

## ОЦЕНКА СКОРОСТИ ЗВУКА В ГАЗОНАСЫЩЕННОМ СЛОЕ ОСАДКОВ ПО ВРЕМЕНИ ПРИХОДА СИГНАЛА ПОСЛЕВЕСТНИКА

© 2022 г. В. А. Григорьев\*

Воронежский государственный университет, Университетская пл. 1, Воронеж, 394018 Россия

\*e-mail: grig4@yandex.ru

Поступила в редакцию 07.12.2021 г.

После доработки 07.12.2021 г.

Принята к публикации 25.01.2022 г.

В рамках численного моделирования рассмотрено распространение низкочастотного звукового импульса в мелководном волноводе, состоящем из трех жидких слоев: водного слоя (толщиной 30 м, со скоростью звука 1500 м/с), слоя газонасыщенных осадков (0.4 м, 300 м/с) и нижнего полупространства (1560 м/с). Подобная ситуация имеет место на озере Кинерет. Показано, что при расположении источника и приемника вблизи дна на расстояниях порядка 10 глубин волновода друг от друга, в принимаемом сигнале хорошо наблюдаются два типа импульсов, значительно разделенных по времени прихода. Сначала приходит группа импульсов, соответствующая скорости звука в водном слое. Затем приходит одиночный импульс — послевестник. Он приходит с существенной задержкой и соответствует распространению звука в низкоскоростном газонасыщенном слое осадков. Модовый анализ показывает, что послевестник представляет собой весьма необычную первую моду (так называемую втекающую нормальную моду), захваченную газонасыщенным слоем подобно подводному звуковому каналу в океане. Скорость распространения импульса первой моды оказывается близка к скорости звука в газонасыщенном слое в достаточно широком диапазоне частот, что дает возможность оценки этой скорости по времени прихода послевестника.

*Ключевые слова:* мелкое море, газонасыщенные осадки, послевестник, нормальная мода, втекающая мода, вытекающая мода, квазимода

DOI: 10.31857/S0320791922030030

### ВВЕДЕНИЕ

При распространении акустических импульсов в мелководных волноводах с жестким дном, т.е. когда скорость звука в дне больше скорости звука в воде, при определенных условиях можно наблюдать сигналы предвестники (precursor signal (presignal)). Эти сигналы связаны с распространением звука в приповерхностном слое дна и поэтому приходят быстрее, чем сигналы, распространяющиеся по водному слою. В частности, предвестниками (presignal) являются так называемые боковые волны и грунтовые волны [1, 2].

Возникает вопрос, что будет, если дно мягкое, т.е. когда скорость звука в дне меньше, чем скорость звука в воде? В этом случае, если оказывается возможным распространение звука в приповерхностном слое дна, то должны наблюдаться сигналы послевестники (postsignal), т.е. низкоскоростные грунтовые импульсы, приходящие после высокоскоростных водных импульсов. Время задержки послевестников должно быть тем больше, чем более акустически мягким является морской грунт.

В настоящее время хорошо известно, что даже незначительное присутствие пузырькового газа в донных осадках существенно уменьшает скорость звука в них, превращая первоначально акустически жесткое дно в акустически мягкое. Так, при объемном содержании газа в осадках всего 0.1% скорость звука в дне принимает значения 100–300 м/с, что меньше скорости звука в воздухе [3]. Подобные, крайне низкие значения скорости звука в дне, нередко наблюдаются в приповерхностном донном слое водохранилищ и озер, что обычно объясняется выделением газов в процессе разложения органики. Например, экспериментально отмечены следующие значения скорости звука в газонасыщенных осадках: 100 м/с — Клязьминское водохранилище [4, 5], 200–250 м/с — Ивановское водохранилище [6], 100–500 м/с — озеро Кинерет [7, 8]. Низкие значения скорости звука встречаются также в газонасыщенных осадках внутренних и шельфовых морей. Например, в донных отложениях Балтийского моря зафиксированы значения 70–90 м/с [9], в осадках африканского шельфа Атлантического океана — 500 м/с [10], на Баренцево-Карском шельфе — 800–1200 м/с [11].

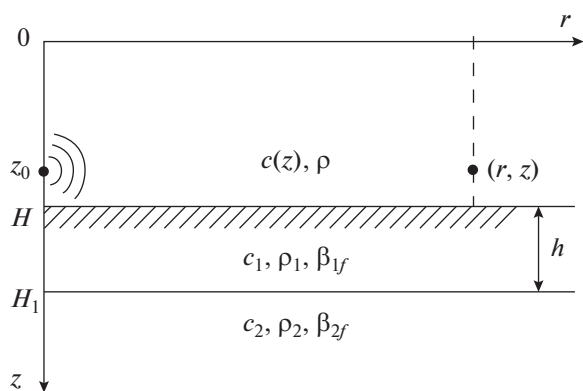


Рис. 1. Модель волновода.

При этом в морских и шельфовых зонах помимо разложения органики в приповерхностном слое дна зачастую присутствует фактор выделения газа из более глубоких слоев.

Пузырьковый газ обычно концентрируется в приповерхностном донном слое. Этому могут способствовать тонкие глинистые отложения самого верхнего осадочного слоя, выполняющие роль крышки и сдерживающие выход газа из грунта в воду. Таким образом, возникает ситуация, при которой выше газонасыщенного слоя осадков располагается вода, а ниже – грунт с малым содержанием газа или без газа. Соответственно, скорость звука в газонасыщенном слое оказывается ниже скоростей звука в окружающих средах, т.е. образуется профиль скорости звука с локальным минимумом подобно подводному звуковому каналу в океане. В этих условиях, как в подводном звуковом канале, возможен захват акустического поля внутри канала и его распространение со скоростью близкой к скорости звука в газонасыщенном слое.

В данной работе на примере модели озера Кинерет рассматривается описанная выше ситуация. Показывается возможность наблюдения сигналов послевестников, распространяющихся в газонасыщенном слое осадков и приходящих позже сигналов, распространяющихся в водном слое. Время прихода послевестников позволяет оценить скорость звука в газонасыщенном слое.

Заметим, что о возможности волноводного распространения звука в придонном газонасыщенном слое, по-видимому, впервые было высказано в [12]. Однако в [12] не рассматривалось импульсное излучение и связанное с этим появление послевестников, на чем делается акцент в данной работе.

## 1. ПОЛЕ В ВОЛНОВОДЕ. ТЕОРИЯ

### 1.1. Основные соотношения

Рассмотрим плоскостойкий волновод с водным слоем толщины  $H$  и дном в виде однородного жидкого слоя толщины  $h$ , лежащего на однородном жидком полупространстве (рис. 1). Параметры соответствующих слоев обозначим:  $c(z)$ ,  $c_1, c_2$  – скорости звука,  $\rho, \rho_1, \rho_2$  – плотности,  $\beta_{1f}, \beta_{2f}$  – коэффициенты потерь.

Пусть точечный изотропный источник расположен в водном слое и имеет координаты  $(0, z_0)$ . Источник излучает импульсный сигнал со спектром  $s_0(\omega)$ , где  $\omega = 2\pi f$  – частота звука. Будем считать, что  $s_0(\omega)$  – спектр комплексного сигнала, который равен нулю при  $\omega < 0$ . Размерность и величина амплитуды излучаемого спектра в дальнейшем не будут важны, т.к. принимаемый сигнал будет рассматриваться в нормированном виде. Но для определенности будем считать  $\max |s_0(\omega)| = 1$  Па с м, где размерность выбрана в соответствии с размерностью функции Грина ( $m^{-1}$ , см. ниже) так, чтобы принимаемый сигнал имел размерность давления.

