = \theta(t) - \theta(t-\tau).$$

Радиус включения R будем считать малым по сравнению с длиной волны звука на всех частотах, а изменения радиуса малыми по сравнению с равновесным радиусом  $R_0$ 

$$R(t) = R_0(1 + z^{(1)} + z^{(2)}),$$
  

$$|z^{(1)}| \le 1, \quad |z^{(2)}| \le 1,$$
(31)

где  $z^{(1)}(t)$  и  $z^{(2)}(t)$  описывают пульсации включения в первом и втором приближениях. Уравнение для  $z^{(1)}(t)$  представлено выше уравнением (9). Уравнение для  $z^{(2)}(t)$  получаем в квадратичном приближении из уравнения Рэлея с учетом сжимаемости жидкости [18]

$$\ddot{z}^{(2)} + 2\mu \dot{z}^{(2)} + \omega_0^2 z^{(2)} = F^{(2)}(t), \qquad (32)$$
$$F^{(2)}(t) =$$

$$= -\left[\ddot{z}^{(1)}z^{(1)} + \frac{3}{2}\dot{z}^{(1)2} - 2\mu\dot{z}^{(1)}z^{(1)} - \omega_0^2\frac{3\gamma+1}{2}z^{(1)2}\right] + (33) + 2\frac{R_0}{c}\dot{z}^{(1)}\left[\dot{z}^{(1)} + \omega_0^2\frac{3\gamma+1}{2}z^{(1)}\right].$$

Находим решения методом Фурье. Частотный спектр малых пульсаций пузырьков  $z_q^{(1)}$  определяется следующей формулой

$$z_{q}^{(1)} = \frac{\omega_{0}^{2} (1 - ik_{q}R)}{Q_{\omega_{0},q}} \tilde{P}_{1,2} D_{q,\omega},$$

$$D_{q,\omega}(\tau) = \frac{\exp[i(q - \omega)\tau] - 1}{2\pi i (q - \omega)},$$
(34)

где  $\tilde{P}_{1,2} = P_{1,2}/(3\gamma P_0)$ , резонансный коэффициент  $Q_{\omega_0,q}$  записывается в виде  $Q_{\omega_0,q} = \omega_0^2 - q^2 + 2i\mu q$ . Спектр  $z_q^{(2)}$  следует из (32) в виде  $z_q^{(2)} = -F_q^{(2)}/Q_{\omega_0,q}$ , в итоге имеем

$$z_{q}^{(2)} = \frac{\omega_{0}^{4}}{Q_{\omega_{0},q}} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ s^{2} + \frac{3}{2}(q-s)s + \omega_{0}^{2} \frac{3\gamma+1}{2} - 2\mu is \right] \times \frac{1 - ik_{q}R}{Q_{\omega_{0},q-s}Q_{\omega_{0},s}} D_{q-s,\omega} D_{s,\omega} \tilde{P}_{1,2}^{2} ds.$$
(35)

Примем упрощающее условие, что линейные пульсации включения на высоких частотах накачки  $\omega_1$  и  $\omega_2$  в течение действия импульса длительности  $\tau$  успевают установиться, т.е. положим  $\omega_{1,2}\tau\delta > 1$ . Спектральная линия на накачке будет узкой, поэтому получаем следующие выражения для  $z^{(1)}(t)$ :

$$z_{1,2}^{(1)}(t) = -\frac{\xi_{1,2}^2}{\xi_{1,2}^2 - 1 - i\delta} \Big( \tilde{P}_1 e^{-i\omega_1 t} + \tilde{P}_2 e^{-i\omega_2 t} \Big) H(t,\tau),$$

$$\xi_{1,2}^2 = \frac{\omega_0^2}{\omega_{1,2}^2}.$$
(36)

