

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ
И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.26

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ СВОЙСТВ ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ШАРА
ПО РЕЗУЛЬТАТАМ РАССЕЯНИЯ НА НЕМ АКУСТИЧЕСКОГО ПУЧКА

© 2021 г. Л. М. Котельникова^а, *, Д. А. Николаев^а, С. А. Цысарь^а, О. А. Сапожников^а

^аМосковский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет,
Ленинские горы, Москва, 119991 Россия

*e-mail: kotelnikova.lm16@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 26.12.2020 г.

После доработки 16.04.2021 г.

Принята к публикации 23.04.2021 г.

При использовании упругих сферических рассеивателей в задачах акустики необходимо знать их основные упругие параметры, характеризующие внутренние резонансы. В настоящей работе показано, что скорости продольных и поперечных волн в твердотельном шаре могут быть определены из характеристик рассеяния ультразвукового пучка. В качестве рассеивателей рассмотрены шары из стали, стекла и нейлона миллиметровых размеров, погруженные в воду. При проведении экспериментов акустическое поле создавалось плоским пьезоэлектрическим излучателем мегагерцового диапазона частот, работающим в импульсном режиме. Путем сравнения экспериментальных данных и численных расчетов для амплитуды рассеянного поля были определены скорости и оценены коэффициенты поглощения упругих волн в материале шаров.

Ключевые слова: рассеяние акустических волн, упругий рассеиватель, эксперимент

DOI: 10.31857/S0320791921040079

1. ВВЕДЕНИЕ

При взаимодействии волнового поля с телом конечного размера характеристики рассеянной волны определяются не только размерами и формой этого тела, но и его акустическими параметрами [1–5]. На практике эти параметры часто бывают неизвестными или заданными с невысокой точностью, что не позволяет количественно анализировать явления, зависящие от пространственно-временных характеристик рассеянных волн. К таким явлениям относится, например, эффект акустической радиационной силы [6].

Теоретический анализ акустической радиационной силы, действующей на упругое тело, базируется на решении задачи рассеяния, для чего важно знать основные параметры используемого в экспериментах рассеивателя, характеризующие внутренние резонансы, такие как размер, плотность, скорости продольных и сдвиговых волн. При рассмотрении упругого рассеивателя его геометрические характеристики можно непосредственно измерить, плотность – вычислить, зная объем и найденную взвешиванием массу, в то время как скорости упругих волн в рассеивателе малого размера не могут быть измерены простым образом. Эти скорости зависят не только от химического состава, но и от внутреннего строения, определяемого способом производства и процес-

сами обработки, поэтому эти значения могут варьироваться для объектов одного и того же состава, но разных партий [7, 8]. В результате указанные производителем величины упругих модулей (которые и определяют скорости волн) могут не соответствовать реальным значениям.

Упругие объекты являются в той или иной степени проницаемыми для звука. В частности, падающие на сферический рассеиватель (шар) акустические волны возбуждают в нем внутренние колебания, которые вносят заметный вклад в вид рассеянного поля, что можно видеть в угловом распределении амплитуды и суммарной рассеянной энергии [9, 10]. Данные колебания связаны с резонансными явлениями внутри рассеивателя, обусловленными как объемными, так и поверхностными волнами (волнами Франца, Рэлея и модами шепчущей галереи) [11–20]. Поскольку эти явления зависят от физических свойств рассеивателя, то изучение особенностей рассеяния может быть использовано для экспериментального определения неизвестных упругих скоростей.

Существует множество методов расчета акустического рассеяния на упругом шаре. В приближении падения на непоглощающий шар плоской бегущей волны имеется точное решение задачи в виде бесконечного ряда расходящихся от

рассеивателя волн, описываемых сферическими гармониками. Особенности решения при таком описании были исследованы и подтверждены экспериментально в ряде работ [9, 10, 16, 21]. Такой подход может быть применен для расчета рассеяния на сферических объектах относительно небольших размеров, для $ka < 100$, где k – волновое число, a – радиус сферы. Поскольку при больших значениях ka становятся значительными ошибки округления при вычислении специальных функций, а необходимое количество членов соответствующих рядов становится большим, то уменьшается точность и заметно возрастает время, затрачиваемое на расчеты. Кроме того, хотя этот подход позволяет достаточно легко описать рассеяние, он не дает физической интерпретации особенностей полученного рассеянного поля. Такую интерпретацию дают другие методы расчета, например, подход, основанный на преобразовании Ватсона–Зоммерфельда, который позволяет рассчитывать рассеяние волн при $ka > 30$ [12, 22], или методика, основанная на теории резонансного акустического рассеяния [11, 13, 15].

Ранее были предложены методы определения неизвестных скоростей упругих волн в шарах, погруженных в жидкость, по результатам измерения рассеяния назад плоской волны [8, 23–27]. В основном эти методы были рассчитаны на определение упругих параметров шаров, используемых для калибровки гидроакустического оборудования, поэтому в приведенных работах их диаметры составляли от 20 до 90 мм для частот до 300 кГц. Шар помещался в дальнее поле излучателя, а расчеты проводились в приближении падения на рассеиватель плоской волны. Использование этого приближения указывалось как одна из причин некоторых отклонений по амплитуде эксперимента от теории. Измеренный сигнал рассеянного поля намного превышал уровень шума, что давало возможность проанализировать тонкие детали спектра рассеянной волны. Но при уменьшении размеров рассеивателя сигнал рассеянного поля неизбежно станет слабее, поэтому для шаров миллиметровых размеров, представляющих практический интерес, такие способы могут оказаться неточными.

В работе [28] была показана возможность исследования рассеянного поля в направлении распространения падающей волны, что было решено использовать в настоящей работе для определения скоростей упругих волн внутри рассеивателя. Использование такого метода является удобным для указанных целей в силу относительно несложных манипуляций с точки зрения юстировки (для размещения рассеивателя на акустической оси излучателя) и возможности измерения акустического поля недалеко от рассеивателя без внедрения искажений в структуру падающей волны.

Как было отмечено выше, расчет параметров в приближении плоской падающей волны уменьшает точность нахождения скоростей упругих волн в материале рассеивателя. Это вызвано тем, что при использовании реальных излучателей падающее на рассеиватель акустическое поле в большинстве случаев заметно отличается от плоской волны. Для повышения точности расчетов необходимо учитывать неоднородную пространственную структуру падающей волны, что можно сделать либо исходя из модельных предположений о структуре колебаний поверхности используемого излучателя (например, в предположении поршневого характера колебаний источника), что также ограничивает точность, либо, если такая возможность имеется, применив метод акустической голографии [29].

В настоящей работе предложен метод определения скоростей и коэффициентов затухания продольных и сдвиговых волн в твердотельных сферических объектах миллиметрового размера на основе измерения характеристик рассеяния ультразвукового пучка: частотной зависимости амплитуды рассеяния вперед и углового распределения рассеянного поля. Описана экспериментальная установка для наблюдения рассеяния на шарах. Путем сопоставления экспериментальных результатов и численного моделирования, максимально приближенного к условиям эксперимента, определены неизвестные скорости и коэффициенты затухания.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

2.1. Описание рассеяния плоской волны на упругом шаре

Прежде чем переходить к случаю сложной реальной структуры поля падающей на рассеиватель волны, рассмотрим описание процесса рассеяния идеализированной плоской акустической волны. В качестве рассеивателя рассмотрим погруженный в идеальную жидкость изотропный упругий шар, внутри которого в общем случае возбуждаются и продольные, и сдвиговые волны. Впервые решение такой задачи было приведено в работе [9]. Кратко приведем здесь постановку и необходимые для дальнейшего рассмотрения результаты решения задачи рассеяния, используя обозначения, введенные в работе [30].

Пусть на упругий шар радиуса a падает монохроматическая плоская волна:

$$p_i = p_0 e^{ikz} = p_0 e^{ikr \cos \theta}, \quad (1)$$

где p_0 – комплексная амплитуда падающей волны, $k = \omega/c = 2\pi f/c$ – волновое число, c – скорость звука в иммерсионной жидкости, z – расстояние вдоль направления распространения падающей волны, r, θ, φ – сферические координаты (в силу

симметрии задачи нет зависимости от азимутального угла φ), начало координат совмещено с центром шара, угол $\theta = 0^\circ$ соответствует направлению распространения волны, $z = r \cos \theta$ (рис. 1).

Для описания волнового поля на поверхности рассеивателя задаются соответствующие граничные условия: 1) давление в жидкости, взятое с обратным знаком, равно нормальной компоненте напряжения в рассеивателе; 2) тангенциальные компоненты сдвиговых напряжений в рассеивателе равны нулю; 3) нормальная компонента колебательной скорости при переходе через границу не меняется.