Принимаемый сигнал (звуковое давление) в произвольной точке  $(r, z)$  волновода запишем в виде

$$p(t) = \text{Re} \int_0^\infty s(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega, \quad (1)$$

где  $s(\omega)$  – спектр принимаемого комплексного сигнала,  $t$  – время. Излучаемый и принимаемый спектры связаны равенством  $s(\omega) = G(\omega)s_0(\omega)$ , где  $G(\omega)$  – функция Грина волновода (или в другой терминологии передаточная функция волновода). Функция Грина находится из решения уравнения Гельмгольца при соответствующих граничных условиях:

$$\left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + K^2 \right\} G = -\delta(z - z_0) \frac{\delta(r)}{2\pi r},$$

$$G|_{z=0} = 0, \quad G|_{z=H-} = G|_{z=H+},$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial G}{\partial z} \Big|_{z=H-} = \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial G}{\partial z} \Big|_{z=H+}, \quad (2)$$

$$G|_{z=H_1-} = G|_{z=H_1+}, \quad \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial G}{\partial z} \Big|_{z=H_1-} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial G}{\partial z} \Big|_{z=H_1+},$$

где

$$K = \begin{cases} k, & 0 < z < H, \\ k_1, & H < z < H_1, \\ k_2, & z > H_1, \end{cases}$$

$$k = \frac{\omega}{c}, \quad k_{1,2} = \frac{\omega}{c_{1,2}} + i\beta_{1,2}f,$$

$\delta(\cdot)$  – дельта-функция Дирака.

Дополнительным условием к (2), выделяющим единственное решение, является условие излучения на бесконечности, которое в случае поглощающего дна сводится к ограниченности функции Грина на бесконечности [13]:

$$|G| = O(1) \text{ при } (r, z) \rightarrow \infty. \quad (3)$$

Задача (2) имеет точное решение, записываемое для каждого слоя в отдельности в виде несобственного интеграла  $G = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) d\xi$ . Для водного слоя такой интеграл приведен в [14] (формулы (9)–(12) при  $X = 1$ ).

Знание точного решения важно при расчетах поля, а также для тестирования приближенных решений. Однако интегральная форма точного решения неудобна для физического анализа полученного решения. Для проведения анализа, а зачастую и для ускорения расчетов, в акустике мелкого моря широко применяется модовый подход.

При модовом подходе используется теория вычетов для преобразования точного решения, записанного в виде несобственного интеграла, в сумму мод дискретного спектра (вычеты функции  $\varphi(\xi)$  в полюсах  $\xi_m$ ) и непрерывного спектра (интеграл по берегам разреза, идущего от точки ветвления  $k_2$ ):

$$G = 2\pi i \sum_{m=1}^M \operatorname{Res}_{\xi_m} \varphi(\xi) + \int_{k_2} \varphi(\xi) d\xi.$$

Разрез может быть проведен произвольно [15, 16]. В соответствии с этим, меняются значения непрерывного и дискретного спектров при сохранении их суммы неизменной и равной точному решению. Заметим, что изменение дискретного спектра связано с изменением числа полюсов  $\xi_m$  на комплексной плоскости, которых становится больше или меньше в зависимости от способа проведения разреза (подробнее о различных типах разрезов см. ниже).

Если непрерывным спектром можно пренебречь (что регулируется типом разреза и расстоянием  $r$ ), то решение (2) приближенно представ-

ляется дискретным спектром мод, имеющим вид [14, 17]

$$G = \frac{i}{4} \sum_{m=1}^M \psi_m(z_0) \psi_m(z) H_0^{(1)}(\xi_m r), \quad (4)$$

где  $M$  – число мод дискретного спектра,  $H_0^{(1)}(\cdot)$  – функция Ханкеля первого рода,  $\psi_m(z)$  и  $\xi_m$  – нормированные собственные функции и собственные значения (полюса) задачи Штурма–Лиувилля в области  $0 \leq z \leq H_1$ :

$$\begin{aligned} \psi_m'' + \varepsilon^2 \psi_m &= 0, & 0 < z < H, \\ \psi_m'' + \varepsilon_1^2 \psi_m &= 0, & H < z < H_1, \\ \psi_m(0) &= 0, & \psi_m(H-) = \psi_m(H+), \\ m_1 \psi_m'(H-) &= \psi_m'(H+), \\ \psi_m(H_1) + g_1 \psi_m'(H_1-) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

с условием нормировки

$$\int_0^H \psi_m^2(z) dz + \frac{1}{m_1} \int_H^{H_1} \psi_m^2(z) dz + \frac{i\psi_m^2(H_1)}{2m_2\varepsilon_2} = 1, \quad (6)$$

где  $\varepsilon = \sqrt{k^2 - \xi_m^2}$ ,  $\varepsilon_1 = \sqrt{k_1^2 - \xi_m^2}$ ,  $m_{1,2} = \frac{\rho_{1,2}}{\rho}$ ,  $g_1 = \frac{im_2}{m_1\varepsilon_2}$ ; штрих означает производную по  $z$ ; область поиска полюсов  $\operatorname{Re} \xi_m \geq 0$ ,  $\operatorname{Im} \xi_m \geq 0$ .

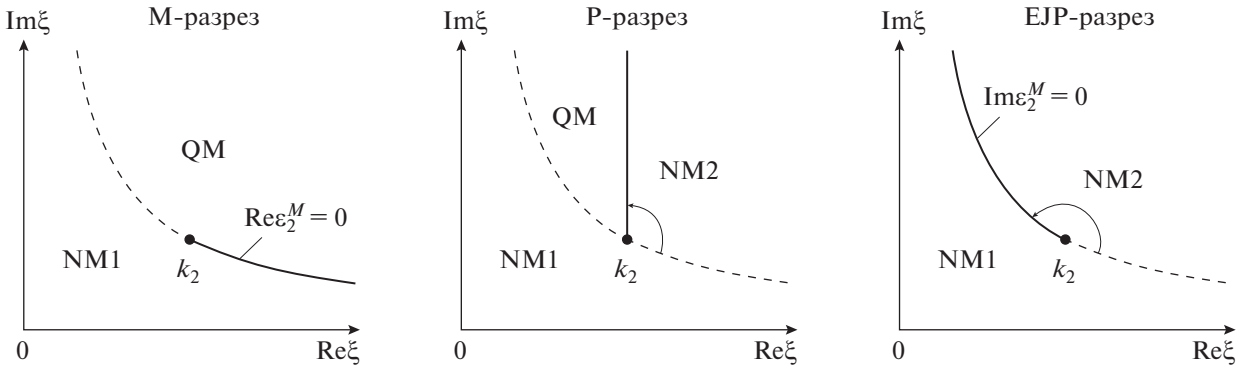
Все радикалы  $\sqrt{*}$  в приведенных выше формулах и далее по тексту понимаются однозначно, как главное значение<sup>1</sup> комплексного квадратного корня, у которого  $\operatorname{Re} \sqrt{*} > 0$ . Если  $\operatorname{Re} \sqrt{*} = 0$ , то выбирается значение, у которого  $\operatorname{Im} \sqrt{*} > 0$ . Данное правило соответствует функции sqrt в пакете прикладных программ MATLAB.

Выражение для переменной  $\varepsilon_2$  записывается по-разному в зависимости от выбранного типа разреза. В литературе используется три типа разреза [16]: М-разрез (разрез MATLAB), Р-разрез (разрез Пекериса), ЕJP-разрез (по имени авторов Ewing, Jardetzky, Press). Обозначим  $\varepsilon_2^M = \sqrt{k_2^2 - \xi_m^2}$ . Тогда (рис. 2):

1) для М-разреза:  $\varepsilon_2 = \varepsilon_2^M$  (линия разреза  $\operatorname{Re} \varepsilon_2^M = 0$ );

2) для Р-разреза:  $\varepsilon_2 = \begin{cases} \varepsilon_2^M, & \xi_m \notin \text{NM2}, \\ -\varepsilon_2^M, & \xi_m \in \text{NM2}, \end{cases}$  где NM2 – область совместного выполнения условий  $\operatorname{Im} \varepsilon_2^M < 0$  и  $\operatorname{Re} \xi > \operatorname{Re} k_2$  (линия разреза идет вертикально вверх от точки  $k_2$ );

<sup>1</sup> Второе не главное значение комплексного квадратного корня отличается от главного значения знаком.



