

## ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПНОГО ВЕТРОВОГО ВОЛНЕНИЯ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В МЕЛКОМ МОРЕ

© 2021 г. В. Г. Бурдуковская<sup>а</sup>, \*, А. И. Малеханов<sup>а</sup>, М. А. Раевский<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Институт прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, БОКС-120, Нижний Новгород, 603950 Россия

\*e-mail: [bvg@appl.sci-nnov.ru](mailto:bvg@appl.sci-nnov.ru)

Поступила в редакцию 16.06.2021 г.

После доработки 22.07.2021 г.

Принята к публикации 03.08.2021 г.

Исследуется влияние анизотропии частотно-углового спектра ветрового волнения на эффективность пространственной обработки сигналов, принимаемых горизонтальной антенной решеткой в мелководном волноводе со взволнованной поверхностью. Проанализированы коэффициенты усиления антенны для трех методов пространственной обработки: стандартного метода формирования диаграммы направленности, метода оптимальной линейной обработки и метода оптимальной квадратичной обработки. Приведены результаты численного моделирования для гидрологических условий Баренцева моря в зимний период. Основное внимание уделяется зависимости коэффициента усиления антенны от расстояния до источника и направления ветра относительно акустической трассы. Проводится также сравнение результатов численного моделирования для анизотропного спектра ветрового волнения и упрощенной модели с изотропным спектром.

*Ключевые слова:* акустический волновод, ветровое волнение, многократное рассеяние, антенна, корреляционная матрица, алгоритм обработки, статистические характеристики

**DOI:** 10.31857/S0320791921060022

### ВВЕДЕНИЕ

Как известно [1], из-за высокого уровня потерь в донном грунте акустическая диагностика мелкого моря ограничена сравнительно малыми расстояниями. Даже для низкочастотного диапазона  $f \sim 10\text{--}10^2$  Гц, где затухание звука сравнительно мало, акустические сигналы распространяются лишь на расстояниях от источника  $R \leq 200\text{--}300$  км. В этих условиях весьма актуально рассмотрение эффективности алгоритмов обработки слабых акустических сигналов на фоне помех с использованием протяженных антенных решеток (АР). Оптимальные алгоритмы обработки при этом хорошо известны (см., например, [2–5]) и требуют лишь адекватных физических моделей для корреляционных матриц сигнала и помехи на апертуре антенны. Таким образом, для оценки эффективности обнаружения (либо оценки параметров) акустических сигналов необходимы теоретические либо эмпирические модели, позволяющие прогнозировать корреляционные функции сигналов и помех в различных условиях распространения. В частности, модель сигнала при его дальнем распространении должна учитывать не только регулярные параметры мелководного канала, но и декорреляции акустического

поля, обусловленные эффектами многократного его рассеяния на поверхностном волнении, случайных внутренних волнах, нерегулярном профиле дна и т.д.

На данный момент недостаточное использование таких моделей сигнала связано не столько с ограниченностью теоретических методов описания статистических характеристик акустического поля в рефракционном волноводе с нерегулярными параметрами, сколько с отсутствием апробированных гидрофизических данных о корреляционных характеристиках (либо спектрах) самих флуктуаций среды распространения. В первую очередь это относится к случайным внутренним волнам и нерегулярному рельефу дна. Вместе с тем, частотно-угловой спектр ветрового волнения изучен относительно хорошо [6], и это позволяет оценить его влияние на эффективность обработки сигналов. Результаты подобных исследований были приведены в работах [7–10], где рассматривались такие характеристики, как коэффициент усиления и угловой отклик антенны для ветрового волнения с изотропным спектром. Поскольку реальное ветровое волнение обладает высокой степенью анизотропии [6], это приводит к анизотропному характеру эффектов многократ-

ного рассеяния и, соответственно, анизотропии энергетических и корреляционных характеристик акустического поля на значительном удалении от источника. Эти вопросы были достаточно подробно рассмотрены как для поля тонального точечного источника [11], так и для динамического шума (т.е. шума ветрового происхождения) [12]. Таким образом, результаты работ [7–10], где использовалась упрощенная модель ветрового волнения с изотропным пространственным спектром, требуют уточнения в рамках более достоверной модели волнения с эмпирическим частотно-угловым спектром. Именно это является предметом данной работы.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим акустическое поле, генерируемое тональным точечным источником с частотой  $f_0$ . Волновод предполагается плоскостойким с профилем скорости звука  $c(z)$  и, в общем случае, многослойным дном с произвольными акустическими характеристиками. Для прикладных задач акустики мелкого моря наиболее интересен низкочастотный диапазон  $f \leq 300$  Гц, где затухание звука относительно мало и возможно распространение акустических волн на расстояния порядка десятков и сотен километров. В этом диапазоне для описания акустического поля удобно использовать модовое представление. С учетом асимптотики функции Ханкеля при больших значениях аргумента, поле давления в дальней зоне представим в виде:

$$p(r, z, t) = \sum_p \frac{a_p \Phi_p(z)}{\sqrt{k_p r}} \exp[i(k_p r - \omega_0 t - \pi/4)], \quad (1)$$

где  $\Phi_p(z)$  – ортонормированные собственные функции мод,  $a_p$  – амплитуды мод,  $k_p$  – их волновые числа,  $r$  – расстояние от источника до точки наблюдения. В отсутствие ветрового волнения (т.е. для плоской свободной границы) коэффициенты разложения  $a_p$  с точностью до множителя, определяемого мощностью источника, имеют вид  $a_p = \Phi_p(z_{И})$ . С учетом ветрового волнения, когда свободная поверхность становится случайной функцией горизонтальных координат и времени, коэффициенты  $a_p$  также становятся случайными величинами и в дальнейшем будут описываться функциями когерентности с горизонтальным разнесением точек наблюдения  $\langle a_p(\mathbf{r}_1, t) a_q^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle$ . При этом функция когерентности полного поля на глубине  $z$  имеет вид

$$\begin{aligned} \langle p(\mathbf{r}_1, z, t) p^*(\mathbf{r}_2, z, t) \rangle &= \\ &= \sum_{p,q} \langle a_p(\mathbf{r}_1, t) a_q^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle \times \\ &\times \frac{\Phi_p(z) \Phi_q(z)}{\sqrt{k_p k_q r_1 r_2}} \exp[i(k_p r_1 - k_q r_2)]. \end{aligned} \quad (2)$$