Учитывая, что падающая плоская волна представляется в виде разложения в бесконечный ряд при разделении функций угловой и радиальной переменных [31]:

$$p_i = p_0 e^{ikr \cos \theta} = \sum_{n=0}^{\infty} p_0 i^n (2n+1) j_n(kr) P_n(\cos \theta), \quad (2)$$

решение поставленной задачи для акустического давления рассеянного поля удобно также искать в виде аналогичного разложения. Выбор сферической функции, описывающей зависимость решения от расстояния, определяется условием излучения при выделении только расходящихся от рассеивателя волн:

$$p_s = \sum_{n=0}^{\infty} p_0 i^n (2n+1) c_n h_n^{(1)}(kr) P_n(\cos \theta). \quad (3)$$

Здесь $P_n(\cos \theta)$ – полиномы Лежандра, $h_n^{(1)}(\xi) = j_n(\xi) + in_n(\xi)$ – сферическая функция Ханкеля 1-го рода, где $j_n(\xi)$ и $n_n(\xi)$ – сферические функции Бесселя и Неймана, соответственно. Коэффициенты при членах ряда, найденные из указанных выше граничных условий, выражаются следующим образом:

$$c_n = -\frac{\Gamma_n j_n(ka) - ka j_n'(ka)}{\Gamma_n h_n^{(1)}(ka) - ka h_n^{(1)'}(ka)}, \quad (4)$$

где штрих означает производную по полному аргументу соответствующих функций. Величины c_n характеризуют рассеяние и зависят от известных свойств иммерсионной жидкости и материала шара, а именно от скорости звука c и плотности жидкости, плотности материала шара, а также комбинаций $k_1 a$, $k_2 a$, где $k_1 = \omega/c_1$, $k_2 = \omega/c_2$, c_1 и c_2 – скорости продольных и поперечных волн в рассеивателе соответственно. Коэффициенты Γ_n зависят только от комбинаций $k_1 a$, $k_2 a$, плотностей шара ρ_* и жидкости ρ :

$$\Gamma_n = \frac{\rho k_1^2 a^2 \alpha_n \delta_n + \beta_n \chi_n}{2\rho_* \alpha_n \eta_n + \beta_n \varepsilon_n}, \quad (5)$$

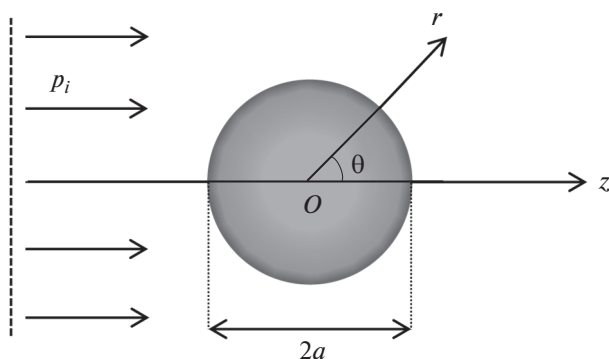


Рис. 1. Падение плоской волны на сферу. Система координат.

где $\alpha_n = j_n(k_1 a) - k_1 a j_n'(k_1 a)$, $\delta_n = 2n(n+1) j_n(k_1 a)$, $\beta_n = (n^2 + n - 2) j_n(k_1 a) + k_1^2 a^2 j_n''(k_1 a)$, $\chi_n = k_1 a j_n'(k_1 a)$, $\eta_n = 2n(n+1) [j_n(k_1 a) - k_1 a j_n'(k_1 a)]$, $\varepsilon_n = k_1^2 a^2 \times [j_n(k_1 a) \sigma / (1 - 2\sigma) - j_n''(k_1 a)]$.

Важной характеристикой рассеяния является сечение рассеяния, определяемое как $\Sigma_s = W_s / I_i$, где W_s – мощность рассеянной волны, I_i – интенсивность падающей волны. Учитывая асимптотику сферической функции Ханкеля при больших значениях аргумента $h_n^{(1)}(z) \approx (-i)^{n+1} e^{iz} / z$, используя оптическую теорему [21] и принимая в расчет выражение для рассеянного поля (3), можно получить следующее выражение для сечения рассеяния, нормированного на площадь поперечного сечения πa^2 :

$$\frac{\Sigma_s}{\pi a^2} = -\frac{4}{k^2 a^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \text{Re}(c_n). \quad (6)$$

Зависимость сечения рассеяния от частоты $f = \omega / (2\pi)$ или от параметра $ka = 2\pi f a / c$ отражает общий характер поведения рассеянного поля с увеличением частоты, а наличие в зависимости пиков и провалов говорит о резонансных явлениях внутри шара, влияющих на вид рассеянного поля. Сечение рассеяния зависит от плотности материала шара, скорости звука в воде, скоростей продольных c_l и сдвиговых c_t волн.

Численные расчеты рассеянного поля и сечения рассеяния для оценок используемых в экспериментах рассеивателей по формулам (3)–(6) проводились в среде MATLAB, которая содержит большое количество встроенных функций, в частности, рассчитывающих полиномы Лежандра, функции Бесселя и Неймана. Сферические функции Бесселя $j_n(\xi)$ и Неймана $n_n(\xi)$ вычисля-

лись по определению $j_n(\xi) = \sqrt{\pi/(2\xi)} J_{n+1/2}(\xi)$, $n_n(\xi) = \sqrt{\pi/(2\xi)} N_{n+1/2}(\xi)$, где $J_n(\xi)$, $N_n(\xi)$ – функции Бесселя и Неймана, соответственно. Количество членов бесконечного ряда, используемое при расчетах по формулам (3) и (6), составляло $N_{\max} = (3...5)ka$ и было достаточным для сходимости [32].

2.2. Учет поглощения в материале рассеивателя

Известно, что при рассеянии акустических волн на металлических сферах поглощение на низких частотах пренебрежимо мало, поэтому в расчетах его можно не учитывать. Однако для других материалов это не всегда так. Учет поглощения в материале рассеивателя удобно проводить введением мнимой части в волновые числа для продольных и поперечных волн [33–35]:

$$\begin{aligned} k_l &= \frac{\omega}{c_l} + i\alpha_l = \frac{\omega}{c_l}(1 + itg\delta_l), \\ k_t &= \frac{\omega}{c_t} + i\alpha_t = \frac{\omega}{c_t}(1 + itg\delta_t), \end{aligned} \quad (7)$$

где α_l , α_t – коэффициенты поглощения, $tg\delta_l$, $tg\delta_t$ – тангенсы угла потерь для продольных и сдвиговых волн, соответственно.

Волновые числа k_l и k_t входят в состав аргументов сферических функций Бесселя и их производных, фигурирующих в определении коэффициентов G_n . При вышеприведенной модификации волновых чисел указанные аргументы становятся комплексными. Так как MATLAB позволяет находить значения функций Бесселя (через которые выражаются сферические функции Бесселя) для комплексных аргументов, то не составляет труда проводить расчет рассеяния с учетом поглощения.

2.3. Рассеяние ультразвукового пучка на углу шар

Не существует бесконечно протяженных источников звука, способных обеспечить формирование плоской волны. Все физически реализуемые акустические источники создают ограниченные звуковые пучки. Поэтому на практике амплитуда падающей на поверхность рассеивателя волны в разных точках поверхности будет разной, а волновой фронт отличен от плоского. Если падающая на рассеиватель волна мало отличается от плоской, то можно с определенными оговорками продолжать использовать теорию плоской волны для расчета рассеянного поля, но при увеличении неоднородности волны это приближение работает все хуже, что приводит к потере части сведений о параметрах рассеивателя, которые можно было бы определить по измеренной ам-

плитуде. В связи с этим возникает необходимость для повышения точности определения неизвестных параметров рассеивателя в теоретических расчетах учитывать пространственную структуру падающего на рассеиватель пучка.

Численный расчет рассеянного поля, вызванного падением акустического пучка на упругий шар, в настоящей работе проводился на основании теоретического подхода, описанного в статье [30].

Пусть на упругий шар радиуса a падает монохроматический волновой пучок. Так как любой волновой пучок может быть представлен в виде суперпозиции плоских волн разных направлений, а для каждой из этих плоских волн решение задачи рассеяния известно, то решение для рассеянной волны в общем случае представляется в виде суперпозиции выражений вида (3). Указанное решение преобразуется к более компактному виду при использовании теоремы сложения для сферических гармоник, что позволяет представить комплексную амплитуду акустического давления в рассеянном поле в виде следующего разложения в ряд по сферическим гармоникам [30]:

$$P_s = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n s_{nm} t_n^{(1)}(kr) Y_{nm}(\theta, \varphi). \quad (8)$$

Здесь $Y_{nm}(\theta, \varphi)$ – сферические гармоники. Коэффициенты разложения s_{nm} представляются в виде $s_{nm} = i^n c_n H_{nm} / \pi$, где выражение для коэффициентов c_n было определено ранее (формула (4)), а $H_{nm} = \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k^2} dk_x dk_y S(k_x, k_y) Y_{nm}^*(\theta_k, \varphi_k)$ – коэффициенты, которые полностью задают падающее поле, характеризующееся угловым спектром $S(k_x, k_y)$. Выражения для углов θ_k , φ_k приводятся в работе [30]. Угловой спектр пучка можно найти по формуле:

$$S(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx dy P(x, y, z_H) e^{-ik_x x - ik_y y}, \quad (9)$$

где $P(x, y, z_H)$ – комплексная амплитуда акустического давления в поперечной плоскости, проходящей через центр шара, на расстоянии z_H от излучателя. Это распределение может быть найдено экспериментально или рассчитано с помощью интеграла Рэлея при известном характере колебаний поверхности излучателя [29]:

$$P(\mathbf{r}) = -\frac{ikc\rho}{2\pi} \int \frac{V_n(x', y', 0) e^{ikR}}{R} dx' dy', \quad (10)$$

где $V_n(x', y', 0)$ – колебательная скорость на поверхности излучателя, $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, $\mathbf{r}' = (x', y', 0)$, интегрирование ведется по поверхности излучателя. В случае круглого поршневого излучателя

$V_n(\mathbf{r}') \equiv V_0 = \text{const}$ при $x'^2 + y'^2 \leq a_{\text{изл}}^2$, $V_n(\mathbf{r}') \equiv 0$ при $x'^2 + y'^2 > a_{\text{изл}}^2$, $a_{\text{изл}}$ – радиус излучателя.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

3.1. Экспериментальная установка

На рис. 2а схематично изображена экспериментальная установка. В бассейн с дегазированной водой помещался плоский пьезокерамический широкополосный излучатель диаметром 38 мм (V392, Olympus, USA) с центральной частотой 1 МГц. На излучатель с генератора подавался импульсный сигнал, состоящий из трех периодов синусоидального сигнала. Центральные частоты используемых в экспериментах импульсов для разных рассеивателей указаны в табл. 1. Благодаря малой длительности излучаемого сигнала, имелась возможность исследовать рассеянное поле в достаточно широкой полосе частот. Измерение акустического сигнала осуществлялось с помощью гидрофона капсульного типа (Onda HGL-0200, USA) с диаметром чувствительного элемента 200 мкм. Во время сканирования акустического поля гидрофон перемещался с помощью системы микропозиционирования (UMS-3, Precision Acoustics, UK) вдоль трех взаимно перпендикулярных осей. Рассеиватель крепился с использованием системы натянутых рыболовных лесок, которые во время измерений фиксировали шар на определенном расстоянии от излучателя (рис. 2б), а малый диаметр лесок (35,7 мкм) позволял не учитывать их влияние на акустическое поле. Использовались лески Berkley NanoFil (Pure Fishing, Inc., США), представляющие собой гибрид плетеного шнура и монофильной лески.