Эффекты нестационарности окажутся выражены только на разностной частоте, близкой к собственной частоте пузырька. Обратное Фурье преобразование  $z^{(2)}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} z_q^{(2)} \exp(-iqt) dq$  при замене  $D_{s,\omega} \rightarrow \delta(s - \omega), \ \omega \leftrightarrow \omega_1, \omega_2$  в уравнении (35) позволяет получить общее выражение для  $z^{(2)}(t)$ , в том числе, и на разностной частоте  $z_{\Omega}(t)$  в виде:

$$z_{\Omega}(t) = \operatorname{Re}\{[\Phi_{\Omega}(t) - e^{-i\Omega\tau}\Phi_{\Omega}(t-\tau)]B_{1}\tilde{P}_{1}\tilde{P}_{2}\},\qquad(37)$$

$$\Phi_{\Omega}(t) \approx \frac{\Theta(t)}{q_{\Omega}} \left\{ e^{-i\Omega t} - \frac{\Omega}{\omega_{0}} e^{-i(1-i\delta_{\Omega})\omega_{0}t} \right\},$$

$$q_{\Omega} = \xi^{2} - \eta^{2} - i\xi^{2}\delta_{\Omega},$$
(38)

$$B_{1} = \frac{[1 + \eta - \xi^{2} (3\gamma + 1)]\xi^{4}}{q_{1}q_{2}^{*}},$$

$$q_{1} = \xi^{2} - (1 + 2\eta) - i\delta, \quad q_{2} = \xi^{2} - 1 - i\delta,$$

$$a \xi = \xi = 0, \quad w, \quad \eta = 0/w,$$
(39)

где  $\xi \approx \xi_2$ ,  $\Omega = \omega_1 - \omega_2$ ,  $\eta = \Omega/\omega_2$ .

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 68 № 4 2022

При больших длительностях импульса  $\tau > \tau_{\Omega} = 1/\Omega \delta_{\Omega}$ , из (37)–(39) следует выражение для амплитуды пульсаций пузырьков различных радиусов на разностной частоте  $\Omega$  в установившимся режиме:

$$z_{\Omega} = \frac{[1 + \eta - \xi^{2} (3\gamma + 1)]\xi^{4}}{q_{1}q_{2}^{2}q_{\Omega}} \tilde{P}_{1}\tilde{P}_{2} \approx \begin{cases} -\frac{1}{3\gamma\delta^{2}} \left(\frac{P_{1}}{P_{0}}\right)^{2}, & R = R_{\omega}, \ (\zeta = 1), \end{cases}$$
(40)
$$i\frac{\eta^{2}}{(3\gamma)^{2}\delta_{\Omega}} \left(\frac{P_{1}}{P_{0}}\right)^{2}, & R = R_{\Omega}, \ (\zeta = \eta). \end{cases}$$

При малых длительностях импульса,  $\tau \ll \tau_{\Omega}$ , для частот  $\Omega$ , близких  $\omega_0$ , следует

$$z_{\Omega}(t) \propto \Phi_{\Omega}(t) \propto (1 - e^{-\delta_{\Omega}\Omega t}) \mathop{\to}_{t \to 0} 0, \tag{41}$$

что свидетельствует о малых амплитудах пульсаций пузырьков на частоте  $\Omega$  при малых  $\tau$ .

Величину давления в акустической волне разностной частоты, генерируемой при нелинейном рассеянии звука на пузырьке, можно определить при  $r \gg \lambda$  выражением  $P_s(r,t) = = -(\rho/4\pi r) \partial^2 [V(t-r/c)]/\partial t^2$ , которое в квадратичном приближении дает величину давления  $P_s$  в виде

$$P_{s}(r,t) = \frac{\rho R^{3}}{r} \left[ \ddot{z}^{(2)} + 2z^{(1)} \ddot{z}^{(1)} + 2(\dot{z}^{(1)})^{2} \right]_{\ell - (r-R)/c}.$$
 (42)

Ограничиваясь наиболее практически важным случаем рассеяния на разностной частоте  $\Omega$  и на собственной частоте пузырька  $\omega_0$ , имеем следующий результат

$$P_s(r,t) = \frac{R}{r} P_R\left(t - \frac{r-R}{c}\right) = \frac{R}{r} \left(P_{R\Omega} + P_{R\omega_0}\right), \quad (43)$$

$$P_{R\Omega} = \operatorname{Re}\left[\rho R^2 \Omega^2 \xi^2 (B_1(\xi)/q_\Omega) \tilde{P}^2 e^{-i\Omega t} H(t,\tau)\right], \quad (44)$$

$$P_{R\omega_0} = \operatorname{Re}\left[\rho R^2 \omega^2 B_0(\xi) \tilde{P}^2 e^{-i\omega_0(1-i\delta)t} \tilde{H}(t,\tau)\right], \quad (45)$$

$$B_0(\xi) = \frac{B_1(\xi)\xi(\xi^2 - 1 - i\delta)}{2(\xi - \eta - i\delta)(4\xi^2 - 1 + i\delta)},$$
(46)

$$\tilde{H}(t,\tau) = \theta(t) - \theta(t-\tau)e^{-i\omega_0(1+i\delta)\tau}e^{-i\Omega t}.$$
(47)