**Рис. 2.** Показаны три типа разреза (жирная линия), идущие от точки ветвления  $k_2$ . Полюса  $\xi_m$  могут находиться в областях NM1, NM2, QM, что соответствует трем типам мод: NM1 – вытекающие нормальные моды, NM2 – втекающие нормальные моды, QM – квазимоды.

3) для EJP-разреза:  $\varepsilon_2 = \begin{cases} \varepsilon_2^M, & \text{Im } \varepsilon_2^M > 0, \\ -\varepsilon_2^M, & \text{Im } \varepsilon_2^M < 0, \end{cases}$  что

эквивалентно  $\varepsilon_2 = i\sqrt{\xi_m^2 - k_2^2}$  (линия разреза  $\text{Im } \varepsilon_2^M = 0$ ).

Для EJP-разреза число мод  $M$  конечно, для M-разреза и P-разреза – бесконечно. Независимо от того, какой тип разреза используется, при расчетах дискретного спектра берется минимальное число мод, при котором добавочные моды не играют заметной роли.

Итак, согласно (5) и (6) находятся полюса  $\xi_m$  и соответствующие им нормированные собственные функции  $\psi_m(z)$  в области  $0 \leq z \leq H_1$ . При  $z \geq H_1$  (в нижнем полупространстве дна) собственные функции равны

$$\psi_m = \psi_m(H_1) \exp[i\varepsilon_2(z - H_1)]. \quad (7)$$

Учитывая, что  $c_1 = \text{const}$  в слое  $H < z < H_1$ , из второго уравнения (5) и граничных условий при  $z = H$  получаем выражение для собственных функций при  $H < z < H_1$  (в верхнем слое дна):

$$\psi_m = \psi_m(H) \cos[\varepsilon_1(z - H)] + \frac{m_1}{\varepsilon_1} \psi_m'(H) \sin[\varepsilon_1(z - H)], \quad (8)$$

где  $\psi_m'(H) \equiv \psi_m'(H -)$ .

Подставляя (8) в граничное условие при  $z = H_1$  из (5), получаем одно граничное условие при  $z = H$  и задачу Штурма–Лиувилля в области  $0 < z < H$  (в водном слое):

$$\begin{aligned} \psi_m'' + \varepsilon^2 \psi_m &= 0, \\ \psi_m(0) = 0, \quad \psi_m(H) + g\psi_m'(H) &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $g = \frac{im_1}{\varepsilon_1} \left[ \frac{1 + D \exp(i2\varepsilon_1 h)}{1 - D \exp(i2\varepsilon_1 h)} \right]$ ,  $D = \frac{m_2 \varepsilon_1 - m_1 \varepsilon_2}{m_2 \varepsilon_1 + m_1 \varepsilon_2}$ .

Условие нормировки собственных функций при решении (9) остается прежним, т.е. (6).

В частном случае при  $c = \text{const}$  решение (9) при  $0 < z < H$  имеет вид

$$\psi_m = N \sin(\varepsilon z), \quad (10)$$

где  $N$  – коэффициенты нормировки, вычисляемые для каждой моды отдельно из (6).

Полюса  $\xi_m$  при  $c = \text{const}$  находятся из решения уравнения

$$\sin(\varepsilon H) + g\varepsilon \cos(\varepsilon H) = 0. \quad (11)$$

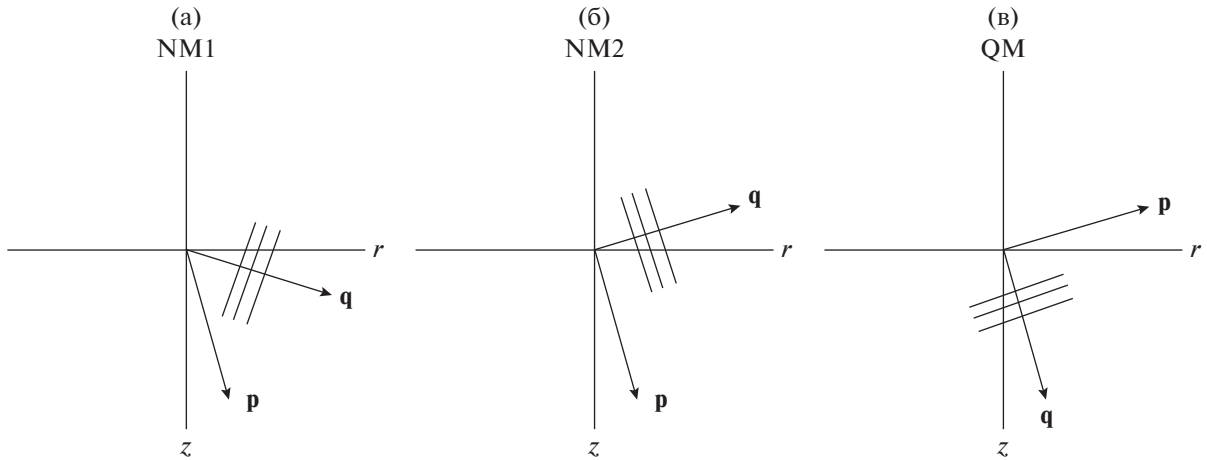
### 1.2. Классификация мод

В данном разделе проведем классификацию мод и уточним терминологию, что необходимо для лучшего понимания приведенных в разделе 2 результатов расчетов.

Каждое слагаемое дискретного спектра (4) называется модой. Моды являются частными решениями однородного уравнения Гельмгольца с соответствующими граничными условиями (задача (2) с нулевой правой частью в уравнении Гельмгольца). Нормальными модами называются моды, дополнительно удовлетворяющие условию излучения на бесконечности (3). Квазимодами называются моды, не удовлетворяющие условию излучения на бесконечности (3).

Признаком, отличающим нормальные моды от квазимод, является поведение волны в полупространстве дна. Используя (7) и асимптотику функции Ханкеля

$$H_0^{(1)}(\xi_m r) \sim \frac{\exp(i\xi_m r)}{\sqrt{\xi_m r}},$$



**Рис. 3.** Структура волны (12) в нижнем полупространстве дна: (а) – вытекающая нормальная мода, (б) – втекающая нормальная мода, (в) – квазимода. Амплитуда волны убывает в направлении вектора  $\mathbf{p}$ . Фазовые фронты перпендикулярны вектору  $\mathbf{q}$ . Распространение фазовых фронтов и перенос энергии происходят в направлении  $\mathbf{q}$ .

получаем из (4) для каждой моды в полупространстве дна ( $z > H_1$ ) волну вида

$$G_m \sim \exp[i(\xi_m r + \varepsilon_2 z - \omega t)] = \exp(-\mathbf{p}\mathbf{r}) \exp[i(\mathbf{q}\mathbf{r} - \omega t)], \quad (12)$$

где дополнительно введен фактор времени  $\exp(-i\omega t)$ , введены обозначения векторов:  $\mathbf{r} = (r, z)$ ,  $\mathbf{p} = (\text{Im } \xi_m, \text{Im } \varepsilon_2)$ ,  $\mathbf{q} = (\text{Re } \xi_m, \text{Re } \varepsilon_2)$ , и для простоты опущен множитель  $r^{-1/2}$ , который в окрестности произвольного расстояния  $r$  можно считать константой.