В экспериментах использовались шары из нержавеющей стали марки 95X18-III диаметрами $d = 2.8\text{--}6$ мм, стекла (натриево-кальциево-силикатное стекло – кристаллическое стекло) диаметрами $d = 4\text{--}8$ мм и нейлона (полиамид 6.6) диаметрами $d = 4\text{--}8$ мм, которые размещались на расстоянии 350 мм от излучателя на его акустической оси. Диаметры измерялись микрометром с ценой деления 0.01 мм. Масса шарика измерялась на электронных весах с точностью 0.001 г. Зная массу и диаметр шара, была вычислена его плотность. Погрешность измерения плотности в итоге составляла 0.2–1.8% (см. табл. 1). Вариация плотностей в пределах указанных погрешностей не влияла на величину рассеянного поля. Также в таблице 1 приведены значения плотностей стали, стекла и нейлона на основе справочных данных [36–39].

Металлическая рамка представляла собой П-образную конструкцию из двух вертикальных стержней круглого поперечного сечения

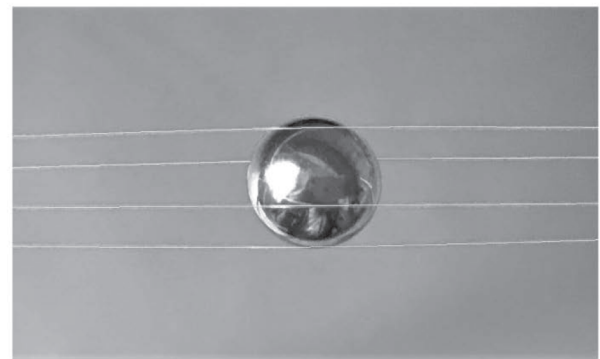
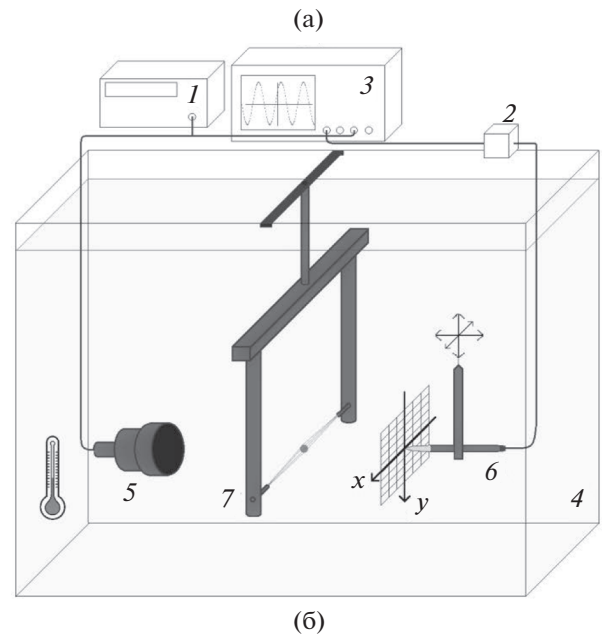


Рис. 2. (а) – Схема экспериментальной установки: 1 – генератор, 2 – предусилитель, 3 – осциллограф, 4 – бассейн с водой, 5 – излучатель, 6 – гидрофон, 7 – металлическая рамка с натянутыми лесками; (б) – крепление рассеивателя с помощью системы натянутых лесок.

длиной 20 см, отстоящих друг от друга на 20 см и прикрепленных верхними торцами к горизонтально расположенному прямоугольному стержню (см. рис. 2а). Вблизи нижних концов стержней были просверлены отверстия, в которые помещались небольшие вставки, содержащие отверстия меньшего диаметра для продевания и закрепления лесок. Использовались четыре лески, которые натягивались в промежутке между стержнями. Лески разводились так, чтобы за счет созданного натяжения между ними можно было устойчиво закрепить шарик (см. рис. 2б).

При рассеянии волн на шарике, закрепленном между лесками, металлическая рамка оказывалась вне области зондирующего акустического пучка, что позволяло избежать паразитного рассеяния падающего поля на рамке.

Таблица 1. Характеристики рассеивателей и входные параметры

Материал шара	Диаметр шара d , мм	Плотность ρ , кг/м ³	Плотность из справочных данных, кг/м ³	Расстояние от центра шара до гидрофона x , мм	Центральная частота импульса, МГц
Сталь	2.763 ± 0.005	7480 ± 60	7500–8200	20.2	1.0
	4.744 ± 0.005	7490 ± 24		35.3	0.85
	5.989 ± 0.005	7710 ± 18		59.7	1.1
Стекло	3.967 ± 0.006	2552 ± 23	2240–2800	23.1	1.0
	6.10 ± 0.02	2653 ± 26		34.4	0.9
	7.981 ± 0.006	2477 ± 6		49.2	1.1
Нейлон	3.945 ± 0.005	1104 ± 20	1020–1130	19.5	1.1
	5.930 ± 0.007	1088 ± 7		39.1	1.0
	5.958 ± 0.007	1074 ± 6		39.1	1.0
	7.990 ± 0.007	1119 ± 6		58.69	1.0

На определенном расстоянии от центра шара, на котором, согласно расчетам, рассеянное поле по величине было сравнимо с падающим, измерялись профили акустического давления вдоль вертикальной оси y , проходящей через акустическую ось, из которых были найдены амплитуда и фаза. Выбор расстояния производился так, чтобы сигнал от рассеянного поля был достаточно сильным для минимизации влияния шумов. Расстояние от центра шара до гидрофона в центральной точке измерений, лежащей на акустической оси излучателя, а также другие параметры приведены в табл. 1. В течение эксперимента с помощью термометра измерялась температура воды, которая составляла $22.0 \pm 0.1^\circ\text{C}$ и не менялась в ходе измерений.

3.2. Методика измерений и обработки экспериментальных данных

Обработка экспериментальных данных и численные расчеты рассеянного поля проводились в среде MATLAB.

Для используемых в эксперименте шаров по формуле (6) были рассчитаны сечения рассеяния в зависимости от частоты, при этом были взяты следующие значения скоростей продольных c_l и сдвиговых c_t волн в рассеивателе: для стали $c_l = 5900$ м/с, $c_t = 3340$ м/с, для стекла $c_l = 5920$ м/с, $c_t = 3420$ м/с, для нейлона $c_l = 2620$ м/с, $c_t = 1080$ м/с (данные значения были представлены производителем шаров RGPBALLS SRL, Италия). Для уточнения указанных значений c_l и c_t , ориентируясь на полученные частотные зависимости сечения рассеяния, для каждого шара был выбран диапазон частот, содержащий резонансные области, чувствительные к малым изменениям упругих скоростей. Для проведения эксперимента ис-

пользовался импульс малой длительности, спектр которого покрывал выбранный для данного шара диапазон частот, а несущая частота импульса соответствовала центральной точке диапазона (см. табл. 1).

На расстоянии 350 мм от излучателя с помощью сканирования поля в поперечной плоскости находилась центральная точка зарегистрированного аксиально-симметричного двумерного распределения амплитуды волны. Она считалась точкой акустической оси, в которую следовало поместить центр исследуемого рассеивателя. Для этого после окончания сканирования гидрофон сначала перемещался на найденную осевую точку участка сканирования, а затем отодвигался на несколько миллиметров в направлении от излучателя. Далее в бассейн опускалась рамка с укрепленным между натянутых лесок шариком так, чтобы центр шарика оказывался непосредственно перед чувствительным участком гидрофона. Таким способом достигалось размещение шара на акустической оси излучателя на заданном расстоянии от излучателя с точностью менее 1 мм. Как следует из расчетов, амплитуда рассеянного поля при смещении шара на 1 мм в поперечном направлении от акустической оси изменяется по величине в точке максимума не более чем на 2% (в зависимости от выбранного шара и частоты) относительно амплитуды при симметричном расположении шара в поле излучателя. Также можно считать, что на положение характерных минимумов и максимумов в частотной характеристике такое смещение не влияет. В данном случае точность размещения рассеивателя на акустической оси была лучше, чем 1 мм, поэтому можно считать, что небольшое возможное отклонение шара от оси не влияло на результат измерений.

Расстояние от шара до излучателя x_1 находилось по измерению времени, за которое сигнал

проходил путь от излучателя до шара и обратно после отражения от поверхности шара, ближней к излучателю.

После того как шар был зафиксирован в нужном положении, в присутствии шара на некотором расстоянии от его центра, где планировалось измерять рассеянное поле, с помощью сканирования поля в поперечной плоскости находилась точка с максимальной амплитудой (эта точка при симметричном расположении рассеивателя в поле излучателя лежит на акустической оси). Найденная точка становилась центральной точкой в последующих измерениях рассеянного поля на оси y . Расстояние от этой точки до излучателя x_2 определялось позже, после удаления шарика, путем измерения времени задержки прихода излучаемого сигнала на гидрофон. Расстояние от центра шара до гидрофона x находилось по формуле $x = x_2 - x_1 - d/2$ (см. табл. 1).

Для каждого шара на фиксированном расстоянии x_2 от излучателя вдоль вертикальной оси y (поперек акустической оси излучателя) было измерено акустическое поле при наличии шара (полное поле) и при его отсутствии (падающее поле). Путем вычитания комплексных амплитуд полного и падающего полей находилась комплексная амплитуда рассеянной волны, которая после нормировки на амплитуду падающего поля в центре шара использовалась для теоретического анализа. Амплитуду падающего поля в центре шара, с одной стороны, можно измерить гидрофоном. С другой стороны, зная амплитуду падающего поля в центральной точке измерений (для удобства), частоту, соответствующую данной амплитуде, и диаметр излучателя, можно рассчитать амплитуду поля излучателя на месте расположения шарика, используя интеграл Рэлея. Сравнение рассчитанных таким способом амплитуд на месте шарика с экспериментально измеренными показывает хорошее совпадение. Относительное расхождение на рассматриваемых частотах не превысило 1%; следовательно, такой способ нахождения амплитуды поля на месте шарика можно использовать с целью сокращения количества измерений и времени проведения эксперимента, что важно для гарантии неизменности внешних условий эксперимента.