В выражение (43) входит две составляющих давления  $P_{R\Omega}$  и  $P_{R\omega_0}$  соответственно на разностной частоте  $\Omega$  и на частоте собственных колебаний пузырька  $\omega_0$ , возникающих за счет переходных процессов. Из (43)–(47) можно видеть, что при малых длительностях импульса  $\tau < \tau_{\Omega}$  получаем аналогично выражению (41) малую величину амплитуды рассеянного поля  $P_{R\Omega}$  на резонансе при  $\Omega \approx \omega_0$ :

$$P_{R\Omega}(t) \sim (1 - e^{-\delta\omega_0 t}) e^{-i\Omega t} \xrightarrow{t \ll 1/\delta\omega_0} 0.$$
 (48)

Таким образом, нелинейное рассеяние звука на резонансных включениях имеет нестационарный участок, который важен при использовании коротких импульсов с длительностями  $\tau \ll \tau_{\Omega} \sim \tau_0 = 1/\delta\omega_0$ . Для импульсов с  $\tau \gg \tau_0$  получаем известное выражение для рассеянного поля на разностной частоте [1, 14, 18] в виде (44).

## 5. ПРИМЕНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО РАССЕЯНИЯ ЗВУКА ДЛЯ СПЕКТРОСКОПИИ ПУЗЫРЬКОВ

Сечение нелинейного рассеяния на одиночном пузырьке  $\sigma_{1\Omega}(R)$  (при генерации разностной частоты) можно определить из формулы  $\sigma_{1\Omega}^{(2)}(R) = r^2 \langle |P_s^{(2)}|^2 / |P_l^{|2} \rangle$ , где  $\langle ... \rangle$  означает усреднение по времени, а  $P_s^{(2)}(\mathbf{r},t)$  определяется в виде (17). При рассеянии на совокупности пузырьков коэффициент нелинейного рассеяния звука единицей объема жидкости  $m_{V\Omega}^{(2)} = \int \sigma_{1\Omega}^{(2)}(R)g(R)dR$  имеет вид

$$m_{V\Omega}^{(2)} = m_{V\Omega\omega}^{(2)} + m_{V\Omega\Omega\infty}^{(2)} F\left(\tau/\tau_{\Omega}\right), \tag{49}$$

$$m_{V\Omega\omega}^{(2)} = \frac{\pi^2 \left(3\gamma + 2\right)^2 R_{\omega}^3 g(R_{\omega})}{2\delta_{\omega} \left(\delta_{\omega}^2 + \eta^2\right)} \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^4 \frac{|KP_l|^2}{9}, \qquad (50)$$

$$m_{V\Omega\Omega\infty}^{(2)} = \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^4 \frac{R_{\Omega}^3 g(R_{\Omega})}{\delta_{\Omega}} \frac{|KP_l|^2}{9}, \qquad (51)$$

где  $F(\tau/\tau_{\Omega})$  имеет вид (4). Собственная сжимаемость газового пузырька K в (50) и (51) в общем случае зависит от радиуса и эффектов установления теплового равновесия внутри пузырька, но при достаточно больших размерах пузырьков  $K \approx 1/(\gamma P_0)$  [1, 2, 18]. Составляющие суммарного коэффициента рассеяния  $m_{V\Omega\omega}^{(2)}$  и  $m_{V\Omega\Omega\infty}^{(2)}$  имеют различное происхождение. Коэффициент  $m_{V\Omega\omega}^{(2)}$ возникает за счет стационарного нелинейного рассеяния при взаимодействии на пузырьке достаточно близких по величине частот накачки  $\omega_1$ и  $\omega_2$ , при этом  $m_{V\Omega\omega}^{(2)}$  формируется за счет пузырьков, резонансных на накачке. Коэффициент  $m_{V\Omega\Omega\infty}^{(2)}$  возникает за счет стационарного нелинейного рассеяния на пузырьках, резонансных на разностной частоте. Из (49)-(51) видно, что на длинных импульсах коэффициент нелинейного рассеяния определяется суммой  $m_{V\Omega}^{(2)} = m_{V\Omega\omega}^{(2)} + m_{V\Omega\Omega\infty}^{(2)}$ , а на коротких импульсах  $m_{V\Omega}^{(2)} \approx m_{V\Omega\omega}^{(2)}$ , т.е.

