

УДК 534.21

## НАПРАВЛЕННОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ НИЗКОЧАСТОТНОГО АТМОСФЕРНОГО ЗВУКА, ВОЗБУЖДАЕМОГО ИСТОЧНИКАМИ В ВОДЕ

© 2021 г. А. В. Лебедев\*

*Институт прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950 Россия*

*\*E-mail: swan@appl.sci-nnov.ru*

Поступила в редакцию 07.12.2020 г.

После доработки 13.05.2021 г.

Принята к публикации 10.06.2021 г.

Рассмотрен вопрос о направленности излучения атмосферного инфразвука, возбуждаемого монополюсным и дипольным источниками, помещенными в водную среду. Показано, что существуют два типа эквивалентных вторичных источников, которые размещены на границе раздела сред. Один из источников является локальным, и его характеристики полностью определяются ближним полем первичного источника. Второй источник является распределенным и связан с наличием вертикальных возмущений поверхности, которые распространяются со скоростью звука в воде вдоль границы раздела сред. Из-за сильного ослабления амплитуды по мере увеличения расстояния от первичного источника такой вторичный источник имеет широкую диаграмму направленности. Представленные в статье качественные рассуждения и результаты численного моделирования позволяют определить диаграмму направленности низкочастотного звукового излучения в воздухе в зависимости от типа и глубины погружения первичного источника, что может быть использовано для дистанционного исследования свойств атмосферы вблизи морской поверхности и свойств самой поверхности.

DOI: 10.31857/S0320791921050038

### ВВЕДЕНИЕ

Представленная работа возникла под влиянием статьи О.А. Година [1], посвященной прохождению низкочастотного звука из воды в воздух. Указанная статья посвящена энергетике процесса прохождения звука из более плотной и жесткой акустической среды в менее плотную и жесткую. В статье [2] представлен обстоятельный анализ выражений [1] и соответствующий графический материал. Наряду с энергетическими соотношениями, отвечающими интегральному вкладу в акустическое поле в воздушной среде источника, помещенного в жидкую среду, интерес представляет направленность такого излучения. В главе 3 монографии [3] имеются выражения для акустического поля для углов, близких к скользящим. Эти выражения описывают поправки к приближению геометрической акустики, учитывающие преобразование поля неоднородных волн в жидкости в звук в воздухе. Практический интерес представляет также поиск выражений для описания поля в воздушной среде в широком диапазоне углов при различном удалении простого или силового источника от границы раздела сред.

Геометрия рассматриваемой задачи представлена на рис. 1. На глубине  $z = z_0$  в жидкости раз-

мещен источник. Параметры сред  $\rho_j$  – плотности,  $c_j$  – скорости звука, полные волновые числа в средах  $k_j = \omega/c_j$ , где  $\omega$  – круговая частота. Индекс “1” отвечает верхней среде (воздух), индекс “2” – нижней (вода). Далее рассматриваются два типа источников: изотропный (простой, монополюсный) и источник вертикальной силы. В отсутствие реакции верхней среды, когда граница жидкости является идеальной с граничным условием равенства нулю давления, возникающее на поверхности распределение вертикальной проекции скорости перемещения границы может быть вычислено через введение зеркального отражения источника (мнимого источника) соответствующего знака [4, 5]. При добавлении воздушной среды, волновое сопротивление которой для плоской волны  $\rho_1 c_1$  примерно на 4 порядка меньше, чем волновое сопротивление жидкости  $\rho_2 c_2$ , амплитуда зеркального источника приобретает поправку порядка  $\frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} \ll 1$  (см. также [3]). Малые поправки в поле отраженной волны из-за отличия величины  $\frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2}$  от нуля связаны с особенно-

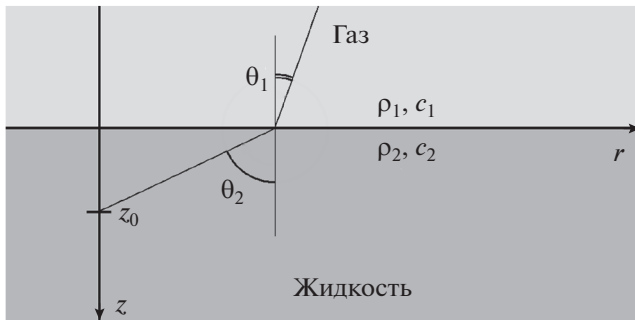


Рис. 1. Геометрия задачи.

стями угловой зависимости коэффициента отражения (см., например, [3]).

Для воздушной среды имеется иная ситуация. Податливость границы приводит к появлению распределения вертикальной скорости. При этом высокий импеданс границы по отношению к жидкости приведет к тому, что вторичный источник акустического излучения в воздушную среду представляет собой распределенный монополярный источник на акустически жесткой поверхности. Таким образом, для вычисления поля акустического излучения из воды в воздух необходимо определить параметры простого слоя, а затем воспользоваться формулами Грина для потенциалов (например, интегралом Гюйгенса–Рэлея [6]):

$$p(\mathbf{R}) = i \frac{\rho_1 \omega}{2\pi} \int_S \tilde{v}_z(\mathbf{R}_1) \frac{\exp(+ik_1 |\mathbf{R} - \mathbf{R}_1|)}{|\mathbf{R} - \mathbf{R}_1|} d\mathbf{R}_1, \quad (1)$$

где  $\tilde{v}_z(\mathbf{R}_1)$  – вертикальная скорость на поверхности раздела двух сред, вектор  $\mathbf{R}$  направлен из начала координат (рис. 1) в точку верхней среды, вектор  $\mathbf{R}_1$  лежит на плоскости границы раздела сред  $z = 0$ . Запись (1) предполагает наличие зависимости от времени вида  $\exp(-i\omega t)$ . Напомним, что интеграл Гюйгенса–Рэлея справедлив в случае, когда граница плоская и отсутствуют приходящие из бесконечности волны [6]. Очевидно, эти условия выполняются для рассматриваемой нами задачи. Поскольку поле скорости  $v_z$  при удалении от источника спадает пропорционально  $1/R^2$  и быстрее (см. выражения ниже), и при этом осциллирует, интеграл (1) является сходящимся.