Волна (12) является неоднородной волной [18]. Ее амплитуда убывает в направлении вектора  $\mathbf{p}$ , фазовые фронты перпендикулярны вектору  $\mathbf{q}$ . Вектора  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{q}$  неколлинеарны, поэтому амплитуда волны меняется вдоль фазового фронта. Под направлением распространения волны понимается направление распространения фазового фронта, т.е. направление вектора  $\mathbf{q}$ . Перенос энергии происходит также в направлении  $\mathbf{q}$ . Действительно, для волны (12) имеем [19]:

$$\mathbf{I}_T = (2\omega\rho_2)^{-1} \text{Im}(G_m^* \nabla G_m) \sim \mathbf{q} \exp(-2\mathbf{p}\mathbf{r}),$$

где  $\mathbf{I}_T$  – вектор плотности потока акустической мощности, усредненный за период; звездочка означает комплексное сопряжение,  $\nabla$  – оператор набла. Как видно, направление вектора  $\mathbf{I}_T$  совпадает с направлением вектора  $\mathbf{q}$ .

Полюса  $\xi_m$  располагаются в первой четверти комплексной плоскости:  $\text{Re } \xi_m > 0$ ,  $\text{Im } \xi_m > 0$ . Отсюда следует, что направление распространения и характер затухания волны (12) определяются знаками величин  $\text{Re } \varepsilon_2$  и  $\text{Im } \varepsilon_2$ .

На рис. 2 для трех типов разрезов показаны области NM1, NM2 и QM на комплексной плоскости, соответствующие условиям:

$$\begin{aligned} \text{NM1: } & \text{Re } \varepsilon_2 > 0, \quad \text{Im } \varepsilon_2 > 0, \\ \text{NM2: } & \text{Re } \varepsilon_2 < 0, \quad \text{Im } \varepsilon_2 > 0, \\ \text{QM: } & \text{Re } \varepsilon_2 > 0, \quad \text{Im } \varepsilon_2 < 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Условие, при котором одновременно  $\text{Re } \varepsilon_2 < 0$  и  $\text{Im } \varepsilon_2 < 0$ , не реализуется на рассматриваемом листе римановой поверхности, где ищутся полюса  $\xi_m$ .

Если полюс  $\xi_m$  располагается в областях NM1 или NM2, то согласно определению, приведенному в начале раздела 1.2, это соответствует нормальной моде. При этом выполняется условие излучения на бесконечности (3), т.к. волна (12) затухает в полупространстве дна при удалении от источника:  $|G_m| \sim \exp(-\mathbf{p}\mathbf{r}) \rightarrow 0$  при  $(r, z) \rightarrow \infty$ .

Нормальные моды NM1 и NM2 имеют разный знак величины  $\text{Re } \varepsilon_2$ . Это приводит к принципиально различному направлению распространения волны (12) в нижнем полупространстве дна. Для моды NM1 распространение волны (12) происходит сверху вниз от границы полупространства (рис. 3а), а для моды NM2 – снизу вверх к границе полупространства (рис. 3б). Поскольку с распространением волны (12) связан перенос энергии, то моду NM1 можно назвать вытекающей нормальной модой, а моду NM2 – втекающей нормальной модой. Этой терминологией будем пользоваться в данной работе.

Если полюс  $\xi_m$  располагается в области QM, то согласно определению, приведенному в начале раздела 1.2, это соответствует квазимоду. Для квазимоды не выполняется условие излучения на

бесконечности (3), т.к. амплитуда волны (12) растет с глубиной при каждом фиксированном  $r$ :  $|G_m| \sim \exp(-\mathbf{p}r) \rightarrow \infty$  при  $z \rightarrow \infty$ . Рост амплитуды с глубиной имеет физическое объяснение, но до определенной конечной глубины [16]. “Ненормальностью” квазимоды является неограниченный рост амплитуды с ростом глубины. Для квазимоды распространение волны (12) в нижнем полупространстве дна происходит сверху вниз (рис. 3в). Это значит, что квазимода является вытекающей модой.

Вернемся к втекающим нормальным модам и сделаем некоторые замечания, учитывая, что именно втекающие моды будут играть ключевую роль в данной работе.

Если точечный источник расположен в водном слое, то для каждой моды и для поля в целом вытекание энергии в нижнее полупространство дна вполне естественно. Наоборот, втекание энергии из полупространства дна в волновод выглядит в рассматриваемой ситуации весьма необычно. По этой причине втекающие моды, обнаруженные в [14], были отнесены к “ненормальным” модам и названы квазимодами второго типа. Исключение из множества нормальных мод регулировалось в [14] введением второго условия излучения на бесконечности (в дополнение к (3)), требующего от частных и общих решений уравнения Гельмгольца вытекания энергии из волновода. Однако детальный анализ показывает, что введение второго условия излучения является лишним. Оно не влияет на полученные решения, а только приводит к изменению в классификации мод. По этой причине достаточно одного условия (3), а втекающие моды следует считать нормальными модами, хотя и необычными.

Приведем качественные обоснования принадлежности втекающих мод к нормальным модам. Известно, что любая нормальная мода теоретически может быть возбуждена в волноводе отдельно, без примесей других мод, при использовании бесконечной вертикальной антенны с коэффициентом усиления  $\psi_m(z)$ . Наоборот, никакая квазимода не может быть возбуждена отдельно, поскольку для этого требуется бесконечная энергия излучающей антенны. Возбуждение отдельной втекающей моды ничем не отличается от возбуждения нормальной моды. При этом перенос энергии снизу вверх в полупространстве дна можно объяснить доминирующим влиянием элементов вертикальной антенны, расположенных в дне. При наличии одного точечного источника в водном слое возбуждается целый спектр мод. Если при этом возбуждается также втекающая мода, то для нее перенос энергии снизу вверх в полупространстве дна можно объяснить доминирующим влиянием мнимых источников, расположенных в дне.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

### 2.1. Численные параметры

При выборе численных параметров волновода (рис. 1) будем исходить из упрощенных представлений о дне озера Кинерет [7, 8]. Предполагаем, что дно представлено одним типом грунта с пористостью  $\kappa = 0.5$  (мелкий песок, крупный алеврит). Верхний слой дна толщиной  $h = 0.4$  м является газонасыщенным со скоростью звука  $c_1 = 300$  м/с, что соответствует объемному содержанию газа  $\sim 0.1\%$ . Ниже данного слоя полагаем, что газ отсутствует, т.е. грунт является двухкомпонентной средой (вода и минеральные частицы).

Для двухкомпонентной среды, т.е. для нижнего полупространства дна (рис. 1), используем эмпирические формулы Эйкала [20] и Гамильтона [21] связи параметров ( $c_2$ ,  $\rho_2$ ,  $\beta_{2f}$ ) с пористостью грунта  $\kappa$ , являющиеся обобщением экспериментальных данных по всему Мировому океану:

$$c_2 = c(1.631 - 1.78\kappa + 1.2\kappa^2),$$

$$\rho_2 = \rho(2.604 - 1.606\kappa),$$

$$\beta_{2f} \left[ \frac{\text{дБ}}{\text{км Гц}} \right] = \begin{cases} 0.2747 + 0.527\kappa, & 0.36 \leq \kappa < 0.472, \\ 4.903\kappa - 1.7688, & 0.472 \leq \kappa < 0.52, \\ 3.3232 - 4.89\kappa, & 0.52 \leq \kappa < 0.65, \\ 0.7602 - 1.487\kappa + 0.78\kappa^2, & 0.65 \leq \kappa \leq 0.9. \end{cases}$$

Полагая параметры водного слоя равными:  $H = 30$  м,  $c = 1500$  м/с,  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, получаем при  $\kappa = 0.5$  значения:  $c_2 = 1560$  м/с,  $\rho_2 = 1.8$  г/см<sup>3</sup>,  $\beta_{2f} = 0.7$  дБ/км/Гц.