$$m_{V\Omega}^{(2)} = \begin{cases} m_{V\Omega\omega}^{(2)} + m_{V\Omega\Omega\infty}^{(2)}, \tau \ge \tau_{\Omega}, \\ m_{V\Omega\omega}^{(2)}, \tau \ll \tau_{\Omega}. \end{cases}$$
(52)

Рассмотрим относительный вклад коэффициентов рассеяния  $\beta_{\Omega} = m_{V\Omega\omega}^{(2)}/m_{V\Omega\Omega\infty}^{(2)}$ . Оказывается, что результат существенно зависит от вида функции распределения g(R). В случае степенной функции  $g(R) \sim R^{-n}$  [3–5, 8–10, 16] имеем  $\beta_{\Omega} \propto (\omega/\Omega)^{n-3}$ . В этом случае акустическая спектроскопия пузырьков в широком интервале размеров возможна при сканировании именно разностной частоты только при n < 3. Тогда функция распределения g(R) может быть определена в виде

$$g(R_{\Omega}) = \frac{36\delta_{\Omega}}{\pi^2} \frac{m_{V\Omega\infty}^{(2)} - m_{V\Omega0}^{(2)}}{R_{\Omega}^3(\Omega/\omega)^4} \frac{1}{|KP_1|^2}.$$
 (53)

Вместе с тем, на практике наиболее часто встречаются функции распределения g(R) с n > 3[4, 5, 16], и тогда получается, что коэффициент нелинейного рассеяния на разностных частотах все равно определяется пузырьками, резонансными на накачке вне зависимости от длительности импульса, т.е.  $m_{V\Omega}^{(2)} \approx m_{V\Omega\omega}^{(2)}$ . Таким образом, при чисто степенной функции распределения пузырьков по размерам при условии *n* > 3 вклад нестационарного рассеяния в пелене пузырьков может оказаться незначительным. На разностную частоту будут в основном откликаться только пузырьки, резонансные на накачке, и для определения g(R) потребуется изменение именно частоты накачки (а не разностной частоты) в широких пределах. В этих условиях для реализации спектроскопии нет никакой выгоды от применения коротких сигналов. В любом случае все размеры пузырьков и их концентрация будут определяться только частотой накачки, для которой рассеяние будет стационарным.

Возникает вопрос, в каких случаях тогда возможна спектроскопия пузырьков в широком интервале размеров при нелинейном рассеянии звука на разностных частотах? Для ответа приведем следующие соображения. В последнее время было установлено, что в приповерхностном слое моря функция g(R) имеет максимум при малых  $R = R_p$ , при этом имеется естественный предел размеров пузырьков при больших  $R = R_m$ , так что функция g(R) имеет следующий вид [18, 22]:

$$g(R) = A_g R^{-n} \exp\left[-n\left(\frac{R_p}{R} + \frac{R}{R_m}\right)\right].$$
 (54)

Здесь показатель степени *n* и критические размеры  $R_p$ ,  $R_m$  являются естественными параметрами, которые следуют из теории Гаррета–Ли–Фармера [23] в инерционном интервале между размерами  $R_p$ ,  $R_m$ , при этом величина  $n \sim 3.3$ , хотя на большом фактическом материале при умеренных состояниях моря оказывается  $n \sim 3.5-3.8$  [17, 18, 24]. Обращаясь вновь к формуле (52), видим, что для случая функции распределения g(R) согласно (54) с максимумом при  $R = R_p$  можно получить обрат-



Рис. 3. Схема рассеяния звука вблизи поверхности моря на встречных пучках с частотами ω<sub>1</sub> и ω<sub>2</sub> в области 1.