Большая разница импедансов двух сред должна привести к тому, что скорость  $\tilde{v}_z(\mathbf{R}_1)$  будет слабо зависеть от наличия воздушной среды, которая практически не затормаживает движение границы существенно более плотной жидкости. Следовательно, для вычисления акустического поля в воздушной среде в качестве вторичного источника  $\tilde{v}_z(\mathbf{R}_1)$  можно в первом приближении задать

распределение вертикальной скорости, полученное для идеальной границы.

Выражение (1) позволяет построить качественную картину формирования поля в воздушной среде при размещении источника в жидкости. В области высоких частот  $k_2 z_0 \gg 1$  радиус первой зоны Френеля создаваемых источником возмущений  $\tilde{v}_z(\mathbf{R}_1)$  равен:  $R_F = \sqrt{z_0 \lambda_2} / 2$ , где  $\lambda_2 = 2\pi/k_2$  – длина звуковой волны в жидкости, и имеет большие волновые размеры  $k_2 R_F \gg 1$ . Поскольку  $c_1 < c_2$ , волновые размеры первой зоны Френеля относительно длины волны звука в воздухе тем более велики. При этом угол, под которым первая зона Френеля “видна” из точки расположения источника, мал:  $\Delta\theta_F \approx R_F/z_0 \ll 1$ , и все источники имеют одинаковые фазы, отвечающие излучению вверх.

Распределению  $\tilde{v}_z(r)$  для отличных от нуля углов падения первичной волны отвечает условие синхронизма  $c_2 \sin \theta_1 = c_1 \sin \theta_2$ . Соответствующая зона Френеля представляет собой кольцо ширины  $\sqrt{2\lambda_2 R} / \cos^2 \theta_2$ , где  $R = \sqrt{z_0^2 + r^2}$ . Угловой размер зоны Френеля не зависит от угла падения  $\theta_2$ . Ширина кольца значительно больше длин акустических волн в обеих средах. Лучи, выходящие из источника под ненулевым углом к нормали, показаны на рис. 2. Используя метод стационарной фазы для оценки интеграла Гюйгенса–Рэлея, где  $\tilde{v}_z(r)$  отвечает отсутствию верхней среды ( $\rho_1 = 0$ ), можно показать, что излучение в верхней среде сосредоточено в пределах конуса с углом раскрытия  $|\theta| \leq \arcsin(c_1/c_2) \approx 13^\circ$ . Никаких других возмущений, затухающих обратно пропорционально расстоянию от источника (от границы раздела сред), в решении не имеется. Таким образом, в области частот  $k_2 z_0 \gg 1$  в полной мере применимы хорошо известные формулы Френеля [5], и расчеты могут быть выполнены в рамках приближения геометрической акустики.

По мере приближения источника к границе раздела (см. выражение (12.42) в [3], а также уравнения (6) и (7), приведенные ниже) множитель вида  $\exp(-k_1 z_0 \sqrt{\sin^2 \theta - n^2})$ , где  $n = c_2/c_1 > 1$ , перестает ограничивать излучение в пределах сектора углов  $|\theta| \leq \arcsin(1/n)$ . Физически это означает, что на круговой площадке в пределах первой “зоны Френеля”<sup>1</sup> укладывается порядка одной дли-

<sup>1</sup> Кавычки неслучайны, поскольку описание в виде зон Френеля справедливо в отсутствие амплитудной зависимости поля на апертуре источника. В случае близкого к границе раздела сред расположения источника такая амплитудная зависимость, очевидно, проявится. Таким образом, приведенные далее соображения носят качественный характер.

ны волны  $\lambda_2$ . Нетрудно оценить волновой параметр  $k_2 z_0$ , которому отвечает  $k_2 R_F = \pi/2$  или  $R_F = \lambda_2/2$ :  $z_0 = \lambda_2/8$ . Из-за сильного отличия скоростей звука в граничащих средах размер первой зоны Френеля по отношению к длине звуковой волны в воздухе оказывается немалым:  $k_1 R_F = \pi n \gg 1$ . Направленность излучения диска с приблизительно постоянным распределением скорости на его поверхности определяется выражением  $2 \frac{J_1(k_1 R_F \sin \theta)}{k_1 R_F \sin \theta}$  [6]. При условии  $k_1 R_F \gg 1$  имеет место выраженное направление излучения вверх от поверхности раздела сред, как показано на рис. 2. Для  $k_1 R_F \sim 1$  выраженная направленность излучения отсутствует. Дальнейшее приближение источника к границе раздела приведет к появлению локализованной области величин  $\tilde{v}_z(\mathbf{R}_1)$ , существенно отличающихся от нуля вблизи от источника, что отвечает слабой зависимости излучения в воздушную среду от угла  $\theta_1$ .