Осталось определить параметры газонасыщенного слоя  $\rho_1$  и  $\beta_{1f}$ . Поскольку объемная доля газа в слое мала ( $\sim 0.1\%$ ), то плотность грунта можно считать неизменной  $\rho_1 = \rho_2$ . Поглощение звука, описываемое величиной  $\beta_{2f}$ , связано с трением между частицами грунта по мере прохождения акустической волны. Незначительное присутствие пузырьков газа в грунте не должно сильно изменить характер трения между частицами. Поэтому можно считать, что  $\beta_{1f} = \beta_{2f}$ . При этом предполагаем, что используется низкая частота звука ( $\sim 100$  Гц), далекая от резонансной частоты пузырьков ( $\sim 1$  кГц).

Заметим, что при расчетах в системе СИ необходима формула связи между единицами измерения:

$$\beta_{1,2f} \left[ \frac{\text{дБ}}{\text{км Гц}} \right] = (2 \times 10^4 \lg e) \beta_{1,2f} \left[ \frac{1}{\text{м Гц}} \right].$$

## 2.2. Модовый анализ

Перейдем к конкретным расчетам. На рис. 4 для рассмотренной модели волновода приведен пример расположения полюсов  $\xi_m$  на комплексной плоскости для частоты  $f = 120$  Гц. Полюса получены путем решения (11) при использовании разреза Пекериса. В табл. 1 приведены значения  $\xi_m$  и  $\epsilon_2$  для первых десяти мод. Пунктирная линия (гипербола) на рис. 4 описывается уравнением  $\text{Im } \xi = \text{Re } k_2 \text{Im } k_2 / \text{Re } \xi$ . Совместно с линией Р-разреза гипербола делит первую четверть комплексной плоскости на области NM1, NM2 и QM, для которых выполняются условия (13). Соответственно, мода 1 является втекающей нормальной модой ( $\xi_1 \in \text{NM2}$ ). Моды 2–8 являются вытекающими нормальными модами ( $\xi_{2-8} \in \text{NM1}$ ). При этом моды 6–8 не приведены на рис. 4, т.к. выходят за рамки рисунка. Все последующие моды с номерами  $m > 8$  являются квазиמודами ( $\xi_{m > 8} \in \text{QM}$ ).

Обратим внимание, что если вместо Р-разреза использовать М-разрез для вычисления полюсов, то из дискретного спектра исчезает втекающая нормальная мода, т.е. мода 1 (она становится частью непрерывного спектра). В нашем случае это обстоятельство принципиально важно, т.к. именно с модой 1 будет связано наблюдение сигнала послевестника. Таким образом, вычисление полюсов необходимо проводить, используя Р-разрез или ЕJP-разрез, — только в этих случаях мода 1 сохраняется в дискретном спектре. При этом если вместо Р-разреза использовать ЕJP-разрез, то из дискретного спектра исчезают растущие с глубиной квазиимоды. В этом случае дискретный спектр содержит только нормальные моды 1–8, а все мо-

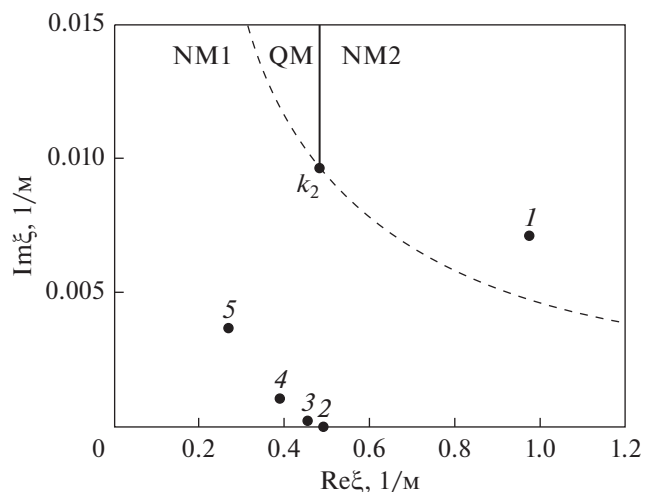


Рис. 4. Расположение полюсов  $\xi_m$  (точки 1–5) на комплексной плоскости при Р-разрезе для частоты 120 Гц. Нумерация полюсов соответствует номерам мод.

ды с номерами больше 8 (все квазиимоды) становятся частью непрерывного спектра.

На рис. 5 изображены реальные части собственных функций первых четырех мод для  $f = 120$  Гц. Видно, что максимум моды 1 располагается в газонасыщенном слое, т.е. на данной частоте мода 1 захватывается слоем и от нее следует ожидать сигнал послевестника.

На рис. 6 приведены частотные зависимости реальной и мнимой частей  $\xi_m$  для первых четырех мод. Видно, что при  $f > 100$  Гц затухание моды 1 становится больше, чем у других мод ( $\text{Im } \xi_1 > \text{Im } \xi_{2-4}$ ), причем с ростом частоты затухание растет. Это значит, что на достаточно боль-

Таблица 1. Значения  $\xi_m$  и  $\epsilon_2$  первых десяти мод для частоты 120 Гц. Мода 1 – втекающая нормальная мода. Моды 2–8 – вытекающие нормальные моды. Моды 9 и 10 – квазиимоды

Номер моды $m$	$\xi_m, 1/\text{м}$	$\epsilon_2, 1/\text{м}$
1	$0.97521 + 0.00709i$	$-0.00264 + 0.84704i$
2	$0.49122 + 0.00002i$	$0.04668 + 0.09986i$
3	$0.45535 + 0.00025i$	$0.16412 + 0.02776i$
4	$0.38838 + 0.00109i$	$0.28790 + 0.01476i$
5	$0.26816 + 0.00370i$	$0.40211 + 0.00915i$
6	$0.01088 + 0.17167i$	$0.51273 + 0.00547i$
7	$0.00787 + 0.39099i$	$0.62155 + 0.00257i$
8	$0.00849 + 0.54631i$	$0.72930 + 0.00005i$
9	$0.00961 + 0.68270i$	$0.83636 - 0.00226i$
10	$0.01093 + 0.80975i$	$0.94292 - 0.00443i$