ное неравенство, а именно:  $m_{V\Omega\Omega\infty}^{(2)} \ge m_{V\Omega\omega}^{(2)}$ . Оно будет иметь место при условии, что частота накачки соответствует пузырькам на ниспадающей ветви g(R) при  $R < R_p$ . Именно в этом случае в основном следует учитывать эффекты нестационарного нелинейного рассеяния. По существу, наличие нестационарного нелинейного рассеяния свидетельствует об определенном устройстве функции распределения пузырьков по размерам g(R) – наличии максимума при  $R = R_p$  и его расположении между радиусом, резонансным на накачке  $R_{\omega}$  и резонансным на разностной частоте  $R_{\Omega}$ , т.е.  $R_{\omega} < R_p < R_{\Omega}$ .

Таким образом, только в случае применения достаточно высокочастотной накачки  $\omega > \omega_p$ , где  $\omega_p$  — резонансная частота пузырьков радиуса  $R_p$ , возможна акустическая спектроскопия пузырьков, при этом спектр размеров  $R_{\Omega}$ , доступный для регистрации, отвечает неравенству  $R_{\Omega} > R_p$ .

### 6. МЕТОД НЕЛИНЕЙНОГО РАССЕЯНИЯ ЗВУКА НА ВСТРЕЧНЫХ ПУЧКАХ

Метод нелинейного рассеяния звука был использован в натурных морских экспериментах с целью установления вида функции распределе-

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 68 № 4 2022

ния пузырьков по размерам и ее зависимости от глубины, скорости ветра и т.п. Эксперимент проводился в заливе Петра Великого Японского моря с глубиной около 40 м. Частота накачки составляла 150 кГц, ширина характеристики направленности составляла около 5°, давление на резонансе составляло величину  $P_m = 10^5$  Па м, добротность излучателя 9. Излучатель располагался на глубине 15 м, использовался режим бигармонической накачки, разностная частота составляла величину 16 кГц.

Поверхность моря использовалась для создания отраженного импульса длительности  $\tau_1$  с частотой  $\omega_1$ , который мог бы, как показано на рис. 3, в заданном месте относительно этой поверхности взаимодействовать с прямым импульсом длительности  $\tau_2$  с частотой  $\omega_2$ , излучающимся через определенное время  $\Delta t$ . При  $\Delta t = 0$  взаимодействие между прямым и отраженным импульсами осуществляется на глубинах с  $z_{\min} = c\tau_2/2$  до  $z_{\max} = c\tau_1/2$ . При  $\Delta t \neq 0$  величина  $z_{\min}$  изменяется и равна  $z_{\min} = c(\Delta t + \tau_2)/2$ . Таким образом, можно исследовать нелинейное взаимодействие на различных глубинах. Оказалось, что вплоть до размеров пузырьков  $R_{\omega} \approx 20$  мкм, резонансных на частоте 150 кГц, функция g(R) является монотонно



**Рис. 4.** Распределение пузырьков радиуса R = 20 мкм по глубине в приповерхностном слое море, полученное на встречных пучках.

возрастающей при уменьшении размеров R, что совпадает с результатами, полученными по другой методике с применением параметрических излучателей [16, 17]. На рис. 4 показано типичное распределение пузырьков по глубине, полученное указанным способом. Интервал по времени между измерениями 1 и 2 составлял около 1 часа. При этом было обнаружено экспоненциальное спадание концентрации пузырьков по формуле  $N \sim N_0 \exp(-z/L)$ . Характерное расстояние спада составляло для кривой 1 величину  $L_1 = 0.8$  м, через час для кривой 2 величина спада увеличилась до  $L_2 = 1.4$  м.

# 7. ПРИМЕНЕНИЕ РАССЕЯНИЯ НА ВСТРЕЧНЫХ ПУЧКАХ ДЛЯ РЕГИСТРАЦИИ ПУЗЫРЬКОВ ВБЛИЗИ ДНА МОРЯ

На рис. 5 представлено 2D изображение функции  $m_{V\omega}^{(1)}(r, z)$  мелководных ГФ на частоте 100 кГц и сила звукорассеивающего слоя  $Ls(r) = \int_{0}^{h(r)} m_{V\omega}^{(1)}(r, z) dz$  (h(r) – глубина вдоль трассы) в районе залива Пильтун (Охотское море, Восточное побережье о. Сахалин, район нефтяной платформы "Моликпак"). Из рис. 5 видно мощное рассеяние звука на частоте 100 кГц, но, к сожалению, по экспериментальным одночастотным данным трудно оценить g(R) и интегральный поток газа [18].