В принципе, разработанная ранее [13] теория рассеяния мод в акустическом волноводе с нерегулярной свободной границей позволяет рассчитывать эти корреляторы поля, но вследствие интерференционных эффектов они обладают сильной изменчивостью вдоль акустической трассы и плохо предсказуемы на больших удалениях от источника. Для практических приложений больший интерес представляют корреляционные характеристики поля, “сглаженные” по интерференционной структуре и плавно меняющиеся с расстоянием. В связи с этим было предложено [14] анализировать функции корреляции акустического поля, усредненные по интерференционной структуре, т.е. на пространственном масштабе  $L_{\text{инт}} = 2\pi / \min |k_p - k_q|$ . Для описания таких усредненных по интерференционной структуре функций когерентности акустического поля достаточно анализировать автокорреляционные функции мод:

$$N_p(\rho, x) = \left\langle a_p\left(-\frac{\rho}{2}, x\right) a_p^*\left(\frac{\rho}{2}, x\right) \right\rangle, \quad (3)$$

где  $\rho$  – поперечное разнесение точек наблюдения, а ось  $x$  соединяет источник и центр горизонтальной антенной решетки, где происходит прием и пространственная обработка сигнала. В формуле (2) при этом остаются лишь слагаемые с  $q = p$ .

Для расчета корреляционных функций  $N_p(\rho, x)$  в волноводе с нерегулярной границей ранее [13] было получено уравнение переноса, которое в случае ненаправленного (в горизонтальной плоскости) источника имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_p(\rho, x)}{\partial x} &= \sum_q W_{pq}(\rho, x) N_q(\rho, x) - \\ &- 2(\gamma_p + |\text{Im } k_p|) N_p(\rho, x) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $W_{pq}$  – вероятность перехода, описывающая взаимодействие, вследствие рассеяния, корреляционных функций мод дискретного спектра,  $\gamma_p$  – декремент затухания модовой компоненты  $\langle a_p \rangle$  когерентного поля,  $\text{Im } k_p$  – мнимая часть волнового числа  $k_p$ , обусловленная потерями в дне. Уравнение (4) получено при малых значениях параметра Рэлея, т.е. предполагает малость эффектов однократного рассеяния [15]. При этом оно позволяет описывать эффекты многократного рассеяния, приводящие к существенной декорреляции сигнала на протяженных акустических

трассах. Оценки показывают, что при скорости ветра  $V \leq 15$  м/с и частотах  $f \leq 300$  Гц параметр Рэлея мал в сравнении с единицей. Декремент затухания  $\gamma_p$  и вероятность перехода  $W_{pq}$  выражаются через частотно-угловой спектр ветрового волнения  $B(\Omega, \theta)$  следующим образом [11]:

$$\gamma_p = \frac{g^2}{4k_p} \left( \frac{d\varphi_p}{dz} \right)^2 \int_0^{k_0} \eta \sqrt{k_0^2 - \eta^2} d\eta \int_{-\pi}^{\pi} B(\Omega, \theta) \Omega^{-3} d\varphi, \quad (5)$$

$$\Omega = \sqrt{g} \left[ (k_p - \eta \cos \varphi)^2 + \eta^2 \sin^2 \varphi \right]^{\frac{1}{4}}, \quad (6)$$

$$\theta = \arctg \left( \frac{\eta \sin \varphi}{k_p - \eta \cos \varphi} \right),$$

$$W_{pq}(\rho, x) = \frac{\pi g^2}{4k_p k_q} \left( \frac{d\varphi_p}{dz} \right)^2 \left( \frac{d\varphi_q}{dz} \right)^2 \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B(\tilde{\omega}, \Phi)}{\tilde{\omega}^3} \cos \left( k_y \frac{x}{R} \rho \right) dk_y, \quad (7)$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{g} \left( k_y^2 + (k_p - k_q)^2 \right)^{\frac{1}{4}}, \quad \Phi = \arctg \left( \frac{k_y}{k_p - k_q} \right), \quad (8)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения,  $k_0 = \omega_0/c(0)$ ,  $d\varphi_p/dz$  – производная собственной функции  $\varphi_p(z)$  при  $z = 0$ .

Важно отметить, что приведенное выражение для декремента  $\gamma_p$  учитывает рассеяние  $p$ -ой моды не только в моды дискретного спектра, но и в моды сплошного спектра, т.е. излучение энергии из волновода.

Эмпирические частотно-угловые спектры ветрового волнения имеют вид

$$B(\Omega, \theta) = S(\Omega) Q(\Omega, \theta), \quad (9)$$

где  $S(\Omega)$  – частотный спектр,  $Q(\Omega, \theta)$  – нормированный на единицу угловой спектр. Для  $S(\Omega)$  в дальнейшем будет использоваться спектр JONSWAP [6], который описывает наблюдаемые в экспериментах превышения спектральной плотности энергии вблизи максимума в сравнении со спектром Пирсона–Московитца:

$$S(\Omega) = \beta g^2 \Omega^{-5} \times \exp \left[ -1.25 \left( \frac{\Omega_m}{\Omega} \right)^4 \right] \gamma \exp \left[ -(\Omega - \Omega_m)^2 / 2\sigma^2 \Omega_m^2 \right], \quad (10)$$

$$\sigma = \begin{cases} 0.07 & \text{при } \Omega \leq \Omega_m, \\ 0.09 & \text{при } \Omega > \Omega_m, \end{cases}$$

где  $\Omega_m = 0.9g/V$  – частота спектрального максимума ( $V$  – скорость ветра). Эмпирические константы  $\beta$  и  $\gamma$  имеют значения  $\beta = 8 \times 10^{-3}$ ,  $1 \leq \gamma \leq 3.3$ .