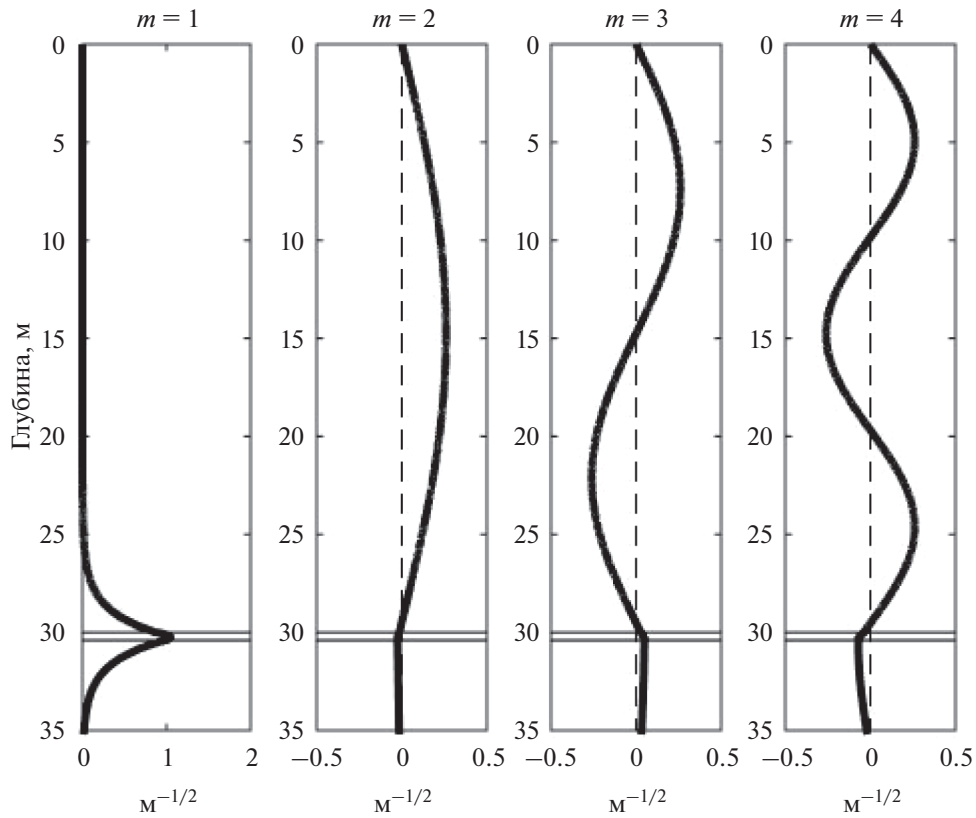


Рис. 5. Реальная часть собственных функций первых четырех мод для частоты 120 Гц.

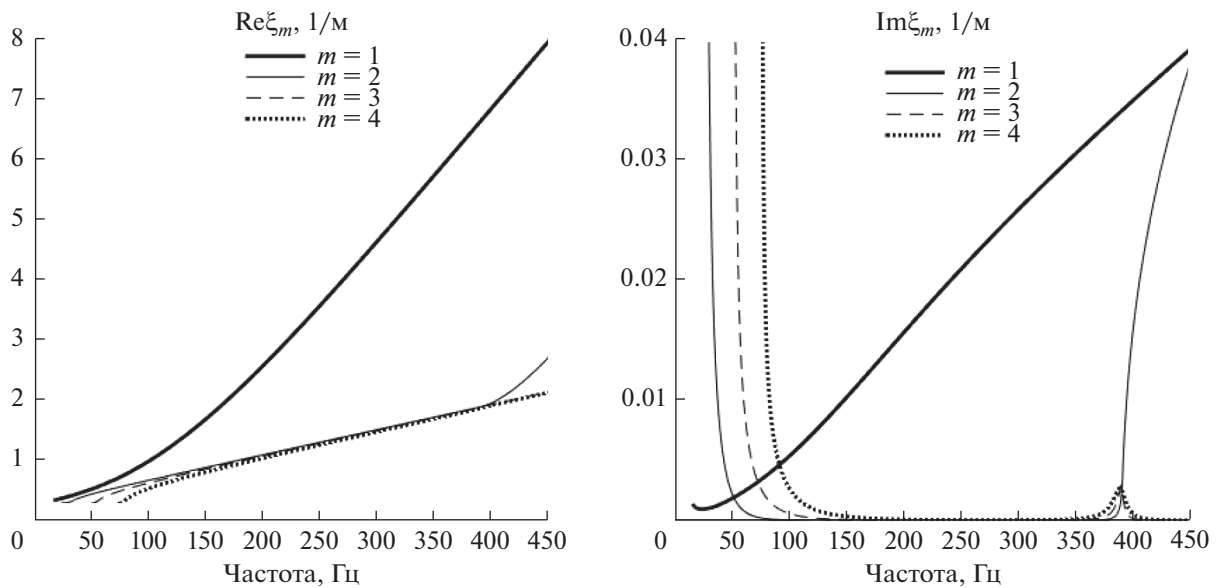
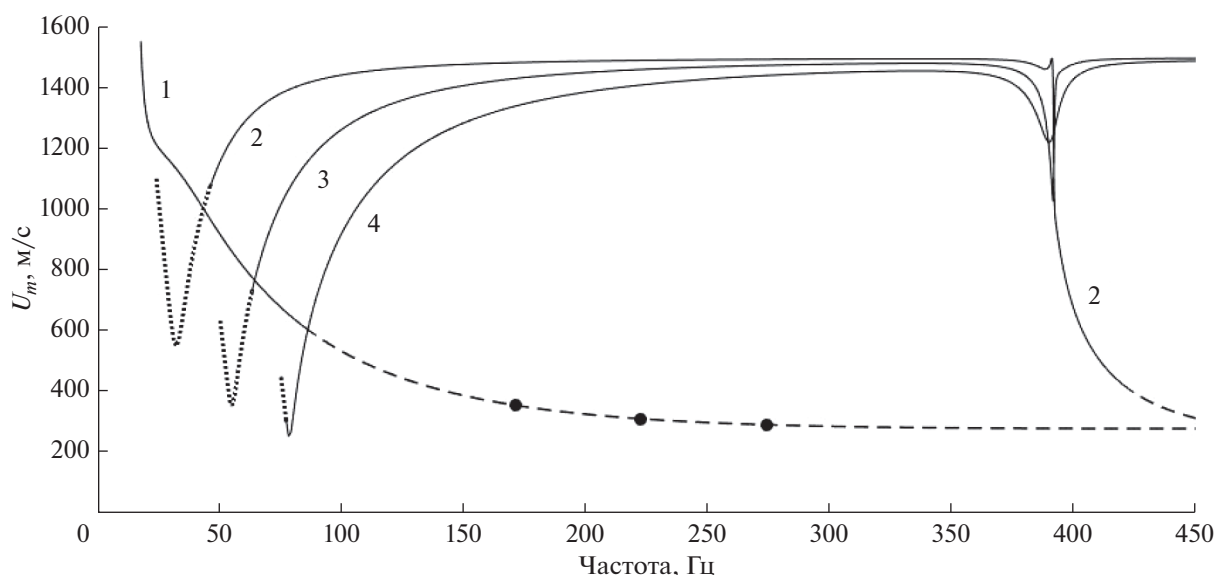


Рис. 6. Частотные зависимости реальной и мнимой частей  $\xi_m$  для первых четырех мод.

ших частотах мода 1 будет очень слабой и непригодной для практического использования. Вместе с этим, примерно при  $f > 400$  Гц выделяется мода 2.

У нее растет затухание, а анализ собственных функций показывает, что мода 2 при этих частотах захватывается газонасыщенным слоем. Инте-





**Рис. 7.** Частотные зависимости групповой скорости  $U_m = |d\omega/d\xi_m|$  для первых четырех мод. Три точки, практически точно лежащие на кривой 1, соответствуют скорости распространения послевестника, измеренной в диапазонах 150–200, 200–250, 250–300 Гц.

ресно, что в состоянии захвата мода 2 становится втекающей нормальной модой (как мода 1), будучи до этого, при более низких частотах, вытекающей нормальной модой.

Проанализируем далее скорость распространения мод. При импульсном излучении в отсутствие потерь в дне скорость распространения модовых импульсов можно описывать групповой скоростью  $v_m^{gr} = d\omega/d\xi_m$ . При наличии потерь в дне, когда  $\xi_m$  является комплексным числом, можно рассмотреть модуль  $U_m = |d\omega/d\xi_m|$ , и его считать аналогом групповой скорости ( $U_m$  будем называть так же групповой скоростью). При этом, однако, нужно иметь в виду, что в каких-то чувствительных к донным потерям диапазонах частот могут получаться не имеющие физического смысла значения  $U_m > c_2$ .

На рис. 7 приведены частотные зависимости групповой скорости  $U_m$  для первых четырех мод. Участки, изображенные непрерывными линиями, соответствуют вытекающим нормальным модам. Для мод 2–4 низкочастотные участки, изображенные точками, соответствуют квазимодам. Для мод 1 и 2 участки, изображенные пунктиром, соответствуют втекающим нормальным модам.