Величины скорости колебаний границы в отсутствие сверху воздушной среды ( $\rho_1 = 0$ ) могут быть вычислены напрямую через поле, создаваемое первичным и зеркальным источниками [5]. Опуская несложные промежуточные выкладки, запишем выражение для скорости колебаний свободной границы (в случае  $\rho_1 = 0$ ), которая является оценкой  $\tilde{v}_z(\mathbf{R}_1)$  в интеграле Гюйгенса—Рэлея:

$$v_z^{(0)}(r) = -\frac{Q(1 - ik_2 R)z_0 \exp(+ik_2 R)}{2\pi R^3}, \quad (2)$$

$$v_z^{(0)}(r) = -\frac{F \exp(+ik_2 R)}{2\pi \rho_2 \omega R^3} \times \left[ 1 - 3\left(\frac{z_0}{R}\right)^2 + (k_2 z_0)^2 + ik_2 R \left( 3\left(\frac{z_0}{R}\right)^2 - 1 \right) \right], \quad (3)$$

где  $R = \sqrt{r^2 + z_0^2}$ . Выражение (2) отвечает монополю источнику с объемной скоростью  $Q$  в точке  $(0, z_0)$ , выражение (3) — источнику вертикальной силы  $\mathbf{F} = Fz$ , помещенному в ту же точку. Амплитуды  $v_z^{(0)}(r)$  вблизи источника спадают обратно пропорционально  $r^3$ , а в области  $k_2 r \gg 1$  — осциллируют и спадают обратно пропорционально  $r^2$ . Такое поведение обеспечивает сходимость интеграла (1). На рис. 3 показаны зависимости (2) и (3). Серые сплошные и штриховые линии отвечают асимптотическим зависимостям от расстояния. Справа представлены зависимости при  $k_2 = 0$ , т.е. отвечающие ближнему полю источников. В этом случае, очевидно, зависимость от волнового параметра  $k_2 z_0$  отсутствует. Для силового источника при  $r = z_0 \sqrt{2}$  имеется переход величин

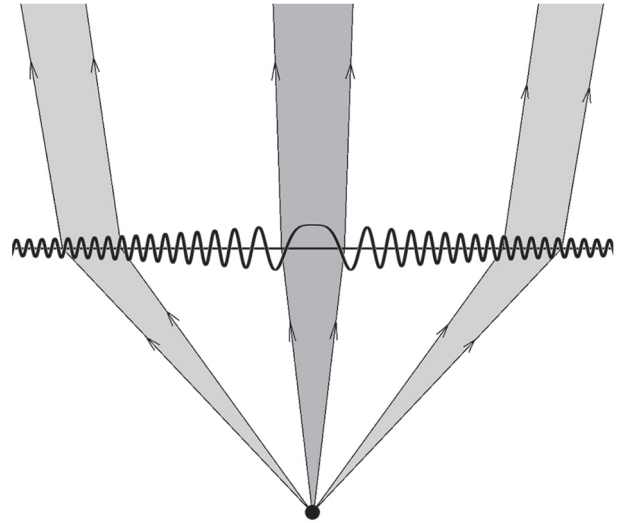


Рис. 2. Схематическое изображение зон Френеля для вторичного источника (1).

ны  $v_z^{(0)}(r)$  через ноль, хорошо видимый на рис. 3 справа. Переход через ноль связан с тем, что поле силового источника эквивалентно суперпозиции полей двух простых источников равной амплитуды и противоположных знаков, что приводит к равенству нулю интеграла  $\int_0^\infty v_z^{(0)}(r) r dr = 0$ , где  $v_z^{(0)}(r)$  определено (3). Отметим также пропорциональность  $v_z^{(0)}(r)$  глубине источника в выражении (2), что связано с наличием косинуса угла при определении вертикальной проекции скорости монополю источника. Поле излучения в воздушной среде также должно иметь угловую зависимость, пропорциональную  $\cos \theta_2$ . В случае векторного силового источника такого множителя нет, поскольку силовой источник  $\mathbf{F} = Fz$  генерирует вертикальные же возмущения скорости в своем ближнем поле. Знаки выражений (2) и (3) отвечают выбору направления оси  $z$  (рис. 1).

В пределе  $k_2 z_0 \rightarrow 0$  для простого источника распределение  $\tilde{v}_z(r)$  в интеграле (1) отвечает простому же источнику производительности  $Q$  или эквивалентному источнику с постоянной скоростью  $v_z^{(0)}(r)$ , распределенной по площадке радиуса  $r_{\text{eff}} = z_0 \sqrt{2}$ . Для силового источника интеграл от распределения  $v_z^{(0)}(r)$  по всей границе, как и следовало ожидать, равен нулю, и вторичный источник представляет собой источник силы, которая равномерно распределена по площадке того же радиуса  $r_{\text{eff}} = z_0 \sqrt{2}$ .