**Рис. 5.** Сила слоя  $L_{s}(r)$  и 2D изображение функции  $m_{V\omega}^{(1)}(r, z)$  мелководных ГФ на частоте 100 кГц.



Рис. 6. Схема рассеяния звука вблизи дна моря на встречных пучках.

Метод нелинейного рассеяния звука на встречных пучках может быть использован для регистрации скопления пузырьков и измерения функции распределения пузырьков по размерам g(R) вблизи дна моря. Следует применять акустическое излучение вертикально вниз с разнесением во времени зондирующих импульсов на задержку  $\Delta t$ , вариация которой позволит зондировать различные области газового факела. Дно моря используется для создания отраженного импульса длительности  $\tau_1$  с частотой  $\omega_1$ , который мог бы, как показано на рис. 6, в заданном месте относительно этой поверхности взаимодействовать с прямым импульсом длительности  $\tau_2$  с частотой ω<sub>2</sub>, излучающимся через определенное время  $\Delta t$ . Изменяя  $\Delta t$ , можно исследовать нелинейное взаимодействие на различных глубинах. Частоту звука в зондирующих импульсах следует подбирать так, чтобы разностная частота, генерируемая на пузырьках, соответствовала их резонансным размерам в газовом факеле. Важно также, чтобы частота накачки не перекрывалась с резонансными частотами пузырьков в факеле.

Таким образом, метод нелинейного нестационарного рассеяния звука на встречных пучках позволит определить функцию распределения пузырьков по размерам g(R), которую можно вычислить с помощью формулы (29).

#### 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обсуждено нестационарное рассеяние звука, возникающее вследствие переходных процессов возбуждения собственных колебаний пузырьков под действием акустических импульсов. Показано, что эффективным механизмом генерации

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 68 № 4 2022

собственных колебаний пузырьков в переходных процессах является механизм раскачки таких колебаний ФМ ВЧ импульсами. Преимуществом применения ФМ ВЧ импульсов является возможность весьма простой генерации НЧ колебаний и перестройки их частоты при изменении соотношений между периодами ВЧ и НЧ колебаний при фазовой манипуляции в импульсе. Важно, что при этом сохраняется узкая характеристика направленности и достаточно высокий уровень сигнала на низкой частоте. Нам представляется, что использование когерентного ФМ импульсного рассеяния с преобразованием частоты позволяет упростить и существенно улучшить методику акустической спектроскопии жидкостей, что особенно важно в практических применениях.

Показано, что коэффициент нелинейного рассеяния бигармонических импульсов на разностных частотах при монотонной функции распределения пузырьков по размерам определяется в основном пузырьками, резонансными на накачке, а не на разностной частоте, вне зависимости от длительности импульса. В этих условиях для реализации спектроскопии нет никакой выгоды от применения коротких сигналов. Применение нестационарного нелинейного рассеяния оправдано в случае немонотонного распределения пузырьков по размерам. На практике функция g(R)часто имеет максимум при  $R = R_P$  и ниспадающую ветвь при малых размерах пузырьков. Нестационарная нелинейная спектроскопия пузырьков возможна при условии, что частота накачки соответствует пузырькам на ниспадающей ветви g(R) при  $R < R_p$ , а разностная частота соответствует участку с  $R > R_P$ .

Показано, что применение нелинейного нестационарного рассеяния на встречных пучках позволит проводить дистанционную спектроскопию пузырьков в газовых факелах и проводить корректные оценки газосодержания в факелах.

Работа проведена при поддержке гранта РНФ №22-22-00499.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Наугольных К.А., Островский Л.А.* Нелинейные волновые процессы в акустике. М.: Наука, 1990. 237 с.
- 2. *Leighton T.G.* The acoustic bubble. San-Diego: Academic, 1994. 613 p.
- 3. *Medwin H*. Acoustical determination of bubble size spectra // J. Acoust. Soc. Am. 1977. V. 62. P. 1041–1044.
- 4. *Vagle S., Farmer D.* The measurement of bubble-size distributions by acoustical backscatter // J. Atmospheric and Oceanic Technology. 1992. V. 9. P. 630–664.
- Farmer D., Vagle S. Wave induced bubble clouds in the upper ocean // J. Geophys. Res. 2010. V. 115. C12054. 16 p.
- 6. *Leifer I., Patro R.K.* The bubble mechanism for methane transport from the shallow sea bed to the surface: a

review and sensitivity study // Cont. Shelf Res. 2002. V. 22. № 16. P. 2409–2428.