В центральной части рис. 7 кривая первой моды  $U_1$  значительно отделена от кривых других мод  $U_{2-4}$ , причем  $U_1 \approx c_1$ . Конкретно, предельное значение  $U_1$  при росте частоты равно 280 м/с, что на 7% меньше значения  $c_1 = 300$  м/с. Таким образом, в области частот, где  $U_1 \approx c_1$ , при условии доста-

точно большой энергии в моде 1 можно наблюдать сигнал послевестника, а по времени его прихода можно оценить скорость звука  $c_1$  с точностью не хуже 10%.

Максимально возбудить и принять моду 1 можно, погрузив источник и приемник в газонасыщенный слой дна. Если это неприемлемо, то источник и приемник необходимо разместить максимально близко ко дну. Как видно из рис. 5, собственная функция моды 1 выходит на некоторое расстояние в водный слой. Это обстоятельство можно использовать для возбуждения и приема моды 1. Заметим, что с увеличением частоты мода 1 больше концентрируется в газонасыщенном слое и меньше выходит в водный слой.

## 2.2. Импульсное излучение. Послевестник

При моделировании распространения импульса в волноводе использовался излучаемый сигнал, амплитуда гармоник которого описывалась окном Чебышева с уровнем боковых лепестков во временном импульсе 100 дБ (процедура `chebwin` в MATLAB). Начальная фаза всех гармоник равнялась нулю.

На рис. 8 показан пример излучаемого сигнала и его спектр  $s_0(\omega)$  для полосы  $\Delta f = 150$ –200 Гц. Для дальнейших расчетов достаточно дискретизации спектра с шагом  $\delta f = 0.2$  Гц, что дает максимальное время анализа в принимаемом импульсе, равное  $0.5/\delta f = 2.5$  с. При этом оценочное время прихода послевестника, распространяющегося со скоростью близкой к скорости звука в

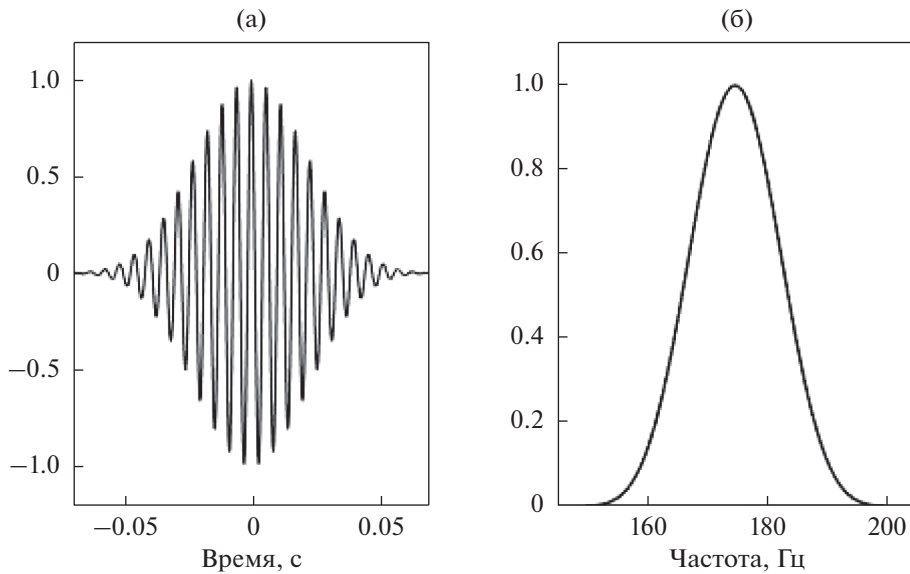


Рис. 8. (а) – Излучаемый сигнал и (б) – его спектр для полосы 150–200 Гц.

газонасыщенном слое ( $\approx 300$  м/с), на расстоянии  $r = 20H = 600$  м составляет  $\approx 2$  с.

На рис. 9 приведены расчеты принимаемого импульса  $p(t)$  согласно формуле (1) при использовании (4), (6), (10), (11) и разреза Пекериса. Расчеты приведены для случаев:

- 1)  $\Delta f = 150\text{--}200$  Гц,  $r = 20H = 600$  м;
- 2)  $\Delta f = 200\text{--}250$  Гц,  $r = 10H = 300$  м;
- 3)  $\Delta f = 250\text{--}300$  Гц,  $r = 6H = 180$  м.

Глубины источника и приемника во всех случаях равнялись  $z_0 = z = 29.8$  м (20 см выше поверхности дна).

Заметим, что вычисленные сигналы на рис. 9 представляют собой дискретный спектр при разрезе Пекериса. Для проверки были также проведены расчеты  $p(t)$  по точной интегральной формуле ([14], формула (12) при  $X = 1$ ), которые показали, что непрерывный спектр пренебрежимо мал.

На рис. 9 в каждом рассмотренном случае наблюдается послевестник (показан стрелкой). Послевестник является импульсом первой моды, распространяющимся в газонасыщенном слое.

Принимается послевестник с заметной задержкой относительно группы импульсов других мод, распространяющихся в водном слое.

В табл. 2 для каждого случая из рис. 9 приведены:  $T$  – время прихода послевестника, измеренное по максимуму амплитуды;  $F$  – частота сигнала в момент времени  $T$ ;  $\tilde{c}_1 = r/T$  – скорость распространения послевестника;  $U_1(F) = |d\omega/d\xi_1|$  – групповая скорость первой моды на частоте  $F$ .

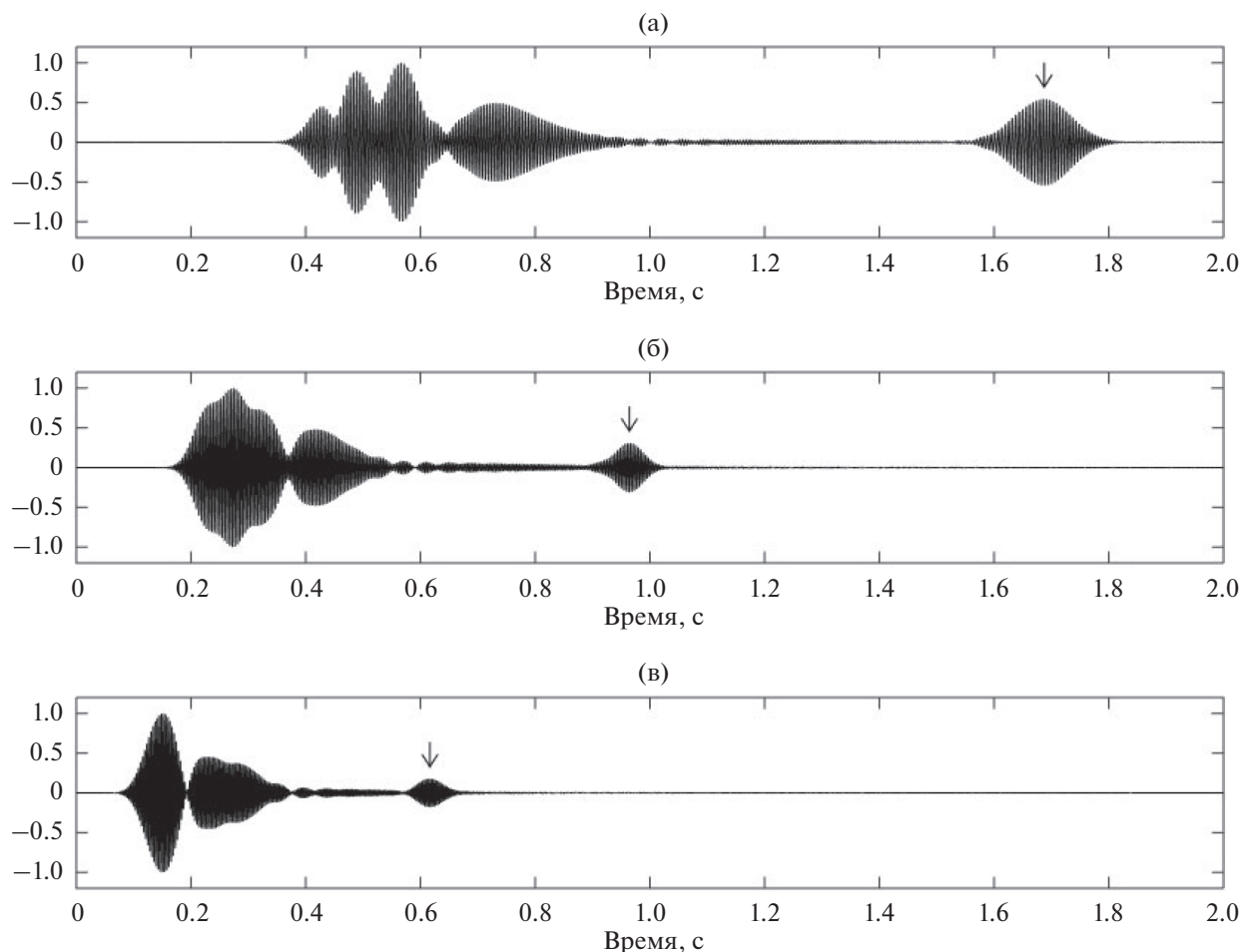
Проанализируем табл. 2.