Для углового распределения  $Q(\Omega, \theta)$  обычно используют выражение:

$$Q(\Omega, \theta) = G(s) \left[ \cos \left( \frac{\theta - \alpha}{2} \right) \right]^{2s}, \quad (11)$$

$$G(s) = \frac{\Gamma(2s + 1)}{2^{2s+1} \Gamma^2 \left( s + \frac{1}{2} \right)},$$

где  $\alpha$  – направление ветра,  $\Gamma(x)$  – гамма-функция. Показатель анизотропии  $s$  является частотно-зависимым и определяется отношением частот  $\Omega/\Omega_m$ . В дальнейшем будем использовать эмпирическую зависимость, предложенную в работе [16]:

$$s = \begin{cases} 11.5 \left( \frac{g}{V} \right)^{2.5} \Omega_m^{-7.5} \Omega^5 & \text{при } \Omega \leq \Omega_m, \\ 11.5 \left( \frac{g}{V} \right)^{2.5} \Omega^{-2.5} & \text{при } \Omega > \Omega_m. \end{cases} \quad (12)$$

Анизотропия углового спектра волнения максимальна в области частотного максимума  $\Omega = \Omega_m$  и спадает как при  $\Omega < \Omega_m$ , так и при  $\Omega > \Omega_m$ . Следовательно, следует ожидать, что эффективная анизотропия частотно-углового спектра  $B(\Omega, \theta)$  зависит также и от параметра  $\gamma$ , при увеличении которого растет относительный вклад в эффекты рассеяния спектральных гармоник с частотами  $\Omega \approx \Omega_m$ , для которых степень анизотропии максимальна. Отметим, что в предыдущих работах [11, 12], где анализировалось влияние анизотропии волнения на статистические характеристики узкополосного сигнала и океанического шума, использовалось минимальное значение  $\gamma = 1$  (то есть спектр Пирсона–Московитца) и этот эффект не обсуждался.

Уравнения (4)–(8) совместно с моделью частотно-углового спектра волнения (9)–(12) позволяют рассчитывать пространственные функции корреляции акустического поля в зависимости от направления ветра и его скорости, длины акустической трассы, ориентации приемной антенны и акустических характеристик волновода. Будем считать, что горизонтальная антенна состоит из  $M$  эквидистантных элементов с межэлементным расстоянием  $d$ , расположенных на глубине  $z_A$ , и ориентирована под углом  $\beta_A$  к направлению на источник, стандартно отсчитываемым от нормали к антенне. Расстояние между источником и центром АР обозначим  $R$ . Основной характеристикой сигнала, используемой при пространственной обработке, является его корреляционная матрица размерности  $(M \times M)$ . В дальнейшем будем использовать нормированную матрицу  $N(R)$ , элементы которой имеют вид

$$N_{mn}(R) = \frac{\sum_p k_p^{-1} \Phi_p^2(z_A) N_{mn}^p(R)}{\left[ \sum_p k_p^{-1} \Phi_p^2(z_A) N_{mm}^p(R) \right]^{\frac{1}{2}} \left[ \sum_p k_p^{-1} \Phi_p^2(z_A) N_{nn}^p(R) \right]^{\frac{1}{2}}}, \quad (13)$$

где матричные элементы для каждой из мод:

$$N_{mn}^p(R) = N_p(\rho = d|m-n|\cos\beta_A, R) \times \exp[ik_p d(m-n)\sin\beta_A],$$

$N_p(\rho, R)$  – решение уравнения (4) с начальными условиями, соответствующими точечному источнику, расположенному на глубине  $z_{\text{И}}$ . Нашей задачей является исследование эффективности пространственной обработки частично-когерентного сигнала в условиях многократного рассеяния на анизотропном волнении. Поэтому ограничимся простой моделью шума, т.е. будем предполагать, что аддитивные шумы на входе АР являются пространственно белым шумом, и нормированная корреляционная матрица шума на элементах антенны является единичной.

Для количественной оценки эффективности пространственной обработки выберем коэффициент усиления антенны  $G$ , который стандартно определяется как величина выходного отношения сигнал/шум (ОСШ), отнесенная к величине ОСШ на отдельном элементе. Естественно, величина  $G$  зависит не только от вида корреляционной матрицы  $N(R)$ , но и метода пространственной обработки. Для сравнения выберем три метода пространственной обработки: стандартный метод формирования диаграммы направленности (ФАР), компенсированной в направлении на источник сигнала (величину  $G$  такой обработки обозначим  $G_0$ ), метод оптимальной линейной обработки (коэффициент усиления обозначим  $G_1$ ) и метод оптимальной квадратичной обработки [2–5] (коэффициент усиления обозначим  $G_2$ ). Учитывая нормировку корреляционной матрицы сигнала  $N(R)$  и некоррелированность шума на всех элементах АР, для коэффициентов  $G_i$  имеем следующие выражения:

$$G_0(R) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M N_{mn}(R) \exp[-ik_A d(m-n)\sin\beta_A], \quad (14)$$

$$G_1(R) = \lambda_1(R), \quad G_2(R) = \left[ \sum_i \lambda_i^2(R) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (15)$$

где  $k_A = \omega/c(z_A)$ ,  $\lambda_i(R)$  – собственные значения корреляционной матрицы  $N(R)$ ,  $\lambda_1(R)$  – максимальное собственное значение. Аналогичные формулы приведены в работе [10], но несколько в

ином виде. Учитывая, что для нормированной матрицы сигнала  $\sum_i \lambda_i(R) = \sum_n N_{nn}(R) = M$ , нетрудно убедиться в тождественности соответствующих выражений. Что касается способа обработки, то метод ФАР не требует пояснений. Оптимальная линейная обработка состоит в скалярном умножении вектора сигнала на собственный вектор матрицы  $N(R)$ , соответствующий максимальному собственному значению  $\lambda_1(R)$ . Оптимальная квадратичная обработка сигнала является многоканальной и учитывает вклад всех собственных векторов корреляционной матрицы сигнала. При этом организуется несколько каналов обработки (число их равно рангу корреляционной матрицы), в каждом канале входной сигнал умножается на один из собственных векторов, после чего квадраты полученных для всех каналов скалярных произведений с весами, равными соответствующим собственным значениям  $\lambda_i(R)$ , поступают на сумматор и выход антенны. Очевидно, что значительного увеличения коэффициента усиления  $G_2$  в сравнении с  $G_1$  можно ожидать, если в результате декорреляции сигнала у матрицы  $N(R)$  появятся несколько собственных значений, сопоставимых с  $\lambda_1(R)$  (напомним, что для полностью когерентного сигнала матрица  $N(R)$  имеет лишь одно ненулевое собственное значение).

## РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Ввиду сложности расчета корреляционной матрицы сигнала в многомодовом волноводе, соответствующие эффекты могут быть рассмотрены лишь путем численного моделирования. Численные расчеты выполнены для мелководного звукового канала со слабым положительным градиентом скорости звука, что, например, типично для Баренцева моря в зимний период. При этом для волновода с линейным профилем  $c(z)$  выбраны следующие параметры:  $c(0) = 1490$  м/с,  $c(H) = 1500$  м/с, глубина дна  $H = 200$  м. В качестве модели дна рассматривается жидкое полупространство со скоростью звука  $c_l = 1800$  м/с, плотностью  $\rho_0 = 2$  г/см<sup>3</sup> и коэффициентом затухания  $\delta = 0.2$  дБ/км Гц. Предполагается, что источник с частотой излучения  $f_0 = 240$  Гц расположен на глубине  $z_{\text{И}} = 197$  м и на такой же глубине  $z_A = 197$  м расположена антенна с числом элементов  $M = 51$  и межэлементным расстоянием  $d = 3$  м. При этом рассматривается антенна, ориентированная перпендикулярно к направлению на источник ( $\beta_A = 0$ ) либо под углом  $\beta_A = 30^\circ$ . Расчеты проводились для скоростей ветра  $V = 10$  и  $V = 15$  м/с, то есть согласно принятой терминологии для умеренного и сильного ветрового волнения. При этом основные результаты моделирования приве-

дены при минимальном значении параметра  $\gamma = 1$  в спектре JONSWAP, за исключением раздела, где обсуждается влияние этого параметра на коэффициенты  $G_i$ .

Сначала рассмотрим влияние эффектов рассеяния акустического поля анизотропным волнением на пространственную корреляцию сигнала. В качестве примера на рис. 1 приведены нормированные функции поперечной корреляции акустического поля на глубине расположения антенны

$$K(\rho, R) = \frac{\sum_p k_p^{-1} \Phi_p^2(z_A) N_p(\rho, R)}{\sum_p k_p^{-1} \Phi_p^2(z_A) N_p(0, R)}, \quad (16)$$

и расстоянии  $R = 200$  км от источника. Видно, что при  $V = 10$  м/с уровень остаточной корреляции поля (обусловленный его когерентной компонентой) остается достаточно высоким, что важно для эффективности линейной обработки сигнала. При этом важно отметить, что в случае поперечной ориентации ветра относительно акустической трассы ( $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ) остаточные корреляции заметно меньше, чем при продольном направлении ветра ( $\alpha = 0$ ). Этот эффект обусловлен сильной анизотропией ветрового спектра, что приводит в итоге к зависимости от угла  $\alpha$  коэффициентов уравнения (4) и, в первую очередь, вероятности перехода между модами  $W_{pq}(\rho)$ . В случае  $V = 15$  м/с уровень остаточных корреляций поля спадает до значений 0.2 при  $\alpha = 0$  и практически до нуля при  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ . От угла  $\alpha$  зависит и эффективная ширина корреляционного максимума.

На рис. 2 приведены результаты численных расчетов коэффициентов усиления  $G_0$ ,  $G_1$  и  $G_2$  при поперечном расположении антенны по отношению к источнику ( $\beta_A = 0$ ) и на том же расстоянии  $R = 200$  км. Прежде всего, отметим их симметрию относительно  $\alpha = \pi/2$ . Этот результат следует из соответствующей симметрии коэффициентов уравнения (4). Как и следовало ожидать, исходя из вида функций корреляции, при умеренном ветре  $V = 10$  м/с уменьшение коэффициентов усиления  $G_i$  по сравнению со значением  $G = M = 51$ , соответствующему коэффициенту усиления полностью когерентного по апертуре сигнала на фоне белого шума, относительно невелико и не превышает 2 дБ. При этом выигрыш оптимальной квадратичной обработки ( $G_2$ ) по сравнению с оптимальной линейной ( $G_1$ ) незначителен, что объясняется сохранением высокой степени когерентности сигнала на апертуре антенны. Понятна и близость значений  $G_1$  и  $G_0$ , поскольку при поперечном расположении антенны многомодовость сигнала практически не сказывается

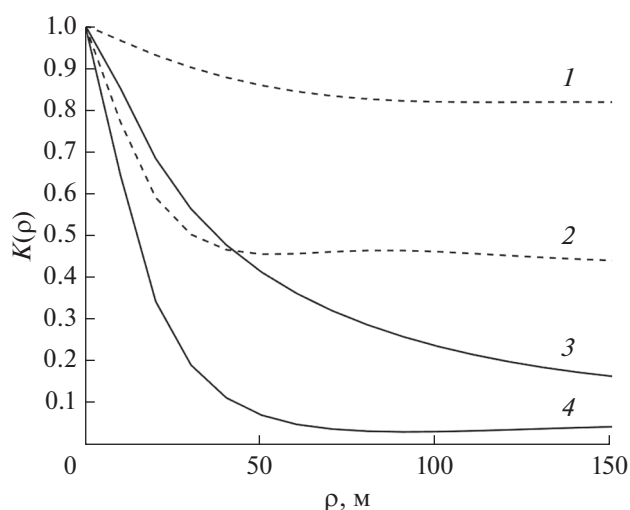
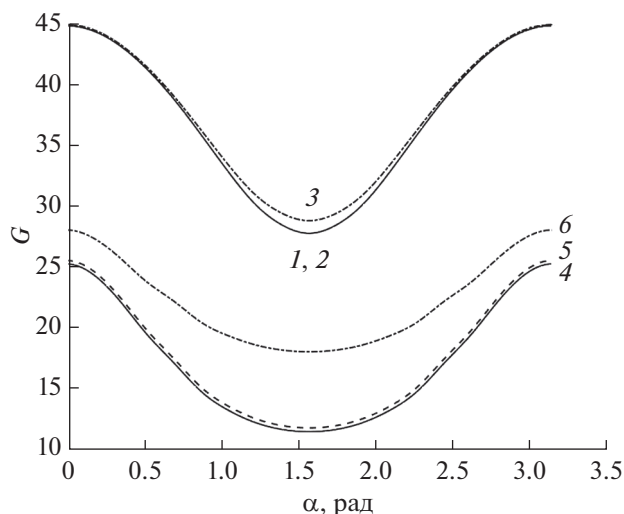


Рис. 1. Нормированные функции поперечной корреляции акустического поля на расстоянии  $R = 200$  км от источника при скорости ветра  $V = 10$  м/с (кривые 1, 2) и  $V = 15$  м/с (кривые 3, 4) и двух направлений ветра относительно акустической трассы:  $\alpha = 0$  (кривые 1, 3) и  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  (кривые 2, 4).