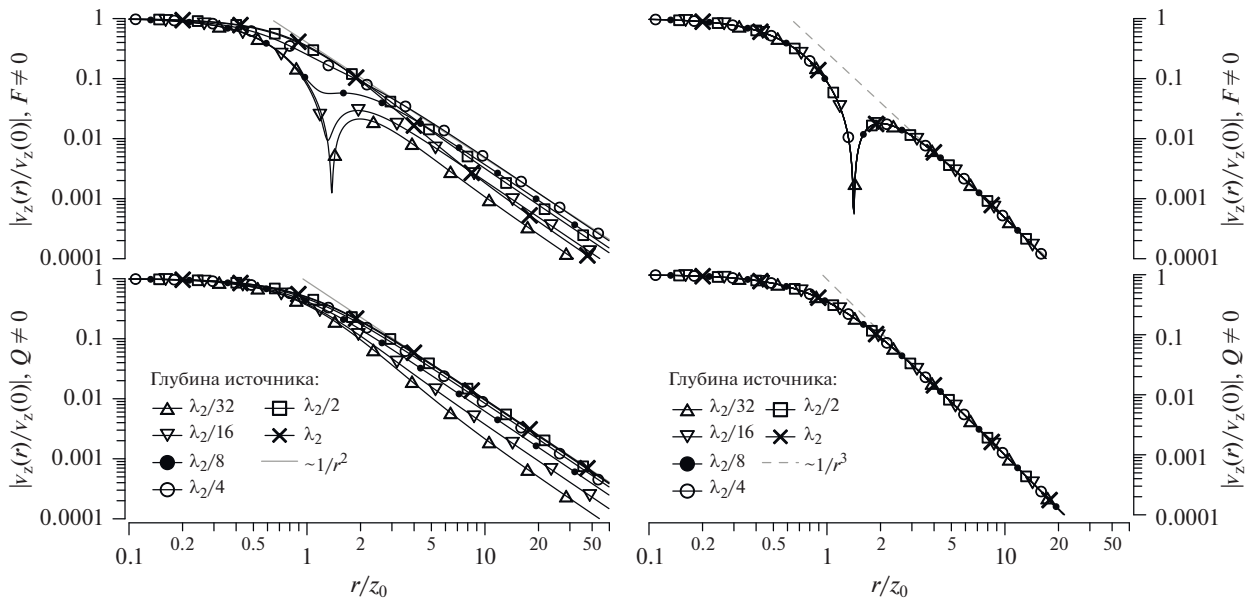


Рис. 3. Зависимости  $v_z^{(0)}(r)$  при различной глубине размещения источника.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ  
В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ

Опустим хорошо известные выкладки, использующие стандартный метод сшивки решений в частных областях (например, [4]), и запишем интегральные представления потенциалов скорости частиц  $\mathbf{v} = \nabla\phi$  в воздушной среде для двух типов источников:

$$\begin{aligned} \phi_1(r, z) &= -i \frac{\rho_2 Q}{2\pi} \int_0^{+\infty} \frac{e^{+i\xi_2 z_0} e^{-i\xi_1 z}}{\rho_1 \xi_2 + \rho_2 \xi_1} \kappa J_0(\kappa r) d\kappa = \\ &= -i \frac{\rho_2 Q}{4\pi} \oint_C \frac{\xi_2 e^{+i\xi_2 z_0} e^{-i\xi_1 z}}{\rho_1 \xi_2 + \rho_2 \xi_1} \kappa H_0(\kappa r) d\kappa, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \phi_1(r, z) &= +i \frac{F}{2\pi\omega} \int_0^{+\infty} \frac{\xi_2 e^{+i\xi_2 z_0} e^{-i\xi_1 z}}{\rho_1 \xi_2 + \rho_2 \xi_1} \kappa J_0(\kappa r) d\kappa = \\ &= +i \frac{F}{4\pi\omega} \oint_C \frac{\xi_2 e^{+i\xi_2 z_0} e^{-i\xi_1 z}}{\rho_1 \xi_2 + \rho_2 \xi_1} \kappa H_0(\kappa r) d\kappa, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\xi_j = \sqrt{k_j^2 - \kappa^2}$ ,  $k_j = \omega/c_j$  — полное волновое число,  $\kappa$  — радиальная проекция волнового вектора,  $J_0(\cdot)$  — функция Бесселя нулевого порядка,  $H_0(\cdot)$  — функция Ханкеля первого рода нулевого порядка, удовлетворяющая условиям излучения для гармонических процессов вида  $\exp(-i\omega t)$ . Контур интегрирования  $C$  является стандартным при решении волновых задач, аналогичных рассматриваемой (например, [4, 7, 8]), и показан на рис. 4. Схематично показана одна из двух точек ветвления  $\kappa = k_{1,2}$  и отвечающий ей разрез Рима-

новой поверхности. Точка ветвления  $\kappa = 0$ , отвечающая логарифмической особенности функции Ханкеля, не показана.

Давление в воздушной среде вычисляется через потенциал стандартным образом:

$$p_1(r, z) = i\rho_1\omega\phi_1(r, z).$$

Величины  $Q$  и  $F$  в выражениях (4) и (5) определяют объемную скорость источника и амплитуду силы, направленной по оси  $z$ . Интегральные представления (4) и (5) справедливы при  $z \leq 0$  (рис. 1). Выражения для физических величин в жидкости мы не приводим, поскольку поправки из-за малой величины акустического импеданса верхней среды играют роль малых возмущений.

Интегралы (4) и (5) имеют в знаменателе интегрируемые корневые особенности, связанные с наличием точек ветвления и разрывов на Римановой поверхности. При определении  $\xi_j$  в подынтегральных выражениях знак корня  $\xi_j = \sqrt{k_j^2 - \kappa^2}$  выбирается таким образом, чтобы  $\exp(+i\xi_2 z)$  и  $\exp(-i\xi_1 z)$  отвечали убегающим от источника волнам или затухающим возмущениям. Интегралы (4) и (5) можно оценить методом стационарной фазы [9] (случай близости стационарной точки и точки ветвления рассмотрен в [3]), что отвечает значительному удалению источника от границы  $k_2 z_0 \gg 1$ . Опуская промежуточные выкладки, запишем конечные выражения с точностью до членов порядка  $1/R$ :

$$\varphi_1(r, z) = -\frac{Q \exp(+ik_1 R)}{2\pi R} \times \frac{\exp(+ik_2 z_0 \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta_1}) n \cos \theta_1}{n \cos \theta_1 + m \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta_1}}, \quad (6)$$

$$\varphi_1(r, z) = +\frac{F \exp(+ik_1 R)}{2\pi \rho_2 c_2 R} \times \frac{\exp(+ik_2 z_0 \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta_1}) n \cos \theta_1 \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta_1}}{n \cos \theta_1 + m \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta_1}}, \quad (7)$$

где  $m = \rho_1/\rho_2 \ll 1$ ,  $n = c_2/c_1$  и  $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ .

Как уже отмечалось выше при обсуждении простых качественных соображений, вклад стационарной точки отвечает приближению геометрической акустики при  $k_1 R \rightarrow \infty$ . Выражения, аналогичные (6) и (7), с учетом членов порядка  $1/R^2$  приведены в [3]. Нетрудно видеть, что в случае  $m = 0$  выражения (6) и (7) описывают примерно равномерное по амплитуде излучение в пределах сектора углов  $|\theta_1| \leq \arcsin(1/n) \approx 13.2^\circ$ , а для больших углов наблюдается экспоненциальное ослабление поля тем сильнее, чем больше волновой параметр глубины источника  $k_2 z_0$ . В предельном случае однородной среды  $m = n = 1$  выражение (6) описывает изотропное поле простого источника, помещенного в точку с координатами  $(0, z_0)$ . Выражение для силового источника (7) в том же предельном случае приобретает ожидаемый угловой множитель  $\cos \theta_1$ . В случае нормального падения ( $\theta_{1,2} = 0$ ) нетрудно показать, что выражения (6) и (7) соответствуют хорошо известным формулам Френеля для коэффициента прохождения волны из одной среды в другую [5]. Такой результат ожидаем, он отмечался в [3], и объясняется тем, что вклад стационарной точки отвечает однородным волнам.

За увеличение эффективности излучения из воды в воздух и расширение диаграммы направленности этого излучения отвечают неоднородные волны и ближнее поле источника [1]. Качественно, уширение диаграммы направленности можно видеть из (6) и (7): при  $k_2 z_0 \ll 1$  экспоненциальный множитель  $\exp(+ik_2 z_0 \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta_1}) = \exp(-k_2 z_0 \sqrt{n^2 \sin^2 \theta_1 - 1})$  значимо отличен от нуля в области углов  $\theta_1 > \arcsin(1/n)$ . Поле неоднородных волн описывается интегралом вдоль разреза. Соответствующее выражение для случая  $r \gg |z|$ , т.е. для углов  $\theta_1 \approx \pi/2$ , представлено в [3]. Дальнейший интерес представляет описание полей через эквивалентные источники, используя приведенные выше качественные соображения, а

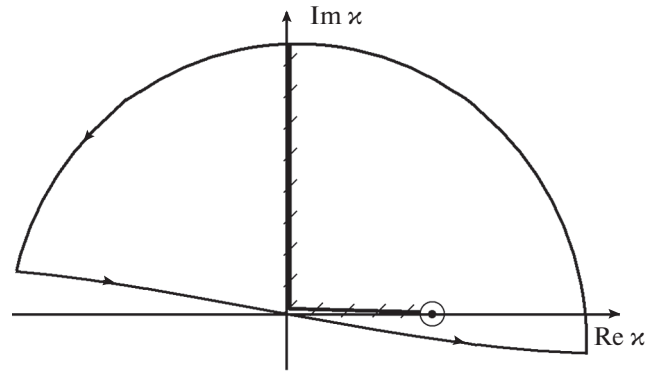


Рис. 4. Контур интегрирования  $C$ .

также результаты численного интегрирования (4) и (5).

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Интегралы (4) и (5) можно вычислить с использованием стандартных процедур численного интегрирования, например, входящих в пакет IMSL языка программирования Фортран. В качестве проверки корректности вычислений было проведено сравнение результатов вычисления  $v_z(r, 0)$  для случая  $\rho_1 = 0$  с аналитическими выражениями (2) и (3). Заметим, что из-за равенства  $z = 0$  соответствующий экспоненциальный множитель  $\exp(-i\xi_1 z) = 1$ , подынтегральная функция становится осциллирующей со слабой зависимостью от  $x$ , и величину  $v_z(r, 0)$  вычислить с помощью численного интегрирования сложнее, чем акустическое давление в области  $r > 0, z < 0$ .

В диапазоне изменения волнового параметра  $r/\lambda_2$ , не превышающего 100, было получено хорошее согласие с погрешностью порядка 0.01% в области больших  $r/\lambda_2$ . В области малых  $r/\lambda_2$  отличие величин имеет порядок заданной относительной точности интегрирования  $10^{-6}$ . Таким образом, несмотря на сложность численного интегрирования осциллирующих подынтегральных функций, использование стандартных процедур приводит к правильным результатам.

Зададим параметры сред:  $\rho_1 = 1 \text{ кг/м}^3, c_1 = 330 \text{ м/с}, \rho_2 = 10^3 \text{ кг/м}^3, c_2 = 1450 \text{ м/с}$ . Будем помешать источники на различные глубины относительно длины звуковой волны в воде таким образом, чтобы размер первой зоны Френеля изменялся от малых волновых размеров до больших, которым отвечает переход к геометрической акустике волн с практически плоским фронтом.



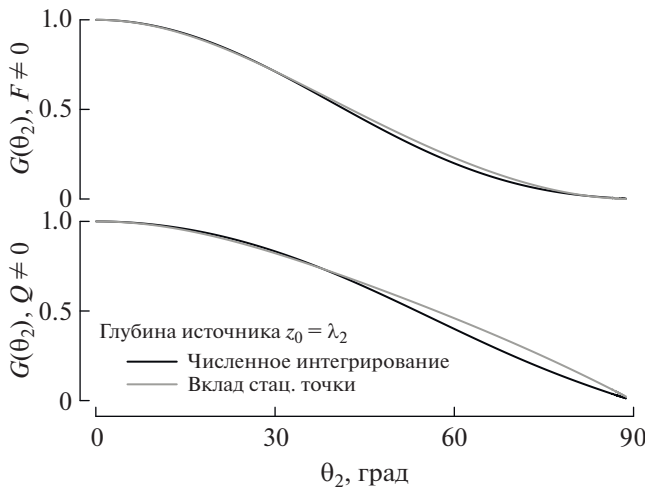


Рис. 5. Диаграммы направленности  $G(\theta_2)$  при  $z_0 = \lambda_2$ .