Чтобы проверить влияние температурных вариаций во время проведения измерений, сигналы падающего поля измерялись в одной и той же точке в разные моменты времени, разделенные временным интервалом в 10–15 мин, что соответствовало времени между последовательными измерениями полного и падающего полей. Сдвиг фаз сигналов в течение этого времени не происходило, что указывало на неизменность скорости звука в воде с течением времени и, следовательно, на постоянство температуры.

Отдельно было проверено, что крепление не влияет на полученное рассеянное поле. Были проведены измерения падающего поля излучателя при наличии металлической рамки и системы лесок без шарика и при отсутствии рамки. Показано, что вышеприведенные сигналы, а также их спектральные амплитуды и фазы совпадают, то есть рамка и лески не вносят вклада в рассеянное поле и их присутствием можно пренебречь. Другой эффект, который мог быть вызван креплениями, — это демпфирование колебаний рассеивателя (затухание поверхностных волн) в точке контакта шаров и крепежных лесок, что могло бы вызвать изменение формы экспериментальных резонансных кривых по сравнению с рассчитанными в теории. Но подобного влияния лесок при анализе результатов рассеяния замечено не было, т.е. они были достаточно тонкими и поэтому имели слишком малую площадь контакта с рассеивателем, чтобы ощутимо на него воздействовать.

Период дискретизации сигналов гидрофона составлял 8 нс, ширина временного окна — 100 мкс. Проверялось отсутствие в измерениях волн, переотраженных от стенок резервуара или излучателя, путем увеличения частоты следования импульсов до тех пор, пока на экране осциллографа не начинали появляться переотраженные сигналы, после чего частота следования импульсов уменьшалась для исключения подобных наложений. При обработке в рамках упомянутого 100 мкс окна выделялось более узкое окно для локализации основного импульса. Это позволило исключить вклад от переотражений между шаром и гидрофоном и внутри гидрофона, а также уменьшить шумы, возникающие при измерениях. В то же время окно выбиралось достаточно протяженным, чтобы как можно дольше регистрировать сигнал рассеянного поля, “хвост” которого тянется за основным сигналом некоторое время и содержит в себе вклады от переизлучаемых в жидкость волн, возбуждаемых в рассеивателе. Этот “хвост” рассеянного сигнала важен для проявления в спектре рассеянного сигнала резонансных провалов и пиков, определяющих характеристики рассеивателя. Описанное уменьшение ширины исходного временного окна при обработке уменьшает фактическое разрешение по частоте, отбрасывая часть рассеянных слабых сигналов, и поэтому сглаживает реальные резонансные особенности. В связи с этим в теоретических расчетах также вводилось временное окно, используемое при обработке экспериментальных данных, для приближения результатов теоретических расчетов к условиям получения экспериментальных кривых.

Для выделенной части сигнала с помощью преобразования Фурье вычислялся спектр сигнала. Частотный диапазон, используемый для анализа, был ограничен частотами, на которых модуль спектральной амплитуды падающего поля спадал

в 10 раз от максимального значения для данного импульса.

Измерения на оси u дали угловое распределение амплитуды рассеянного поля; отдельно для анализа было взято измерение в центральной точке этого распределения, лежащей на акустической оси, с целью получения частотной зависимости амплитуды рассеяния вперед. При анализе рассеяния было выяснено, что частотная зависимость амплитуды рассеяния вперед по сравнению с угловым распределением более чувствительна к изменениям c_l и c_t , поэтому именно она использовалась для нахождения неизвестных скоростей. Кроме того, характерными особенностями в угловом распределении являются минимумы рассеянного поля, положение которых определяется с большей погрешностью из-за спада сигнала на этих углах практически до нуля и возрастания роли шумов, вносящих погрешности в их определение.

Для определения скоростей продольных c_l и сдвиговых c_t волн использовался следующий функционал:

$$\chi^2(c_l, c_t) = \sum_{n=1}^N \left(\left| \left(P_s^{\text{exp}} \right)_n \right| - \left| \left(P_s(c_l, c_t) \right)_n \right| \right)^2. \quad (11)$$

Здесь P_s^{exp} – экспериментально измеренная амплитуда, $P_s(c_l, c_t)$ – численно рассчитанная по формуле (8) (или по формуле (3) в приближении падения на шар плоской волны), N – количество разных частот, на которых рассматривалось рассеяние вперед, или количество различных пространственных точек, в которых измерялось угловое распределение рассеянного поля. Варьируя значения c_l , c_t и минимизируя функционал (11), были определены указанные скорости. Возможно рассмотрение других совокупностей аргументов функционала: например, зависимости только от одной переменной $\chi^2(c_l)$.

Если по результатам измерений было видно, что заметную роль играло поглощение (в случае нейлоновых шаров), то предварительно по степени сглаженности экспериментальной зависимости амплитуды рассеяния вперед оценивались тангенсы углов потерь, введенные согласно формуле (7), учитывая, что продольные волны поглощаются намного слабее сдвиговых.

Были оценены погрешности найденных скоростей продольных и сдвиговых волн, обусловленные предложенным методом и некоторой несферичностью шаров.

Для косвенной проверки полученных значений были сравнены результаты экспериментальных измерений на оси u с численными расчетами. Наилучшее совпадение двух кривых происходило при подстановке определенных выше скоростей.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ

4.1. Анализ влияния различных параметров шаров на характеристики рассеянного поля

Для теоретического исследования влияния различных параметров на рассеянное поле проводился расчет сечения рассеяния для шаров из стали, стекла и нейлона, используемых в экспериментах. Интерес представляло изучение степени и характера влияния каждого из параметров на сечение рассеяния. Согласно расчетам, изменение плотности материала шара на 5% (это больше максимальной погрешности измерения плотности в данной работе) влияет на сечение настолько слабо, что его можно считать не зависящим от плотности шара в пределах допустимой погрешности. Влияние скорости звука на сечение рассеяния оказалось более заметным: сдвигаются положения пиков и провалов, изменяется их форма и максимальные значения. Для более точных расчетов также важно измерять скорость звука в воде в момент проведения экспериментов.

В отличие от плотности шара и скорости звука в воде, влияние скоростей продольных c_l и сдвиговых c_t волн на частотную зависимость сечения рассеяния оказалось достаточно сильным. На рис. 3 показаны зависимости нормированного сечения рассеяния от безразмерного параметра ka при вариации значений скоростей сдвиговых c_t (рис. 3а) и продольных c_l (рис. 3б) волн для нейлонового шара. Видно, что положение и форма пиков и провалов сильно зависят от значений упругих скоростей. Однако на низких частотах резонансы определяются главным образом сдвиговыми волнами: вариация значений скорости продольных волн вызывает лишь малые изменения по частоте и амплитуде, не заметные по сравнению с аналогичными изменениями, вносимыми вариацией скорости поперечных волн. На более высоких частотах появляется зависимость сечения рассеяния от скорости продольных волн.

Аналогичные частотные зависимости можно построить для амплитуды рассеяния в направлении вперед и получить качественно такие же результаты. Таким образом, в частотных диапазонах, содержащих резонансные пики или провалы, рассеянное поле оказывается чувствительным к малым изменениям скоростей продольных и сдвиговых волн. В то же время рассеянное поле слабо меняется при изменении остальных параметров, определяющих рассеяние. Это дает возможность использовать частотные или угловые зависимости амплитуды рассеянного поля в этих частотных диапазонах для определения скоростей упругих волн.

Наряду со скоростями волн и плотностью, важным параметром являются тангенсы углов потерь для различных типов волн в рассеивателе. На

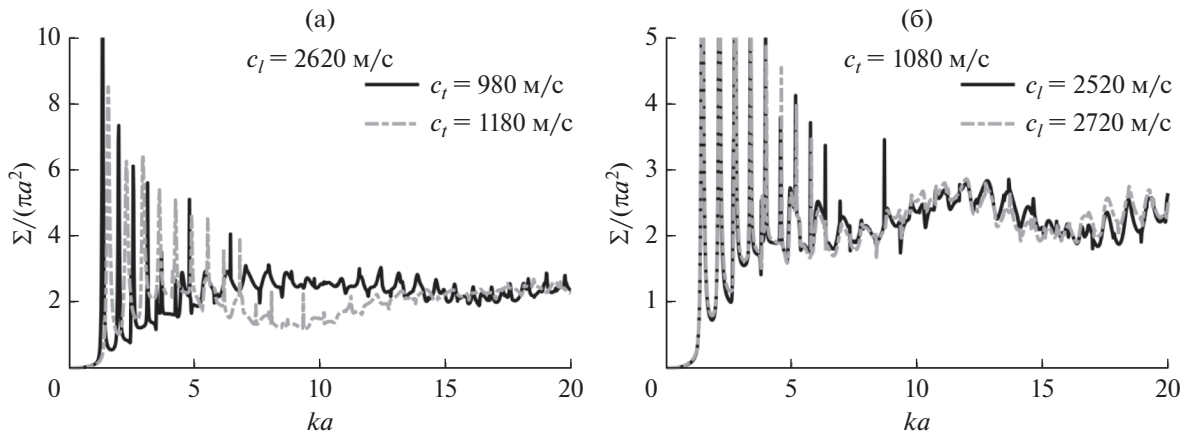


Рис. 3. Сечение рассеяния, нормированное на площадь поперечного сечения шара, в зависимости от безразмерного параметра ka при вариации величин (а) скоростей сдвиговых волн c_t и (б) продольных волн c_l для нейлонового шара.