важется (отсутствуют проекции модовых волновых чисел на ось AP и все моды приходят на апертуру синфазно). Тем не менее видно заметную (до 2 дБ) зависимость коэффициентов усиления  $G_i$  от направления ветра. При сильном ветре коэффициенты усиления  $G_i$  имеют существенно меньшие значения. Коэффициенты  $G_0$  и  $G_1$  уменьшаются в сравнении с  $G = M$  на 3–7 дБ. Угловые изменения коэффициентов усиления порядка 3 дБ. Выигрыш квадратичной обработки в сравнении с линейной достигает 3 дБ при  $\alpha = \pi/2$ , что обусловлено значительной декорреляцией сигнала.

Чтобы продемонстрировать зависимость этих эффектов от расстояния  $R$ , на рис. 3 приведены коэффициенты  $G_i$  при перпендикулярной и продольной ориентациях ветра относительно акустической трассы. Видно, что и при умеренном и при сильном волнении уменьшение коэффициентов усиления  $G_i$  происходит неравномерно, наиболее заметный эффект наблюдается на  $R \leq 50$  км, затем изменения с расстоянием всех коэффициентов усиления существенно замедляются. Этот эффект был отмечен в работе [10] для модели изотропного ветрового волнения и объяснялся зависимостью от номера моды декремента затухания когерентной компоненты  $\gamma_p$ . На самом деле, затухание когерентной компоненты непосредственно не приводит к декорреляции сигнала, которая формируется рассеянной компонентой акустического поля и напрямую зависит от значений веро-

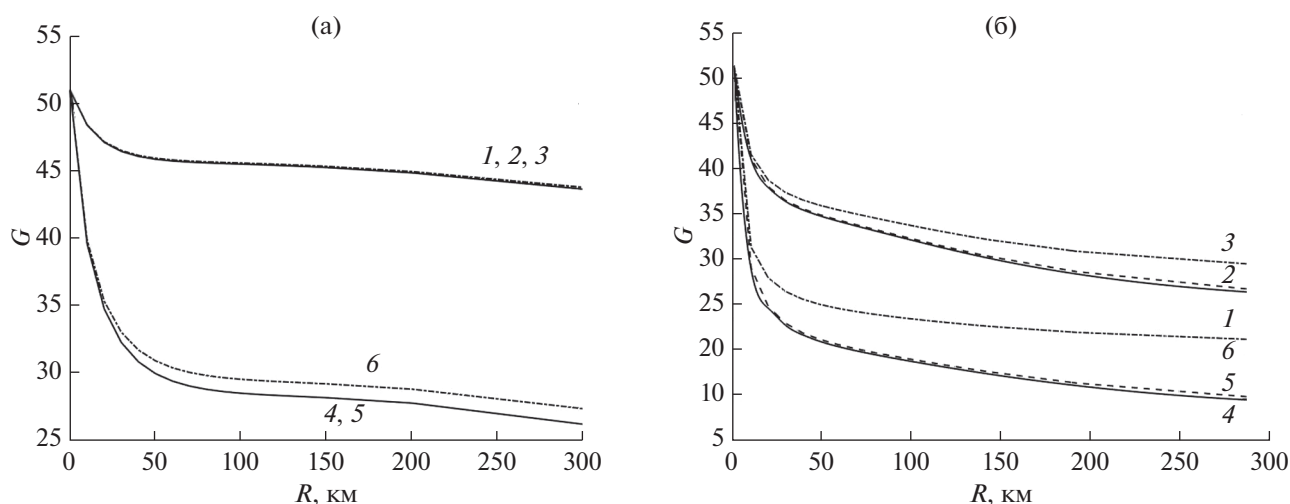


**Рис. 2.** Угловая зависимость коэффициентов усиления  $G_0$  (кривые 1, 4),  $G_1$  (кривые 2, 5) и  $G_2$  (кривые 3, 6) при поперечном расположении антенны ( $\beta_A = 0$ ) на расстоянии  $R = 200$  км от источника при скорости ветра  $V = 10$  м/с (кривые 1, 2, 3) и  $V = 15$  м/с (кривые 4, 5, 6).

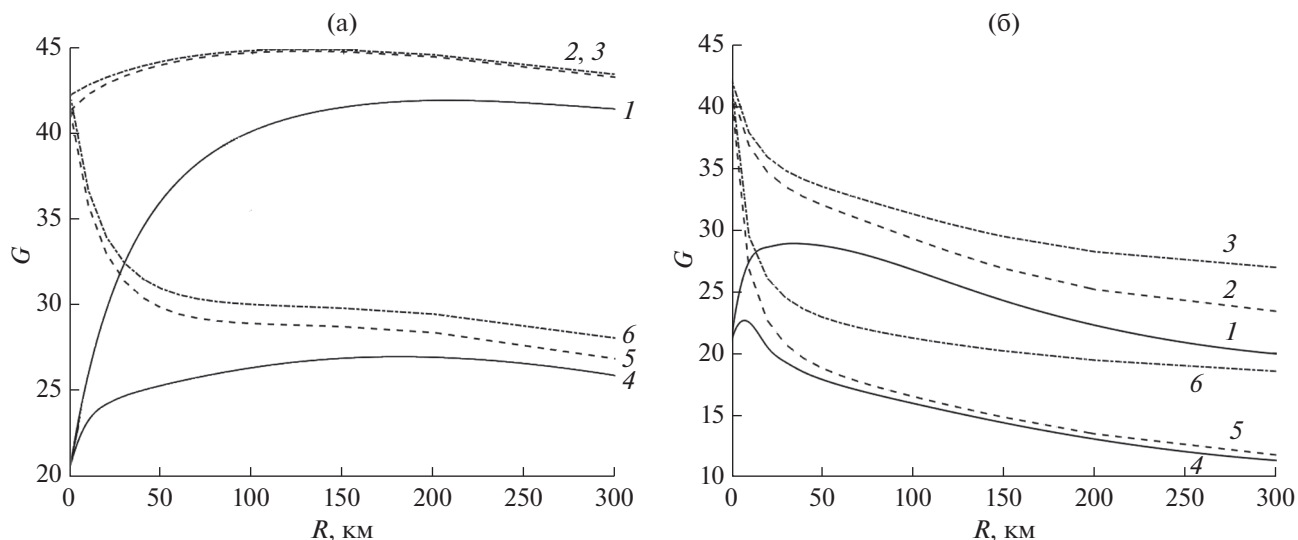
ятности перехода  $W_{pq}(\rho)$ . Как видно из формулы (7), величина  $W_{pq} \sim (d\phi_p/dz)^2 (d\phi_q/dz)^2$ , а для выбранного волновода производные собственных функций при  $z = 0$  приблизительно пропорциональны номеру моды, за исключением нескольких низших мод. Таким образом, формирование рассеянной компоненты и спадание коэффициента корреляции поля на малых расстояниях обусловлено старшими и средними модами, для которых значения  $W_{pq}(\rho)$  относительно велики. Но с увеличением  $R$  эти моды затухают в донном