На рис. 5 представлены диаграммы направленности для простого (нижние графики) и силового (верхние графики) источников, удаленных на расстояние одной длины волны в воде. Диаграмма направленности определена следующим образом:  $G(\theta_2) = \left| \frac{p_1(r, z, z_0)}{p_1(0, z, z_0)} \right|$ . Угол  $\theta_2$  отвечает лучевой картине на рис. 2. Определение  $\theta_2$  как функции от  $r, z, z_0$  сводится к нахождению корней полинома соответствующей степени (процедура описана в [3]). Излучение в воздух локализовано в пределах конуса с углом раскрыва  $\tilde{\theta}_1 = \arcsin(c_1/c_2)$  и экспоненциально быстро ослабевает при  $|\theta_1| > \tilde{\theta}_1$ . Серыми линиями на рис. 5 показаны зависимости, отвечающие вкладу стационарных точек (6), (7). Нетрудно видеть, что уже при  $z_0 = \lambda_2$  наблюдаются малые отклонения результатов прямого численного интегрирования от высокочастотных асимптотик. Отклонения связаны с проявлением дифракционной волны в области углов, близких к скользящим (см. выражение 12.43 в [3]).

На рис. 6 представлены диаграммы направленности  $G(\theta_1)$ , где  $\theta_1 = \arctg(r/|z|)$ . Удаление “приемника” от границы раздела сред задавалось равным  $z = -5\lambda_2$ , что отвечает  $\sqrt{r^2 + z^2} \gg \lambda_1$ . Нетрудно видеть, что характеристики направленности излучения в воздушной среде в случае простого и дипольного источников качественно отличаются. Эти отличия и связанный с их наличием дополнительный эквивалентный источник излучения на границе раздела двух сред обсуждаются ниже.

Штриховыми линиями на рис. 6 показаны ожидаемые диаграммы направленности при помещении эквивалентного источника малых волновых размеров  $z_0\sqrt{2} \ll \lambda_{1,2}$  на границу раздела

сред. В этом случае для простого источника направленность отсутствует, и излучение в воздух должно быть изотропным. Глубине погружения  $z_0 = \lambda_2/16$  отвечает волновой размер эквивалентного источника  $k_2R_F = \pi/4$ . Диаграмма направленности, которая отвечает такому источнику, показана на рис. 6 штрих-пунктирной линией. Нетрудно видеть, что эта линия качественно описывает угловую зависимость поля излучения в области углов меньше  $30^\circ$ , вычисленную интегрированием (4). При увеличении угла  $\theta_1$  наблюдается отклонение ожидаемой диаграммы направленности вида  $2 \frac{J_1(k_1R_F \sin \theta_1)}{k_1R_F \sin \theta_1}$  от истинной. Это связано, во-первых, с неравномерностью амплитуды при близком к границе расположении источника, и, во-вторых, с проявлением распределенного эквивалентного источника  $S_2$  (см. ниже).

Для силового источника малых волновых размеров  $k_1r_{\text{eff}} \ll 1$  ожидаемая направленность излучения пропорциональна  $\cos \theta_1$ , а само поле должно описываться выражением:

$$p_1(R) = -i \frac{k_1 F \cos \theta_1}{2\pi R} \exp(+ik_1R), \quad (8)$$

$$k_1R \gg 1, \quad R = \sqrt{r^2 + z^2}.$$

В дальнейшем мы увидим, что выражение (8) не описывает акустическое поле, создаваемое силовым источником в воздушной среде.

Таким образом, результат вычислений интеграла (4) указывает на возможность существенного упрощения вычислений для случая простого источника ( $Q \neq 0$ ), расположенного в непосредственной близости от границы раздела сред  $z_0 \ll \lambda_{1,2}$ . В этом случае поле в воздушной среде отвечает полю эквивалентного источника той же производительности  $Q$ :

$$p_1(R) \approx -\rho_1 c_1 \frac{k_1^2 Q}{2\pi R} \exp(+ik_1R), \quad (9)$$

$$k_1R \gg 1, \quad R = \sqrt{r^2 + z^2}.$$

Как видно из графиков на рис. 6 (серая линия), поле давления при  $z_0 \ll \lambda_1$  практически изотропно в области изменения угла  $\theta_1 < \pi/2$ . Отклонение от изотропности излучения наблюдается при  $\theta_1 \rightarrow \pi/2$ , где становится заметен вклад дифракционных волн [3], и это отклонение наблюдается тем раньше, чем больше волновая глубина источника  $k_2z_0$ .

Вычисление интеграла (5) указывает на невозможность сведения излучения при  $z_0 \ll \lambda_2$  к эквивалентному силовому источнику с полем излучения (8). Для понимания причин возникновения

расхождения данных численного интегрирования с (8) на рис. 7 приведены результаты расчета для случаев рис. 6 при добавлении потерь в  $\kappa$  под интегралами (4) и (5). Величина потерь была задана равной  $\text{Im } \kappa / \text{Re } \kappa = 0.1$ , что отвечает затуханию в  $\exp(2\pi)$  или приблизительно в 535 раз на расстоянии  $20\pi / \text{Re } \kappa$  (как видно из представленного ниже выражения (10) это отвечает указанной величине затухания на расстоянии  $r = 10\lambda_2$ ). Отметим, что введение затухания возмущений, распространяющихся вдоль границы раздела сред, можно реализовать, например, за счет размещения на этой границе поверхностно-активных веществ с большой вязкостью. Поэтому показанное на рис. 7 влияние потерь на границе раздела сред может быть использовано в дистанционной акустической диагностике поверхностно-активных веществ на морской поверхности.