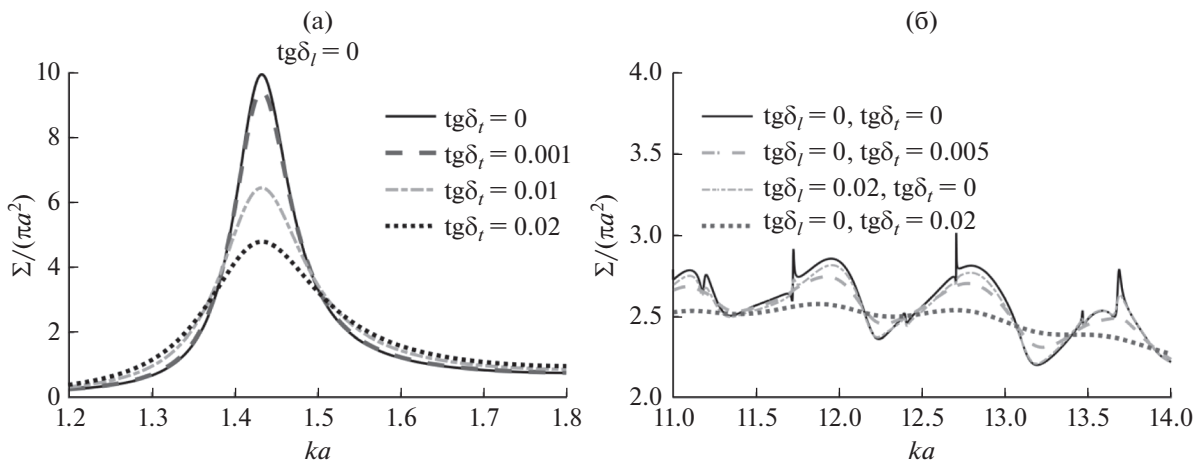


Рис. 4. Сечение рассеяния, нормированное на площадь поперечного сечения шара, в зависимости от параметра ka при вариации тангенса угла потерь продольных $tg \delta_l$ и сдвиговых $tg \delta_t$ волн в разных диапазонах по ka .

рис. 4 изображены частотные зависимости нормированного сечения рассеяния при появлении в расчетах ненулевых тангенсов углов потерь. Так как низкочастотные резонансы обусловлены в большей степени сдвиговыми волнами, то уширения такого резонанса при увеличении тангенса угла потерь продольных волн не происходит. При увеличении тангенса угла потерь сдвиговых волн $tg \delta_t$, амплитуда резонанса уменьшается, а ширина увеличивается (рис. 4а). Таким образом, резонансная кривая, обусловленная сдвиговыми волнами, уширяется при появлении в материале рассеивателя эффекта поглощения сдвиговых волн. Высокочастотные резонансы обусловлены обоими типами упругих волн, но степень зависимости от скорости сдвиговых волн все равно больше. На рис. 4б показано сглаживание резонансов при увеличении тангенса угла потерь как продольных, так и сдвиговых волн. Зависимость резонансов преимущественно от скорости сдвиговых

волн проявляется в более сильном уширении резонансов при увеличении $tg \delta_t$. Уширение резонансных кривых при увеличении $tg \delta_t$ также происходит, но гораздо медленнее. Таким образом, основной вклад учета поглощения заключается в сглаживании резонансных кривых, при этом на некоторых частотах, например, между резонансными пиками, амплитуда может даже увеличиваться по сравнению со случаем без поглощения.

4.2. Определение неизвестных параметров твердых шаров на основе экспериментального исследования характеристик рассеяния

4.2.1. Исследование свойств стальных шаров. Эксперименты проводились для трех стальных шаров разных размеров (см. табл. 1). В стали поглощение звука на рассматриваемых частотах мало и им можно пренебречь. Наименьший среди

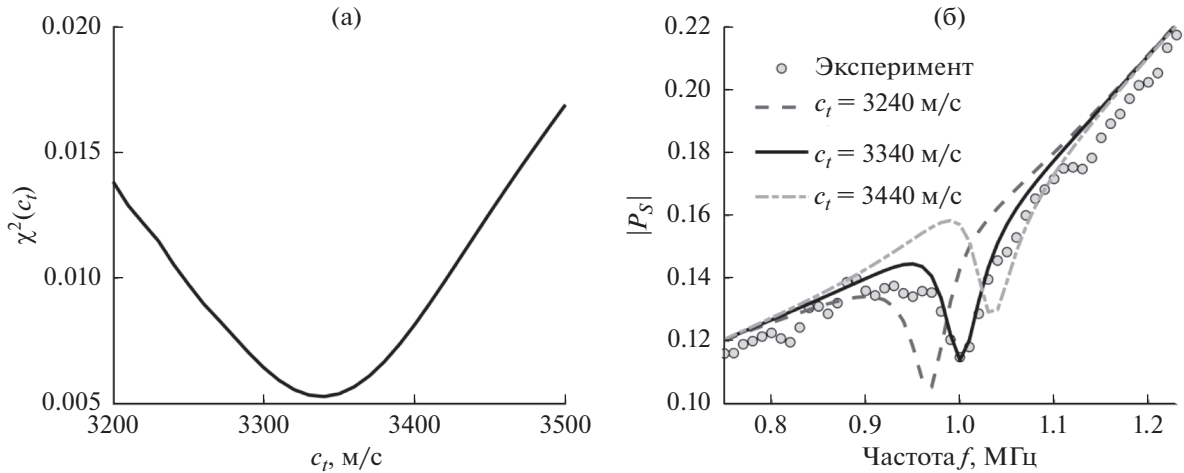


Рис. 5. Результаты для стального шара диаметром 2.8 мм. (а) – Сумма квадратов отклонений точек экспериментальной и численно рассчитанной частотных зависимостей амплитуд рассеяния вперед в зависимости от величины скорости сдвиговых волн $\chi^2(c_t)$. Минимум этой зависимости соответствует искомой скорости сдвиговых волн в рассеивателе. (б) – Амплитуда рассеяния вперед в зависимости от частоты: точки – экспериментально измеренные значения, сплошные кривые – численно рассчитанные для указанных скоростей сдвиговых волн c_t . Амплитуда рассеянной волны нормирована на амплитуду падающего поля в центре шара.

представленных стальных шаров имеет диаметр 2.8 мм. Было выяснено, что на рассматриваемых частотах расхождение амплитуд рассеянного поля, вычисленных для случаев падения на этот шар ультразвукового пучка и плоской волны, составляет меньше 1%. Поэтому для определения неизвестных параметров рассеивателя достаточно использовать приближение плоской волны.

Для данного шара при расчете рассеяния в мегагерцовом диапазоне частот резонансы, чувствительные к величине скорости продольных волн, не обнаруживаются. Поэтому в этом диапазоне частот можно определить только скорость сдвиговых волн. Сравнивая экспериментальную зависимость амплитуды рассеяния вперед от частоты с численно рассчитанной по формуле (3) и минимизируя сумму квадратов отклонений точек этих зависимостей друг от друга путем варьирования скоростей сдвиговых волн c_t при $c_t = \text{const}$ (рис. 5а), была определена неизвестная скорость $c_t = 3340 \pm 15$ м/с. На рис. 5б изображена экспериментальная зависимость амплитуды рассеяния вперед, а также представлены численно рассчитанные зависимости для трех скоростей сдвиговых волн, одна из которых ($c_t = 3340$ м/с) хорошо приближает численные расчеты к экспериментальной зависимости. Отсутствие гладкости в экспериментальной зависимости может быть связано с попаданием в регистрируемый сигнал переотраженных сигналов между шаром и гидрофоном вследствие небольшого расстояния между ними, которое пришлось использовать для уменьшения влияния шумов, так как рассеяние

от малого объекта слабое, а рассеянное поле быстро убывает с расстоянием от рассеивателя.

Так как для стальных шаров диаметрами 4.75 и 6 мм становится заметным спадание падающего поля на краях шара, то численный расчет следует проводить с учетом пространственной структуры пучка. Комплексная амплитуда акустического давления, созданного излучателем, в поперечной плоскости, проходящей через центр шара, рассчитывалась с помощью интеграла Рэлея. Далее с помощью двумерного преобразования Фурье (9) находился угловой спектр $S(k_x, k_y)$, использующийся в расчетах коэффициентов, определяющих рассеяние.

Для стального шара диаметром 4.75 мм ситуация аналогична приведенной выше: в выбранном диапазоне частот сечение рассеяния практически не изменяется при изменении скорости продольных волн в пределах допустимых значений, вследствие чего возможно определить только скорость сдвиговых волн (см. табл. 2). Результаты экспериментальных измерений и численных расчетов изображены на рис. 6 (верхний ряд).

Слабая зависимость сечения рассеяния от c_t говорит о слабом влиянии этой физической величины на рассеяние в данном диапазоне частот для данного шара. Значит, можно считать, что все параметры, обуславливающие характер рассеяния и связанные с ним явления, были определены.

Сечение рассеяния стального шара диаметром 6 мм в мегагерцовом диапазоне частот зависит от скоростей как продольных, так и поперечных волн, поэтому обе скорости могут быть определены

Таблица 2. Определение параметров стальных шаров.

Результаты экспериментов				Справочные данные [36, 37]
диаметр d , мм	обозначение, мм	c_t , м/с	c_l , м/с	
2.763 ± 0.005	2.8	3340 ± 15	—	$c_t = 3180\text{--}3340$ м/с $c_l = 5680\text{--}6100$ м/с
4.744 ± 0.005	4.75	3190 ± 15	—	
5.989 ± 0.005	6	3245 ± 10	5930 ± 50	

ны по результатам измерений рассеянного поля. Варьируя скорости продольных и сдвиговых волн (рис. 6г) и минимизируя отклонение экспериментальной частотной зависимости амплитуды рассеяния вперед от численно рассчитанной, были определены скорости продольных и поперечных волн (см. рис. 6, нижнюю часть, и табл. 2).