грунте (а также вследствие излучения энергии из волновода) и декорреляция определяется низшими модами, для которых эффекты рассеяния менее интенсивны. Соответственно и зависимость коэффициентов усиления  $G_i$  от направления ветра увеличивается на расстоянии  $R \leq 50$  км и затем плавно эволюционирует в пределах 2–3 дБ.

Рассмотрим теперь результаты численного моделирования для антенны, ориентированной под углом  $\beta_A = 30^\circ$ . На рис. 4 приведены результаты расчетов коэффициентов усиления  $G_i$  в зависимости от расстояния  $R$  при  $\alpha = 0$  и  $\alpha = \pi/2$ . Сравнение результатов оптимальной линейной и квадратичной обработки приводит к тем же выводам: малые их отличия при умеренном ветре и заметный выигрыш квадратичной обработки при сильном ветре. Разница значений  $G_1$  и  $G_2$  для углов направления ветра  $\alpha = 0$  и  $\alpha = \pi/2$ , по-прежнему, порядка 2 дБ. Наиболее заметно отличие результатов для  $G_0$ , т.е. метода ФАР. Коэффициент усиления  $G_1$ , в отличие от случая  $\beta_A = 0$ , значительно растет на расстояниях  $R \leq 100$  км и лишь затем начинает уменьшаться с расстоянием. Это обусловлено возбуждением точечным источником широкого спектра мод и различием их волновых чисел  $k_p$ . Поскольку фазовая компенсация происходит с опорным волновым числом  $k_A = \omega/c(z_A)$  и не учитывает индивидуальные фазовые распределения мод на апертуре, значительная часть мод “выпадает” из главного лепестка диаграммы направленности, что приводит к значительному проигрышу метода ФАР на малых расстояниях. В то же время, оптимальная линейная обработка в такой ситуации обеспечивает адаптивное, в соответствии с модовым спектром



**Рис. 3.** Зависимость коэффициентов усиления  $G_0$  (кривые 1, 4),  $G_1$  (кривые 2, 5) и  $G_2$  (кривые 3, 6) от расстояния при перпендикулярной (кривые 4, 5, 6) и продольной (кривые 1, 2, 3) ориентации ветра относительно акустической трассы, а так же для двух значений скорости ветра (а) —  $V = 10$  м/с и (б) —  $V = 15$  м/с.



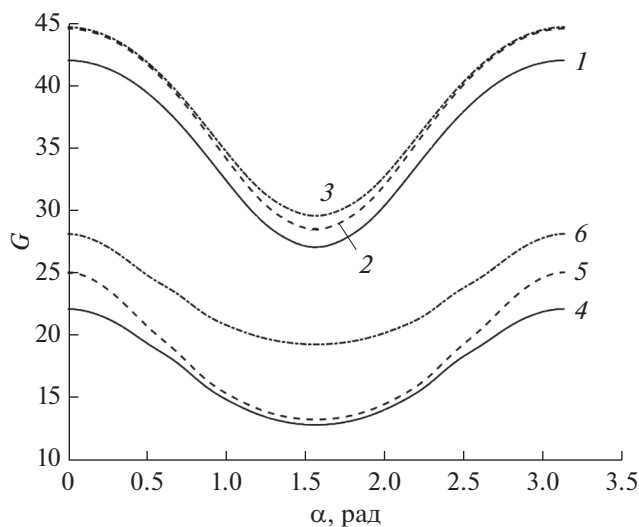
**Рис. 4.** Зависимость коэффициентов усиления  $G_0$  (кривые 1, 4),  $G_1$  (кривые 2, 5) и  $G_2$  (кривые 3, 6) от расстояния для антенны, ориентированной под углом  $\beta_A = 30^\circ$  при  $\alpha = 0$  (кривые 1, 2, 3) и  $\alpha = \pi/2$  (кривые 4, 5, 6) для скорости ветра (а) –  $V = 10$  м/с и (б) –  $V = 15$  м/с.

сигнала, смещение угла фазировки на максимум функции углового отклика АР и дополнительное расширение главного лепестка диаграммы направленности за счет аподизации вектора [10]. В результате оптимизированная диаграмма направленности “собирает” основные энерго-несущие моды и увеличивает выигрыш линейной обработки сигнала в сравнении с ФАР. С увеличением дистанции  $R$  модовый спектр сигнала определяется слабозатухающими низшими модами, для которых волновые числа  $k_p$  близки к значению  $k_A$  и, соответственно, эффективность метода ФАР увеличивается. При этом  $G_0$  приближается к значениям оптимальной линейной обработки  $G_1$  и затем уменьшается с дистанцией, оставаясь близким к нему. На рис. 5 приведены зависимости коэффициентов усиления  $G_i$  от направления ветра для расстояния  $R = 200$  км. Нетрудно видеть, что качественно они близки к аналогичным зависимостям для  $\beta_A = 0$  (см. рис. 2), т.е. малому отличию результата для всех трех методов обработки при  $V = 10$  м/с и заметному выигрышу оптимальной квадратичной обработки в сравнении с линейной и методом ФАР при  $V = 15$  м/с. Угловые изменения коэффициентов усиления  $G_i$  и в этом случае порядка 2–3 дБ.