Введение потерь означает подавление распространяющихся из области источника возмущений границы. Как следует из выражения (3), на больших расстояниях от источника  $k_2 r \gg 1$  вертикальная проекция скорости перемещения границы приблизительно равна

$$v_z^{(0)}(r) \approx +i \frac{k_2 F}{2\pi \rho_2 \omega r^2} \exp(+ik_2 r), \quad (10)$$

т.е. наряду с силовым источником, равномерно распределенным по площадке  $z_0\sqrt{2}$ , появляется простой источник, отвечающий затухающей волне, бегущей со скоростью звука в воде. Поскольку эта волна является быстрой по сравнению со скоростью звука в воздухе, она становится излучающей ("вытекающей"). Быстрое убывание амплитуды  $v_z^{(0)}(r)$ , обратно пропорциональное квадрату расстояния, не позволяет сформироваться направленному излучению в направлении синхронизма  $\theta_1 = \tilde{\theta}_1$ . Наличие дополнительного источника излучения согласуется с замечанием о большей роли неоднородных волн для источников высокого порядка в прохождении звука через границу раздела жидкости и газа [1]. На связь излучения с источником вида (10) указывает также видимое на рис. 6 возрастание излучения в области углов  $\theta_1 > \tilde{\theta}_1 \approx 13^\circ$ , где возможна реализация условий синхронизма возмущений (10) со звуковыми волнами в воздушной среде.

Отметим, что наличие множителя вида  $\cos \theta_0 = z_0/R$  в выражении (2) для скорости поверхности раздела сред  $v_z^{(0)}(r)$ , создаваемой простым источником, в пределе  $r \gg z_0$  в значительной степени подавляет указанный выше механизм формирования дополнительного распределенного источника излучения в воздушную среду. Поэтому увеличение амплитуды поля в области углов  $\theta > \tilde{\theta}_1$

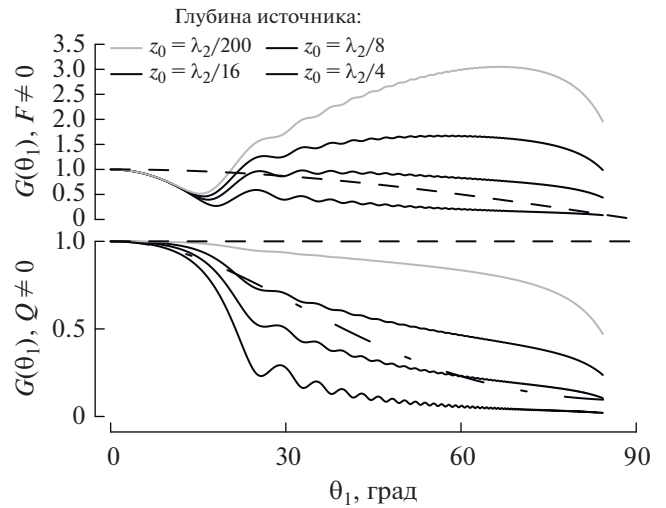
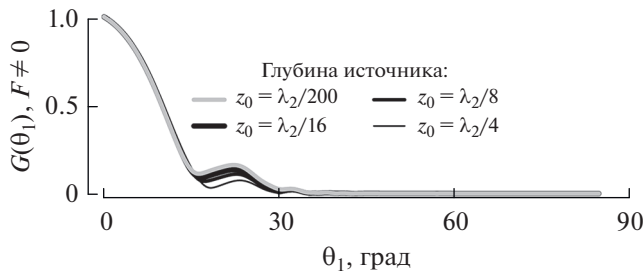


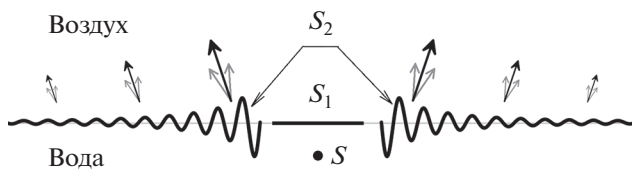
Рис. 6. Диаграммы направленности  $G(\theta_1)$  при  $z_0 < \lambda_2$ .

проявляется слабее в случае простого первичного источника. В результате поле акустического излучения в воздухе удовлетворительно описывается выражением (9) для случая  $z_0 \ll \lambda_{1,2}$ . Сравнение рис. 6 и рис. 7 указывает на важную роль возмущений с фазовым распределением  $\propto \exp(+ik_2 r)$  в формировании поля давления в воздухе при увеличении порядка источника.

На рис. 8 схематично показаны вторичные источники на поверхности раздела сред, отвечающие за формирование акустического поля в воздушной среде. Вторичный источник  $S_1$  представляет собой либо равномерно распределенную по круговой площадке радиуса  $z_0\sqrt{2}$  вертикальную скорость перемещения границы раздела сред (первичный источник простого типа), либо равномерно распределенную по той же площадке вертикальную силу (первичный источник вертикальной силы). Вторичный источник  $S_2$  представляет собой бесконечно протяженную круговую область, на которой распределены вертикальные скорости перемещения границы раздела. При этом скорости имеют фазовое распределение  $\exp(+ik_2 r)$  и амплитудное распределение  $1/r^2$  при  $r \gg \lambda_2$ . Источник  $S_2$  обеспечивает излучение вытекающей волны, а уменьшение его амплитуды с ростом расстояния до первичного источника обеспечивает широкую диаграмму направленности в области углов  $\theta_1 \approx \tilde{\theta}_1$ . Направленность акустического излучения в воздушной среде, создаваемого вторичным источником  $S_2$ , схематично показана стрелками на рис. 8. Вклад этого источника в акустическое поле в воздушной среде значительно подавлен в случае простого (монопольного) первичного источника и стано-



**Рис. 7.** Диаграммы направленности  $G(\theta_1)$  для силового источника при  $z_0 < \lambda_2$  при добавлении потерь  $\text{Im } \kappa > 0$ .