Были сопоставлены результаты экспериментальных измерений с численными расчетами для найденных упругих скоростей. На рис. 6б, 6д изображены экспериментальные и численно рассчитанные кривые, соответствующие частотным зависимостям амплитуды рассеяния вперед, для которых была приведена минимизация. На рис. 6в, 6е приведены результаты экспериментальных изме-

рений на оси y и численные расчеты; минимизация для данных экспериментальных точек не проводилась в силу меньшей чувствительности распределения на оси y к изменениям упругих скоростей.

Для скоростей c_l , которые определить не удалось вследствие слабой зависимости от них рассеянного поля, для расчетов использовались значения, указанные производителем, причем вариация значений скоростей в пределах справочных значений (табл. 2) не влияла на результат расчетов.

Заметим, что для жестких материалов изначально можно выделять частотные диапазоны, рассеяние в которых зависит только от скорости

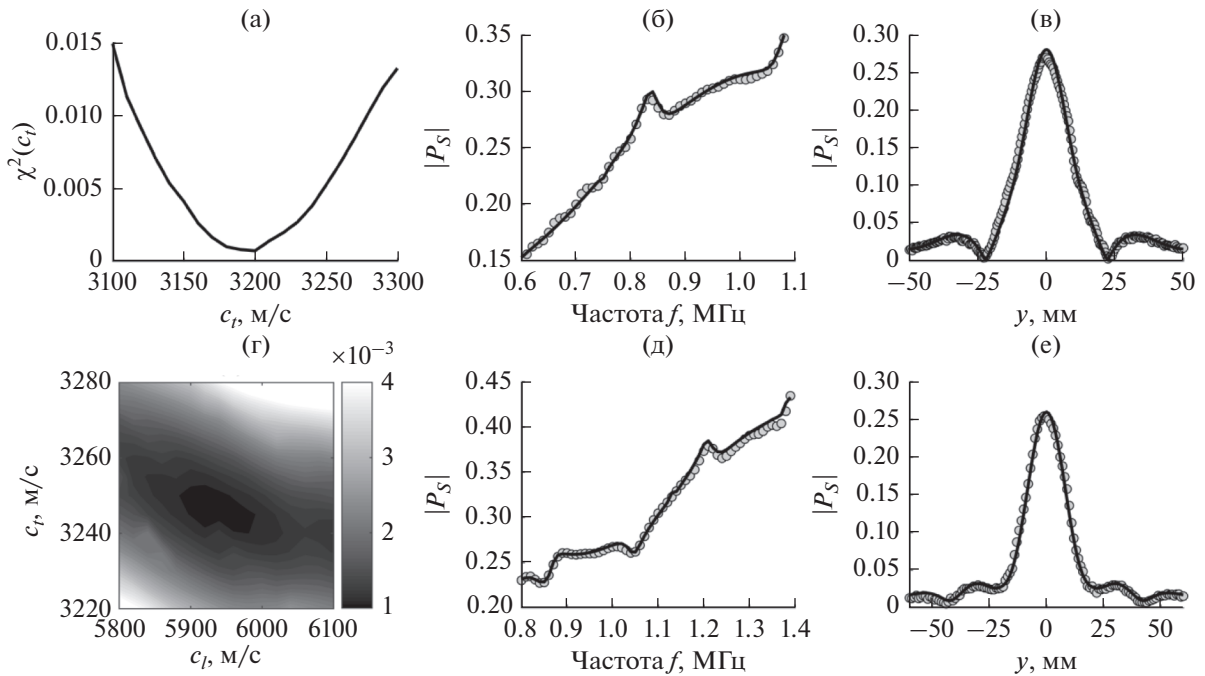


Рис. 6. Результаты для стальных шаров диаметрами 4.75 мм (верхний ряд) и 6 мм (нижний ряд). Сумма квадратов отклонений точек экспериментальной и численно рассчитанной частотных зависимостей амплитуд рассеяния вперед для (а) шара 4.75 мм в зависимости от скорости сдвиговых c_t волн $\chi^2(c_t)$ и (г) для шара 6 мм в зависимости от значений скоростей сдвиговых c_t и продольных c_l волн $\chi^2(c_t, c_l)$; (б, д) амплитуда рассеяния вперед в зависимости от частоты; (в, е) амплитуда рассеянного поля в зависимости от координаты y на частотах 0.83 МГц (сверху) и 1.04 МГц (снизу). Точки – экспериментально измеренные значения, кривые – численно рассчитанные для найденных значений c_t и c_l (указаны в табл. 2). Амплитуда рассеянной волны нормирована на амплитуду падающего поля в центре шара.

Таблица 3. Определение параметров стеклянных шаров

Результаты экспериментов				Справочные данные [36–38]
диаметр d , мм	обозначение, мм	c_t , м/с	c_l , м/с	
3.967 ± 0.006	4	3300 ± 15	5950 ± 50	$c_t = 3400\text{--}3740$ м/с $c_l = 5570\text{--}6000$ м/с
6.104 ± 0.019	6.1	3420 ± 30	–	
7.981 ± 0.006	8	3425 ± 15	5740 ± 100	

сдвиговых волн c_t , и исходя из экспериментальных данных в этом диапазоне определять c_t . Затем проводить измерения в той области частот, где есть зависимость от скорости продольных волн c_l и, зная скорость c_t , определенную из предыдущей итерации, находить c_l .

4.2.2. Исследование свойств стеклянных шаров.

В случае стеклянных шаров при анализе рассеяния не было выявлено заметных эффектов поглощения звука в материале шара, поэтому была использована вышеприведенная методика, описанная для стальных шаров, с учетом про-

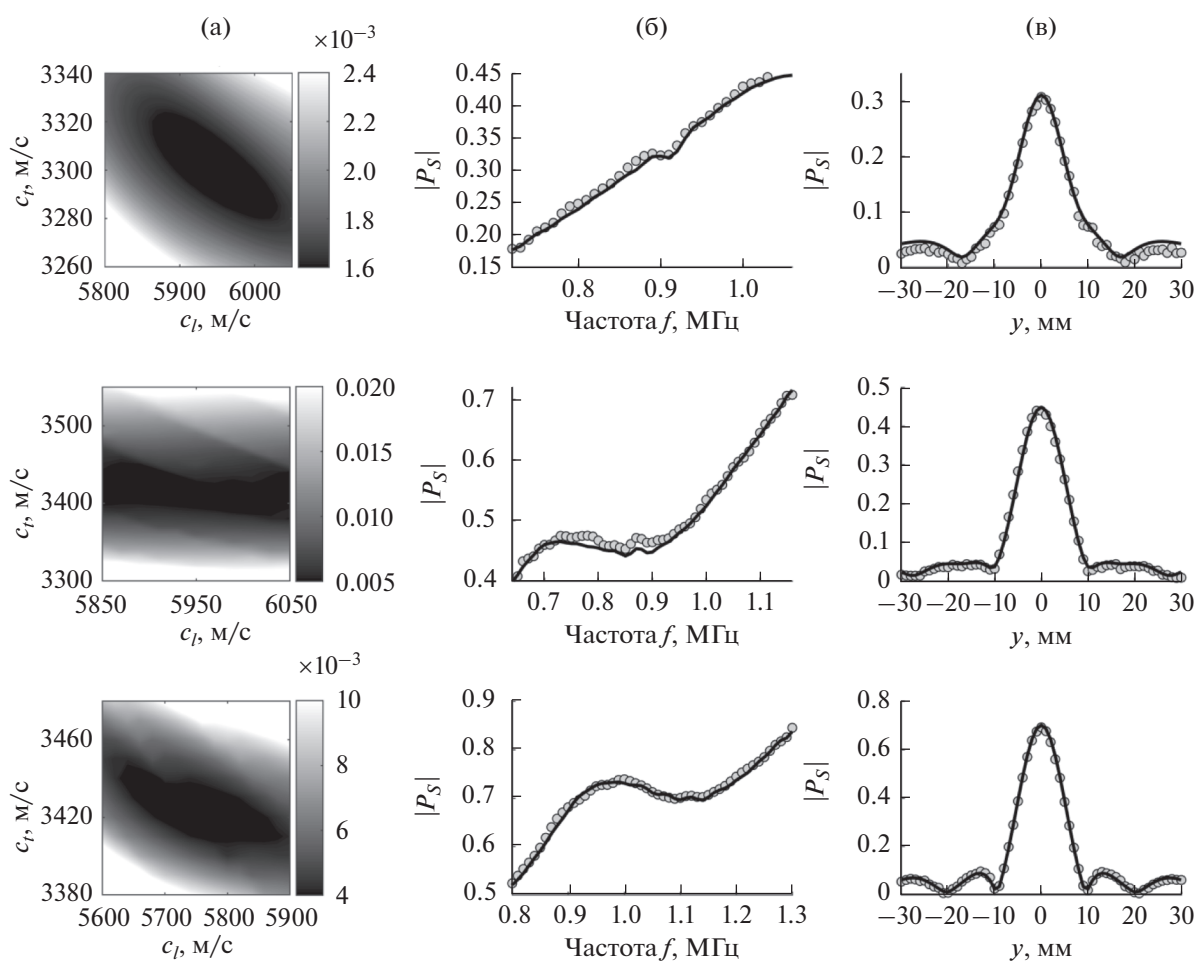


Рис. 7. Результаты для стеклянных шаров диаметрами 4, 6.1 и 8 мм (сверху вниз). (а) — Сумма квадратов отклонений точек экспериментальной и численно рассчитанной частотных зависимостей амплитуд рассеяния вперед в зависимости от скорости сдвиговых c_t и продольных c_l волн ($\chi^2(c_t, c_l)$); (б) — амплитуда рассеяния вперед в зависимости от частоты; (в) — амплитуда рассеянного поля в зависимости от координаты y на частотах 0.91, 0.9 и 1.1 МГц (сверху вниз). Точки — экспериментально измеренные значения, сплошные кривые — численно рассчитанные для найденных значений c_t и c_l (указаны в табл. 3). Амплитуда рассеянной волны нормирована на амплитуду падающего поля в центре шара.