1. Во всех случаях  $F < f_0$ , где  $f_0$  – центральная частота полосы сигнала. Например, для полосы 150–200 Гц имеем:  $f_0 = 175$  Гц,  $F = 170.9$  Гц. Таким образом, если излучаемый импульс в максимуме амплитуды спектра имеет частоту колебаний  $f_0$  (рис. 8), то принимаемый импульс первой моды (послевестник) в максимуме амплитуды спектра имеет частоту меньше  $f_0$ . Объясняется это возрастанием затухания первой моды с ростом частоты (рис. 6).

2. Во всех случаях  $\tilde{c}_1 = \tilde{c}_1(F) \approx U_1(F)$  с точностью менее 1 м/с. Этот важный результат показывает, что измерение скорости распространения

Таблица 2

Полоса, Гц	$r$ , м	$T$ , с	$F$ , Гц	$\tilde{c}_1 = r/T$ , м/с	$U_1(F)$ , м/с
150–200	600	1.6873	170.9	355.6	356.1
200–250	300	0.9643	222.2	311.1	311.9
250–300	180	0.6165	274.0	292.0	292.3



**Рис. 9.** Принимаемый сигнал (послевестник отмечен стрелкой) для случаев: (а) – полоса сигнала 150–200 Гц, расстояние от источника 600 м; (б) – 200–250 Гц, 300 м; (в) – 250–300 Гц, 180 м.

послевестника в различных диапазонах частот дает возможность построить зависимость групповой скорости первой моды от частоты.

На рис. 7 проиллюстрировано, что на кривую  $U_1(f)$  практически точно ложатся три черные точки с координатами  $(F, \tilde{c}_1)$ , соответствующие трем рассмотренным в табл. 2 диапазонам частот. Таким образом, теоретическая кривая  $U_1(f)$  на рис. 7 может быть получена экспериментально путем измерения параметров послевестника.

На основе полученной зависимости  $U_1(f)$  могут быть проведены грубые или более точные оценки скорости звука в газонасыщенном слое. Грубая оценка заключается в выборе минимального значения  $\tilde{c}_1$  при условии, что данное значение находится в области плато на кривой  $U_1(f)$ . В нашем случае это значение  $\tilde{c}_1 = 292$  м/с. Более точные оценки можно получить путем моделирования.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение отметим, что, варьируя частоту, расстояние и глубины источника и приемника, можно добиться хорошего наблюдения послевестника в натуральных условиях. А именно, учитывая, что затухание послевестника (моды 1) велико, необходимо:

- располагать источник и приемник максимально близко ко дну (если нет возможности заглубить их в грунт);
- брать небольшие расстояния от источника ( $\sim 10H$ );
- полосу сигнала выбирать так, чтобы максимально повысить возбуждение моды 1 и по возможности понизить возбуждение других мод.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проекты 19-02-00127, 20-05-00119, 20-55-S52005.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
2. *Пежерис К.* Теория распространения звука взрыва в мелкой воде / Распространение звука в океане. Пер. с англ. под ред. Бреховских Л.М. М.: Изд-во иностранной литературы, 1951. С. 48–156.
3. *Рожин Ф.В., Тонаканов О.С.* Общая гидроакустика. М.: Изд-во МГУ, 1988. 160 с.
4. *Григорьев В.А., Луньков А.А., Петников В.Г.* Затухание звука в мелководных акваториях с газонасыщенным дном // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 1. С. 90–100.
5. *Луньков А.А., Петников В.Г., Черноусов А.Д.* Оценка эффективной скорости звука в дне мелководных акваторий // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 6. С. 745–753.
6. *Комиссарова Н.Н., Фурдуев А.В.* Акустический метод измерения газосодержания в донных осадках // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 5. С. 666–670.
7. *Katsnelson B., Katsman R., Lunkov A., Ostrovsky I.* Acoustical methodology for determination of gas content in aquatic sediments, with application to Lake Kinneret, Israel, as a case study // *Limnology and Oceanography: Methods*. 2017. V. 15. № 6. P. 531–541.
8. *Katsnelson B., Lunkov A., Ostrovsky I., Uzhansky E.* Estimation of gassy sediment parameters from measurements of angular and frequency dependencies of reflection coefficient // *Proceedings of Meetings on Acoustics*. 2019. V. 33. 005004.
9. *Кононов В.А., Доманов М.М.* Соединение азота и фтора в придонной и иловой воде Балтики в районах акустических аномалий // *Океанология*. 1999. Т. 39. № 3. С. 370–375.
10. *Большаков А.М.* Газовогеохимические исследования // *Биогеохимия пограничных зон Атлантического океана* / Под ред. Романкевича Е.А. М.: Наука, 1994. С. 353–359.
11. *Рокос С.И.* Газонасыщенные отложения верхней части разреза Баренцево-Карского шельфа / Автореф. дис. ... канд. геогр. наук. 25.00.28. Кольский научный центр РАН, Мурманский морской биологический институт. Мурманск, 2009. 24 с.
12. *Гусев В.А., Руденко О.В.* Нелинейный звук в слое газонасыщенных осадков // *Акуст. журн.* 2015. Т. 61. № 2. С. 169–181.
13. *Алексеев Г.В.* Метод нормальных волн в подводной акустике. Владивосток: Дальнаука, 2006. 360 с.
14. *Григорьев В.А., Петников В.Г., Шатравин А.В.* Звуковое поле в мелководном волноводе арктического типа с дном, содержащим газонасыщенный осадочный слой // *Акуст. журн.* 2017. Т. 63. № 4. С. 389–405.
15. *Акустика океана.* Пер с англ. под ред. Дж. Де Санто. М.: Мир, 1982.
16. *Григорьев В.А., Петников В.Г.* О возможности представления акустического поля в мелком море в виде суммы нормальных мод и квазимод // *Акуст. журн.* 2016. Т. 62. № 6. С. 681–698.
17. *Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J.* *Fundamentals of Shallow Water Acoustics.* New York: Springer, 2012.
18. *Исакович М.А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.
19. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Акустика неоднородных сред. Т.1. М.: Наука, 2007. 443 с.
20. *Akal T.* The relationship between the physical properties of underwater sediments that affect bottom reflection // *Marine Geology*. 1972. V. 13. № 4. P. 251–266.
21. *Hamilton E.L.* Compressional-wave attenuation in marine sediments // *Geophysics*. 1972. V. 37. № 4. P. 620–646.