**Рис. 8.** Первичный источник  $S$ , помещенный в воду, и вторичные источники  $S_1$  и  $S_2$  акустического излучения из воды в воздух, расположенные на границе раздела сред.

вится значимым для первичного источника в виде силы, что дополнительно иллюстрирует вывод работы [1] о возрастании вклада неоднородных волн с увеличением порядка источника.

Таким образом, выполненные вычисления позволяют наглядно представить себе систему эквивалентных источников, отвечающих за излучение низкочастотного звука из воды в воздух, и диаграмму направленности акустического излучения, порождаемого этими источниками. Еще раз отметим, что аналитическое выражение для случая  $|z|, z_0 \ll r$  или  $\theta_1 \approx \pi/2$  представлено в книге [3]. Для углов  $\theta_1 \approx \pi/2$  поле, вычисленное путем интегрирования (4) и (5), стремится к нулю (рис. 6), как и предсказывает аналитическое выражение [3]. Как нам представляется, приведенные выше качественные соображения и результаты численного моделирования во всем диапазоне изменения углов излучения  $\theta_1$  являются хорошим дополнением к описанию [1, 3].

В процессе подготовки статьи к печати в Акустическом журнале вышла интересная работа [10], содержащая результаты экспериментальных исследований прохождения звука из воды в воздух для первичного источника монопольного типа ( $Q \neq 0$ ). Представляет интерес сопоставить данные измерений с приведенными выше диаграммами направленности. На рис. 9 работы [10] представлена зависимость коэффициента прохождения по давлению из воды в воздух от глуби-

ны расположения источника. Диапазону глубин на этом рисунке отвечает изменение безразмерных величин  $1/75 \leq z_0/\lambda_2 \leq 2/3$ , что включает интервал безразмерных глубин источника для данных, представленных на нижнем графике рис. 6. Расположению микрофона в эксперименте [10] отвечает угол  $\theta_1 \approx 79^\circ$ . Если построить зависимость величины  $G(\theta_1)$  при указанном значении  $\theta_1$  от глубины источника  $z_0$ , то получится ярко выраженная экспоненциальная зависимость вида  $\exp(-\alpha z_0)$ , где  $z_0$  выражено в метрах и  $\alpha \approx 16.7 \text{ м}^{-1}$  — коэффициент аппроксимации. По оси ординат рис. 9 работы [10] отложен коэффициент прохождения по давлению в децибелах. При этом хорошо видна линейная зависимость коэффициента прохождения, выраженного в децибелах, от глубины источника при  $z_0/\lambda_2 \leq 1/8$ . Таким образом, результаты, представленные в настоящей статье, находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными работы [10].

### ВЫВОДЫ

В работе исследована направленность излучения атмосферного инфразвука, возбуждаемого монопольным и силовым источниками, помещенными в водную среду. Показано, что существуют два типа вторичных эквивалентных источников, которые размещены на границе раздела сред. Эти источники определяют поле акустического излучения в воздушной среде и его направленность. Один из источников по существу локальный, и его характеристики полностью определяются ближним полем первичного источника. Второй источник является распределенным монопольным источником и связан с наличием вертикальных возмущений поверхности, распространяющихся со скоростью звука в воде. Из-за сильного ослабления амплитуды по мере увеличения расстояния от первичного источника такой источник имеет широкую диаграмму направленности. Результаты численного моделирования позволяют составить представление о диаграмме направленности инфразвукового излучения в воздухе в зависимости от глубины погружения первичного источника и его типа. Полученные результаты также подтверждают вывод работы [1] о возрастании вклада неоднородных волн по мере увеличения порядка источника.

Наиболее простое аналитическое выражение для поля в воздушной среде (9) имеет место для случая простого первичного источника (акустического монополя). В этом случае достаточно учесть только один из эквивалентных источников, а его характеристики определены ближним полем первичного источника, расположенного около идеальной границы с нулевым акустиче-



ским импедансом. В случае силового источника направленность излучения зависит от затухания индуцированных колебаний поверхности, что, предположительно, может быть использовано для акустической диагностики поверхностно-активных веществ. Полученные результаты представляются нам интересными для прикладной гидроакустики и организации дистанционного зондирования приповерхностных областей моря в области низких частот.

Автор выражает благодарность Ю.А. Кобелеву за полезные замечания и дискуссии по теме представленной работы.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ № 18-05-520006, а также при частичной поддержке госзадания ИПФ РАН по теме № 0030-2021-0009.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Годин О.А.* Прохождение низкочастотного звука из воды в воздух // *Акуст. журн.* 2007. Т. 53. 3. С. 353–361.
2. *Волощенко А.П., Тарасов С.П.*, Эффект аномальной прозрачности границы раздела жидкость–газ для звуковых волн // *Акуст. журн.* 2013. Т. 59. 2. С. 186–192.
3. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 416 с.
4. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
5. *Исакович М.А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.
6. *Скучик Е.* Основы акустики. Т. 2. М.: Мир, 1976. 542 с.
7. *DeSanto J.A.* Ocean acoustics. Springer-Verlag: Berlin, Heidelberg, New York, 1979. 285 p.
8. *Аки К., Ричардс П.* Количественная сейсмология (в 2-х томах). М.: Мир, 1983. 880 с.
9. *Федорюк М.В.* Асимптотика, интегралы и ряды. М.: Наука, 1987. 544 с.
10. *Волощенко А.П.* Анализ эффекта аномальной прозрачности границы раздела вода–воздух // *Акуст. журн.* 2020. Т. 66. 3. С. 242–250.