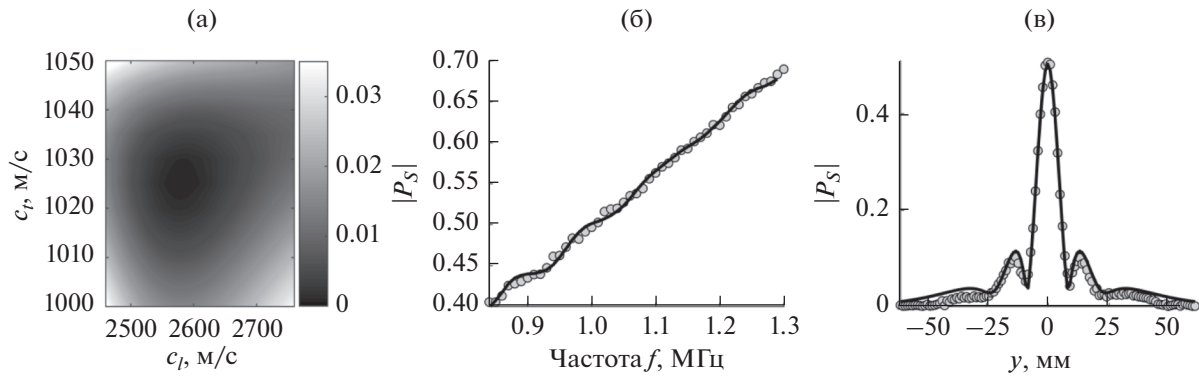


Рис. 8. Результаты для нейлонового шара диаметром 4 мм. (а) – Сумма квадратов отклонений точек экспериментальной и численно рассчитанной частотных зависимостей амплитуд рассеяния вперед в зависимости от скорости сдвиговых c_t и продольных c_l волн ($\chi^2(c_t, c_l)$); (б) – амплитуда рассеяния вперед в зависимости от частоты; (в) – амплитуда рассеянного поля в зависимости от координаты y на частоте 1 МГц. Точки – экспериментально измеренные значения, сплошные кривые – численно рассчитанные для найденных значений c_t и c_l (указаны в табл. 4). Амплитуда рассеянной волны нормирована на амплитуду падающего поля в центре шара.

странственной структуры пучка. Определенные скорости приведены в табл. 3. Результаты измерений и численных расчетов изображены на рис. 7.

Так как величина рассеянного поля в данном диапазоне частот больше зависит от скорости сдвиговых волн, то погрешность их определения гораздо меньше, чем для величины скорости продольных волн. Для шара диаметром 6.1 мм величину c_l определить не удалось из-за ее слабого влияния на вид рассеянного поля (вторая строка на рис. 7), а для двух других шаров c_l определяется с большой погрешностью.

4.2.3. Исследование свойств нейлоновых шаров.

В отличие от стальных и стеклянных шаров, в которых поглощение звука настолько мало, что им можно пренебречь, в нейлоновых шарах наличие поглощения заметно и сильно видоизменяет рассеянное поле, поэтому его необходимо учитывать в расчетах. Чтобы оценить влияние поглощения, были проведены эксперименты с нейлоновыми шарами диаметрами 4, 6 и 8 мм.

Хороших результатов удалось достичь в эксперименте с шаром диаметром 4 мм. Предварительно по степени сглаженности экспериментальной зависимости амплитуды рассеяния вперед оценивались тангенсы углов потерь, введенные согласно формуле (7). Затем, используя полученные приблизительные значения тангенсов углов потерь, находились скорости упругих волн путем минимизации отклонения экспериментальной частотной зависимости амплитуды рассеяния от соответствующей теоретической зависимости. После этого были уточнены тангенсы углов потерь сдвиговых и продольных волн. Известно, что продольные волны в нейлоне поглощаются намного слабее сдвиговых. Вместе с тем резонансы в нейлоне зависят в большей степени от скорости сдвиговых волн. В результате точность определения тангенса угла потерь продольных волн гораздо ниже, но и сама определяемая величина на порядок меньше и влияет на рассеяние также слабо. Результаты приведены на рис. 8, значения определенных величин – в табл. 4.

Таблица 4. Определение параметров нейлоновых шаров

Результаты экспериментов					
диаметр d , мм	обозначение, мм	c_t , м/с	c_l , м/с	$\text{tg } \delta_t$	$\text{tg } \delta_l$
3.945 ± 0.005	4	1025 ± 5	2580 ± 25	0.025 ± 0.002	$\sim 0.005 \pm 0.005$
5.930 ± 0.007	6	1100 ± 15	2510 ± 40	0.020 ± 0.005	–
5.958 ± 0.007	6	1120 ± 15	2550 ± 30	0.020 ± 0.005	–
7.990 ± 0.007	8	1100 ± 15	2700 ± 50	0.020 ± 0.005	–
Справочные данные [36–39] $c_t = 900\text{--}1100$ м/с			$c_l = 1800\text{--}2650$ м/с		

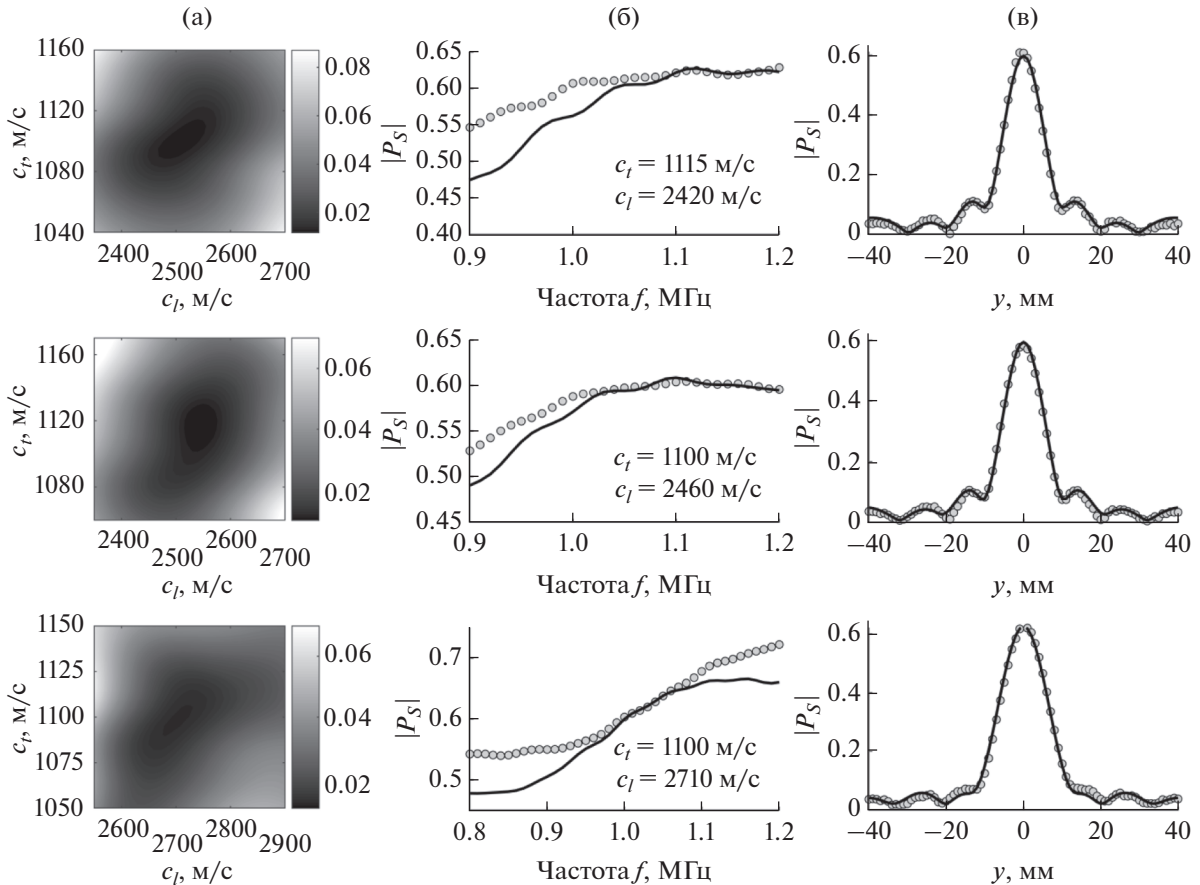


Рис. 9. Результаты для нейлоновых шаров диаметрами 6 мм (два верхних ряда) и 8 мм (нижний ряд). (а) – Сумма квадратов отклонений точек экспериментальной и численно рассчитанной угловых зависимостей амплитуд рассеянного поля в зависимости от скорости сдвиговых c_t и продольных c_l волн на частотах 1.12, 1.1 МГц для шаров 6 мм и 1.05 МГц для шара 8 мм (сверху вниз) ($\chi^2(c_t, c_l)$); (б) – амплитуда рассеяния вперед в зависимости от частоты; (в) – амплитуда рассеянного поля в зависимости от координаты y на тех же частотах. Точки – экспериментально измеренные значения, сплошные кривые – численно рассчитанные: (б) – для указанных на графиках величин c_t и c_l , (в) – для найденных значений c_t и c_l (указаны в табл. 4). Амплитуда рассеянной волны нормирована на амплитуду падающего поля в центре шара.

При аналогичной обработке результатов эксперимента для нейлоновых шаров диаметрами 6 и 8 мм не было замечено такого набора скоростей упругих волн, при которых рассчитанные кривые частотных зависимостей амплитуд рассеяния вперед приближались бы к экспериментальным. Это несовпадение кривых может быть вызвано либо дефектами или неоднородностями в материале шара, либо неопределенностью его параметров, которые зависят от процесса производства. Для исключения случаев единичных дефектов материала были проведены эксперименты с несколькими шарами диаметрами 6 мм. Представлены результаты для двух из них. Было замечено, что в некоторых диапазонах частот численно рассчитанные частотные зависимости амплитуды рассеяния вперед накладываются на экспериментальные зависимости в окрестности

некоторых указанных на графиках значений c_t и c_l (см. рис. 9б). Ввиду этого на этих частотах для анализа было взято распределение рассеянного поля на оси y , и, минимизируя сумму квадратов отклонений точек экспериментально полученной и рассчитанной угловой зависимостей при варьировании значений c_t и c_l , были определены неизвестные скорости (см. рис. 9а, 9в; табл. 4).