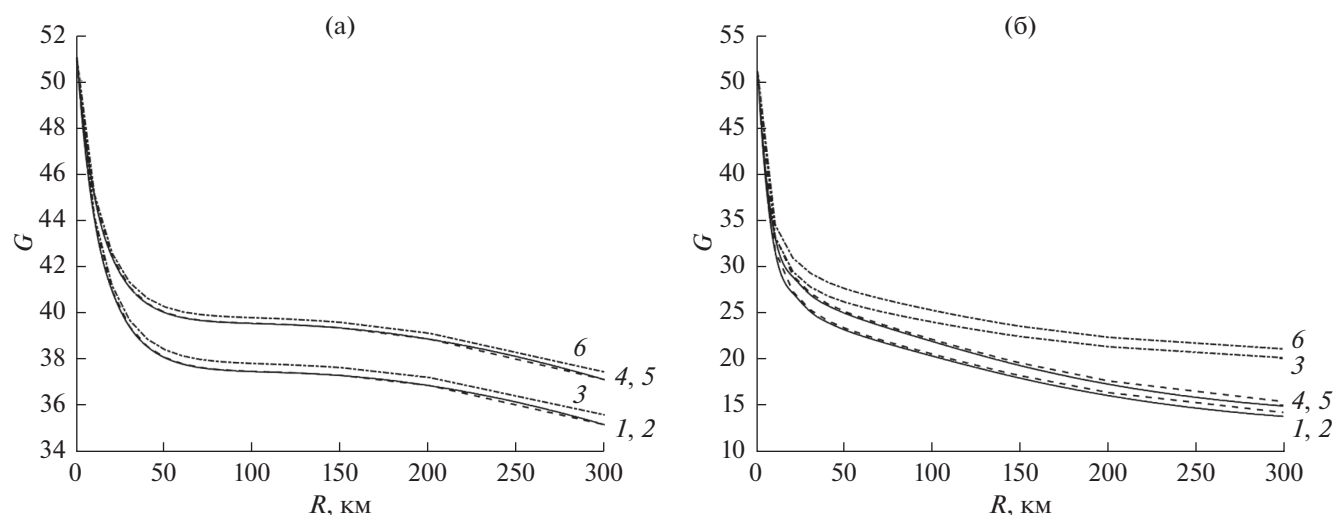
Интересно отметить, что при углах  $\alpha$ , близких к  $\pi/4$  (либо  $(3/4)\pi$ ), результаты расчетов коэффициентов  $G_i$  мало отличаются от аналогичных результатов, полученных для упрощенной модели волнения с изотропным частотно-угловым спектром для произвольных значений дистанции  $R$ . В качестве иллюстрации на рис. 6 приведены соответствующие результаты для перпендикулярно

ориентированной антенны ( $\beta_A = 0$ ) при двух значениях скорости ветра.

В заключение рассмотрим влияние эмпирического параметра  $\gamma$  в спектре JONSWAP, отражающего превышение спектрального максимума над спектром Пирсона–Московитца. Как уже отмечалось выше, значения  $\gamma > 1$  усиливают вклад в эффекты рассеяния наиболее анизотропных компонент спектра волнения, что должно привести к

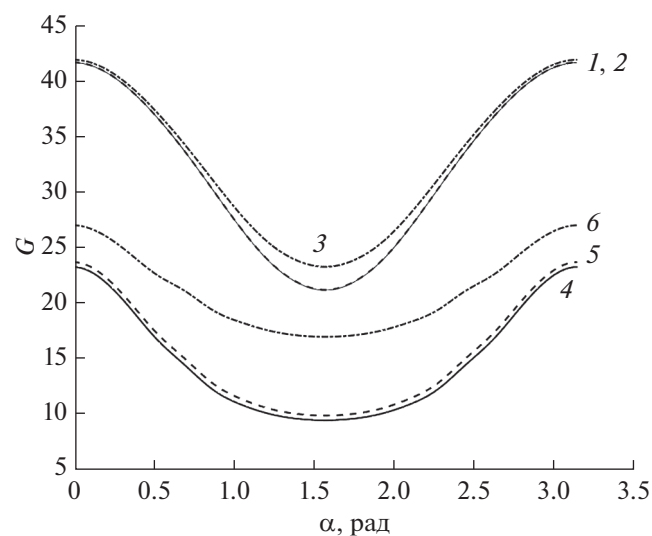


**Рис. 5.** Угловая зависимость коэффициентов усиления  $G_0$  (кривые 1, 4),  $G_1$  (кривые 2, 5) и  $G_2$  (кривые 3, 6) для антенны, ориентированной под углом  $\beta_A = 30^\circ$  на расстоянии  $R = 200$  км от источника при скорости ветра  $V = 10$  м/с (кривые 1, 2, 3) и  $V = 15$  м/с (кривые 4, 5, 6).



**Рис. 6.** Зависимость коэффициентов усиления  $G_0$  (кривые 1, 4),  $G_1$  (кривые 2, 5) и  $G_2$  (кривые 3, 6) от расстояния при поперечном расположении антенны ( $\beta_A = 0$ ) для анизотропной модели волнения при  $\alpha = \pi/4$  (кривые 1, 2, 3) и упрощенной модели с изотропным спектром (кривые 4, 5, 6): (а) –  $V = 10$  м/с, (б) –  $V = 15$  м/с.

более сильной зависимости коэффициентов усиления антенны от направления ветра. В качестве примера рассмотрим результаты расчета значений  $G_i$  при  $\gamma = 3.3$  для дистанции  $R = 200$  км и  $\beta_A = 0$ . Соответствующие результаты приведены на рис. 7. Сравнение их с аналогичными расчетами при  $\gamma = 1$  (см. рис. 2) показывает, что при  $\gamma = 3.3$  коэффициенты усиления  $G_i$  несколько уменьшились (особенно при скорости ветра  $V = 10$  м/с) и



**Рис. 7.** Угловая зависимость коэффициентов усиления  $G_0$  (кривые 1, 4),  $G_1$  (кривые 2, 5) и  $G_2$  (кривые 3, 6) на расстоянии  $R = 200$  км от источника при поперечном расположении антенны ( $\beta_A = 0$ ) и значении параметра  $\gamma = 3.3$  в спектре JONSWAP:  $V = 10$  м/с (кривые 1, 2, 3) и  $V = 15$  м/с (кривые 4, 5, 6).

их угловые изменения увеличились с 2 до 3 дБ, но все же эти эффекты в целом не столь значительны. Слабая зависимость от параметра  $\gamma$  объясняется узостью частотного интервала в спектре волнения JONSWAP, где существенно его влияние (см. (10)), и, соответственно, малым вкладом этого интервала в интегральные выражения (5) и (7).