- 7. *Judd A., Hovland M.* Seabed fluid flow. The impact on geology, biology and the marine environment. Cambridge: Cambr. Univ. Press, 2007. 475 p.
- 8. Глотов В.П., Колобаев П.А., Нейумин Г.Г. Исследования рассеяния звука пузырьками, создаваемыми искусственным ветром в морской воде, и статистического распределения размеров пузырьков // Акуст. журн. 1961. Т. 7. № 4. С. 421–427.
- Turner W.R. Microbubble persistence in fresh water // J. Acoust. Soc. Am. 1961. V. 33. P. 1223–1233.
- Гаврилов Л.Р. О распределении газовых пузырьков в воде по их размерам // Акуст. журн. 1969. Т. 15. № 1. С. 25–27.
- 11. Заболотская Е.А., Солуян С.И. Излучение гармоник и комбинационных частот воздушными пузырьками // Акуст. журн. 1972. Т. 18. № 3. С. 472–474.
- 12. Сандлер Б.М., Селивановский Д.А., Соколов А.Ю. Измерения концентрации газовых пузырьков в приповерхностном слое моря // Докл. Акад. наук СССР. 1981. Т. 260. № 6. С. 1474–1476.
- 13. *Кобелев Ю.А., Сутин А.М.* Генерация звука разностной частоты в жидкости с пузырьками различных размеров // Акуст. журн. 1980. Т. 26. № 6. С. 860–865.
- Nazarov V.E., Ostrovsky L.A., Soustova I.A., Sutin A.M. Nonlinear acoustics of micro-inhomogeneous media // Phys. Earth and Planetary Inter. 1988. V. 34. P. 94–98.
- Shankar P.M., Chapelon J.Y., Newhous V.L. Fluid pressure measurement using bubbles insonified by two frequencies // Ultrasonics. 1986. V. 24. P. 333–336.

- 16. *Акуличев В.А., Буланов В.А., Кленин С.А.* Акустическое зондирование газовых пузырьков в морской среде // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 3. С. 289–295.
- Akulichev V.A., Bulanov V.A. Measurements of bubbles in sea water by nonstationary sound scattering // J. Acoust. Soc. Am. 2011. V. 130. P. 3438–3449. https://doi.org/10.1121/1.3636371
- Акуличев В.А., Буланов В.А. Акустические исследования мелкомасштабных неоднородностей в морской среде. Владивосток: ТОИ ДВО РАН, 2017. 414 с. https://www.poi.dvo.ru/node/470
- 19. Дмитриевский А.Н., Баланюк И.Е. Газогидраты морей и океанов. М.: ИРЦ Газпром, 2009. 416 с.
- Саломатин А.С., Юсупов В.И., Верещагина О.Ф., Черных Д.В. Акустическая оценка концентрации метана в водной толще в областях его пузырьковой разгрузки // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 6. С. 636–644.
- Буланов В.А. Акустическая спектроскопия при нестационарном когерентном рассеянии фазоманипулированных импульсов // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. № 19. С. 84–88.
- 22. Акуличев В.А., Буланов В.А. О спектре пузырьков газа и возможностях акустической спектроскопии в приповерхностном слое океана // Докл. Акад. наук. 2012. Т. 446. № 2. С. 212–215.
- 23. *Garrett C., Li M., Farmer D.* The connection between bubble size spectra and energy dissipation rates in the upper ocean // J. Phys. Ocean. 2000. V. 30. P. 2163–2171.
- 24. Vagle S., McNeil C., Steiner N. Upper ocean bubble measurements from the NE Pacific and estimates of their role in air-sea gas transfer of the weakly soluble gases nitrogen and oxygen // J. Geophys. Res. 2010. V. 115. C12054. https://doi.org/10.1029/2009JC005990