В результате описанных выше измерений для нейлонового шара определялись несколько параметров: скорости продольных и сдвиговых волн, а также тангенсы углов потерь. Это можно сделать, так как разные параметры качественно по-разному влияют на рассеяние, а остальные физические величины, определяющие рассеяние, известны с необходимой точностью. Различный вклад в рассеянное поле от разных параметров приводит и к

неодинаковой относительной погрешности определения этих параметров.

Таким образом, для рассеивателей были уточнены скорости продольных и сдвиговых волн, а также оценены тангенсы углов потерь продольных и сдвиговых волн. Полученные величины лежат в диапазоне табличных значений скоростей для данных материалов.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование явлений, связанных с воздействием акустического поля на рассеиватели, требует знания характеристик рассеивателей с максимально возможной точностью. У имеющихся для проведения экспериментов рассеивателей не всегда точно известны упругие константы, так как их величина может варьироваться в зависимости от процесса производства. В результате упругие параметры шара — скорости продольных и сдвиговых волн — известны с большой погрешностью, а простых способов определения этих параметров нет.

В настоящей работе показана возможность использовать экспериментальные измерения рассеянного поля, а именно частотные зависимости амплитуд рассеяния вперед и углового распределения, для определения скоростей продольных и сдвиговых волн и оценки поглощения в упругих сферических рассеивателях миллиметрового размера.

Создана экспериментальная установка для наблюдения рассеяния на шарах миллиметровых размеров, не вносящая искажений в рассеянное поле. Разработана методика проведения эксперимента. Проведены эксперименты со стальными, стеклянными и нейлоновыми шарами диаметрами 2,8–8 мм. В расчетах рассеянного поля учитывалась пространственная структура пучка, что существенно улучшило совмещение экспериментальных и теоретических кривых. С помощью разработанной методики были уточнены скорости продольных и сдвиговых упругих волн в рассеивателях, а также оценены тангенсы углов потерь в случае нейлоновых шаров. Полученные величины лежат в диапазоне табличных значений для данных материалов.

По результатам экспериментальных измерений выяснено, что поглощение в стальных и стеклянных шарах пренебрежимо мало и не влияет на рассеяние, а в нейлоновых шарах сильно поглощаются поперечные волны, и это необходимо учитывать для соответствия теоретических расчетов экспериментальным данным.

Найденные погрешности полученных значений скоростей упругих волн лежат в диапазоне 0,3–1,9%. Погрешность метода можно уменьшить, если увеличить разрешение по частоте для

регистрации более узких пиков, которые более чувствительны к значениям упругих скоростей, определять скорости по нескольким резонансным особенностям, исследуя несколько разных диапазонов частот.

Исследования поддержаны грантом РФФИ №19-12-00148. Теоретическая часть работы выполнена при поддержке стипендии Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС” (Л.М. Котельникова).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Красильников В.А., Крылов В.В. Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984. 403 с.
2. Рождественский К.Н., Толоконников Л.А. О рассеянии звуковых волн на упругом сфероиде // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 5. С. 927–930.
3. Шендеров Е.Л. Дифракция звука на упругой или импедансной сфере, расположенной вблизи импедансной или упругой границы полупространства // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 5. С. 684–694.
4. Хашеминеджад С.М., Малеки М. Резонансное рассеяние звука погруженной анизотропной сферой // Акуст. журн. 2008. Т. 54 № 2. С. 205–218.
5. Буланов В.А., Бьорно Л. Рассеяние звука сферой с учетом поглощения энергии // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 2. С. 252–259.
6. Николаева А.В., Цысарь С.А., Сапожников О.А. Измерение радиационной силы меггерцевого ультразвука, действующей на твердотельный сферический рассеиватель // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 1. С. 29–37.
7. Мальцева Л.А., Гервасьев М.А., Кутын А.Б. Материаловедение. Екатеринбург: УрФУ, 2012. 344 с.
8. MacLennan D.N., Dunn J.R. Estimation of sound velocities from resonance measurements on tungsten carbide calibration spheres // J. Sound Vib. 1984. V. 97. № 2. P. 321–331.
9. Faran J.J. Sound scattering by solid cylinders and spheres // J. Acoust. Soc. Am. 1951. V. 23. № 4. P. 405–418.
10. Hickling R. Analysis of echoes from a solid elastic sphere in water // J. Acoust. Soc. Am. 1962. V. 34. № 10. P. 1582–1592.
11. Flax L., Überall H. Resonant scattering of elastic waves from spherical solid inclusions // J. Acoust. Soc. Am. 1980. V. 67. № 5. P. 1432–1442.
12. Überall H. Acoustic scattering from elastic cylinders and spheres: Surface waves (Watson transform) and transmitted waves // Traitement du Signal. 1985. V. 2. № 5. P. 353–357.
13. Gaunaurd G.C., Überall H. RST analysis of monostatic and bistatic acoustic echoes from an elastic sphere // J. Acoust. Soc. Am. 1983. V. 73. № 1. P. 1–12.
14. Gaunaurd G.C. Techniques for sonar target identification // IEEE J. Oceanic Eng. 1987. V. 12. № 2. P. 419–422.
15. Flax L., Dragonette L.R., Überall H. Theory of elastic resonance excitation by sound scattering // J. Acoust. Soc. Am. 1978. V. 63. № 2. P. 723–731.

16. *Рэлей Дж.В.* Теория звука. Т. 2. М.: Гостехтеориздат, 1955. 503 с.
17. *Strutt J.W.* The problem of whispering gallery gallery // *Phil. Mag.* 1910. V. 20. № 120. P. 1001–1004.
18. *Vogt R.H., Neubauer W.G.* Relationship between acoustic reflection and vibrational modes of elastic spheres // *J. Acoust. Soc. Am.* 1976. V. 60. № 1. P. 15–22.
19. *Sessarego J.P., Sageloli J., Guillermin R., and Überall H.* Scattering by an elastic sphere embedded in an elastic isotropic medium // *J. Acoust. Soc. Am.* 1998. V. 104. № 5. P. 2836–2844.
20. *Gaunaurd G.C., Werby M.F.* Similarities between various Lamb waves in submerged spherical shells, and Rayleigh waves in elastic spheres and flat half-spaces // *J. Acoust. Soc. Am.* 1991. V. 89. № 6. P. 2731–2739.
21. *Шендеров Е.Л.* Излучение и рассеяние звука. Л.: Судостроение, 1989. 304 с.
22. *Williams K.L., Marston P.L.* Backscattering from an elastic sphere: Sommerfeld–Watson transformation and experimental confirmation // *J. Acoust. Soc. Am.* 1985. V. 78. № 3. P. 1093–1102.
23. *Foot K.G.* Refined determination of the rigidity modulus by echo sounder measurement // *Ultras. Symp. Proc.*, IEEE. New York, 1981. P. 900–903.
24. *Hobæk H., Forland T.N.* Characterization of target spheres for broad-band calibration of acoustic systems // *Acta Acust. Acust.* 2013. V. 99. № 3. P. 465–476.
25. *Neubauer W.G., Vogt R.H., Dragonette L.R.* Acoustic reflection from elastic spheres. I. Steady-state signals // *J. Acoust. Soc. Am.* 1974. V. 55. № 6. P. 1123–1129.
26. *Dragonette L.R., Vogt R.H., Flax L., Neubauer W.G.* Acoustic reflection from elastic spheres and rigid spheres and spheroids. II. Transient analysis // *J. Acoust. Soc. Am.* 1974. V. 55. № 6. P. 1130–1137.
27. *Ayres V.M., Gaunaurd G.C.* Inverse acoustic scattering from an elastic sphere // *J. Acoust. Soc. Am.* 1987. V. 82. № 4. P. 1291–1302.
28. *Perdigão J.M., Ferreira A., Lefebvre J.E., Bruneel C.* Experimental determination of resonant forward scattering of solid inclusions in a fluid // *Ultrasonics.* 1988. V. 26. № 2. P. 102–106.
29. *Sapozhnikov O.A., Tsysar S.A., Khokhlova V.A., Kreider W.* Acoustic holography as a metrological tool for characterizing medical ultrasound sources and fields // *J. Acoust. Soc. Am.* 2015. V. 138. № 3. P. 1515–1532.
30. *Sapozhnikov O.A., Bailey M.R.* Radiation force of an arbitrary acoustic beam on an elastic sphere in a fluid // *J. Acoust. Soc. Am.* 2013. V. 133. № 2. P. 661–676.
31. *Морс Ф.М., Феибах Г.* Методы теоретической физики: В 2-х т. Т.2. М.: ИИЛ, 1959. 897 с.
32. *Wiscombe W.J.* Improved Mie scattering algorithms // *Appl. Opt.* 1980. V. 19. № 9. P. 1505–1509.
33. *Strifors H.C., Gaunaurd G.C.* Wave propagation in isotropic linear viscoelastic media // *J. Acoust. Soc. Am.* 1989. V. 85. № 3. P. 995–1004.
34. *Vogt R.H., Flax L., Dragonette L.R., Neubauer W.G.* Monostatic reflection of a plane wave from an absorbing sphere // *J. Acoust. Soc. Am.* 1975. V. 57. № 3. P. 558–561.
35. *Ayres V.M., Gaunaurd G.C.* Acoustic resonance scattering by viscoelastic objects // *J. Acoust. Soc. Am.* 1987. V. 81. № 2. P. 301–311.
36. *Selfridge A.R.* Approximate material properties in isotropic materials // *IEEE Trans. Sonics Ultrason.* 1985. V. 32. № 3. P. 381–394.
37. *Физические величины: справочник.* Под ред. Григорьева И.С., Мейлихова Е.З. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
38. *Кикоин И.К.* Таблицы физических величин. М.: Атомиздат, 1976. 1008 с.
39. *Козлов Н.А., Митрофанов А.Д.* Физика полимеров. Владимир: Владим. гос. ун-т, 2001. 345 с.