Приведенные выше результаты численного моделирования получены для конкретного акустического волновода, хотя и с типичными характеристиками. Вместе с тем, параметры мелководных звуковых каналов обладают большим разнообразием, что, естественно, влияет на количественные зависимости коэффициентов усиления антенны. Исследовать это влияние в полном объеме не представляется возможным в рамках данной работы. Поэтому приведенные здесь численные результаты имеют скорее иллюстративный характер. Вместе с тем, полученные качественные зависимости коэффициента усиления антенны от направления ветра и дистанции, а также соотношение результатов при различных способах пространственной обработки, как нам представляется, являются типичными и для других условий распространения акустических сигналов в мелком море.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе продолжено исследование влияния ветрового волнения на эффективность пространственной обработки низкочастотных акустических сигналов в мелком море с использованием горизонтальной антенной решетки. В отличие от предыдущих статей здесь учитывалась анизотро-



пия эмпирического спектра ветрового волнения и, соответственно, анизотропия эффектов многократного рассеяния акустического поля на нерегулярной свободной поверхности звукового канала. Рассмотрены три метода пространственной обработки узкополосного сигнала: формирование диаграммы направленности (ФАР), оптимальная линейная обработка и оптимальная квадратичная обработка. При этом основная характеристика акустического поля – матрица пространственной корреляции на элементах АР – рассчитывалась с помощью уравнения переноса для корреляционных функций акустических мод. Ввиду сложности аналитического исследования данной задачи, основные результаты были получены путем численного моделирования для типичных условий распространения Баренцева моря в зимний период. В качестве основной характеристики пространственной обработки рассматривался коэффициент усиления антенны, который анализировался при умеренном и сильном ветровом волнении на удалении от источника до 300 км. При этом АР ориентировалась либо перпендикулярно, либо под углом к направлению на источник.

Показано, что при умеренном ветровом волнении декорреляция сигнала на элементах антенны относительно невелика и, соответственно, уменьшение коэффициента усиления не превышает 2 дБ. При этом выигрыш оптимальной квадратичной обработки по сравнению с оптимальной линейной незначителен. При сильном волнении декорреляция сигнала на апертуре АР существенно увеличивается, уменьшение коэффициента усиления достигает 5–7 дБ и выигрыш квадратичной обработки в сравнении с линейной равен 2–3 дБ. Метод ФАР сравним по эффективности с оптимальной линейной обработкой при поперечной ориентации антенны и существенно проигрывает ей при ориентации под углом к направлению на источник. Расчеты также указывают на существенную зависимость коэффициента усиления АР от направления ветра по отношению к акустической трассе. Декорреляция сигнала и снижение значения коэффициента усиления максимальны при поперечном и минимальны при продольном направлении ветра. Показано также, что полученные ранее [10] результаты с использованием модели изотропного волнения близки к результатам данной работы при направлении ветра под углом  $\pi/4$  по отношению к трассе.

Данная работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 20-19-00383.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J.* Fundamentals of shallow water acoustics. New York, Dordrecht, Heidelberg, London: Springer; 2012.
2. *Монзиго Р.А., Миллер Т.У.* Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию. Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1986. 448 с.
3. *Baker C.R.* Optimum quadratic detection of a random vector in Gaussian noise // *IEEE Trans. Commun.* 1966. VOL. COM-14. № 6. P. 802–805.
4. *Morgan D.R., Smith T.M.* Coherence effects on the detection performance of quadratic array processors, with applications to large-array matched-field // *J. Acoust. Soc. Am.* 1990. V. 87. № 2. P. 737–747.
5. *Малеханов А.И., Таланов В.И.* Об оптимальном приеме сигналов в многомодовых волноводах // *Акуст. журн.* 1990. Т. 36. № 5. С. 891–897.
6. *Давидан И.Н., Лопатухин Л.И., Рожков В.А.* Ветровое волнение в Мировом океане. Л.: Гидрометеоиздат, 1985. 256 с.
7. *Городецкая Е.Ю., Малеханов А.И., Сазонтов А.Г., Фарфель В.А.* Влияние эффектов дальнего распространения звука в случайно-неоднородном океане на потери усиления горизонтальной антенной решетки // *Акуст. журн.* 1996. Т. 42. № 5. С. 615–622.
8. *Вдовичева Н.К., Городецкая Е.Ю., Малеханов А.И., Сазонтов А.Г.* Коэффициент усиления вертикальной антенны в случайно-неоднородном океаническом волноводе // *Акуст. журн.* 1997. Т. 43. № 6. С. 769–776.
9. *Завольский Н.А., Малеханов А.И., Раевский М.А., Смирнов А.В.* Влияние ветрового волнения на характеристики горизонтальной антенны в условиях мелкого моря // *Акуст. журн.* 2017. Т. 63. № 5. С. 501–512.
10. *Завольский Н.А., Малеханов А.И., Раевский М.А.* Сравнительный анализ методов пространственной обработки сигналов, принимаемых горизонтальной антенной решеткой в канале мелкого моря со взволнованной поверхностью // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65. № 5. С. 608–618.
11. *Раевский М.А., Бурдуковская В.Г.* Эффекты многократного рассеяния акустических мод на анизотропном ветровом волнении в мелком море // *Акуст. журн.* 2021. Т. 67. № 1. С. 65–71.
12. *Завольский Н.А., Раевский М.А.* Горизонтальная анизотропия динамических шумов в глубоком и мелком море // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65. № 2. С. 197–202.
13. *Горская Н.С., Раевский М.А.* О многократном рассеянии низкочастотных акустических волн на поверхностном волнении // *Акуст. журн.* 1986. Т. 32. № 2. С. 165–171.
14. *Артельный В.В., Раевский М.А.* О статистических характеристиках нормальных волн в волноводе с объемными неоднородностями // *Изв. ВУЗов. Радиофизика.* 1984. Т. 27. № 9. С. 1142–1150.
15. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 370 с.
16. *Mitsuyasu Hisashi, Tasai Fukuzo, Suhara Toshiro, Mizuno Shinjiro, Ohkusu Makoto, Honda Tadao, and Rikiishi Kunio.* Observations of the power spectrum of ocean waves using a clover-leaf buoy // *J. Phys. Oceanogr.* 1980. V. 10. P. 286–296.