

# Униполярные и субцикловые предельно короткие импульсы: последние результаты и перспективы (Миниобзор)

*Р. М. Архипов<sup>+\*1)</sup>, М. В. Архипов<sup>+1)</sup>, А. В. Пахомов<sup>+1)</sup>, П. А. Образцов<sup>+1)</sup>, Н. Н. Розанов<sup>+\*1)</sup>*

*<sup>+</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, 199034 С.-Петербург, Россия*

*\* Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе, 194021 С.-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 5 ноября 2022 г.

После переработки 5 ноября 2022 г.

Принята к публикации 7 ноября 2022 г.

В последние годы достигнут прогресс в получении предельно коротких электромагнитных импульсов вплоть до одноцикловых и униполярных полупериодных импульсов. Для импульсов с такой зависимостью поля от времени поведение и свойства такого излучения, его взаимодействие с веществом приобретает ряд новых особенностей. Для предельно коротких униполярных импульсов важную роль во взаимодействии с веществом играет электрическая площадь импульса (интеграл от напряженности электрического поля по времени в заданной точке пространства). В обзоре представлены последние теоретические и экспериментальные результаты в области получения и воздействия предельно коротких импульсов на протяженные резонансные среды и отдельные микрообъекты (атомы, молекулы, наноструктуры). Обсуждаются результаты новых публикаций, в которых предсказаны явления, возникающие при когерентном распространении предельно коротких импульсов в резонансных средах – самокомпрессия и самоостановка импульса в однородной среде. Особое внимание уделяется рассмотрению воздействия сверхкоротких импульсов на микрообъекты с точки зрения введенной недавно концепции “интерференции” площадей импульсов (электрической площади, площади огибающей). Приведенные в обзоре результаты исследований относятся к возникшему в последнее время новому направлению в современной оптике – “Оптика униполярного и субциклового света”, которое становится активно развивающейся областью современной физики.

DOI: 10.31857/S1234567823010020, EDN: nujolv

**1. Введение.** С момента изобретения первых лазеров большое число исследований в оптике нацелены на поиск путей сокращения длительности лазерных импульсов [1–8]. В последние годы достигнут огромный прогресс в получении сверхкоротких световых импульсов фемто- и аттосекундной длительности [9–11]. Они активно используются для изучения динамики волновых пакетов и свойств вещества на атомных масштабах времен, растет количество работ и обзорных статей, посвященных вопросу получения аттосекундных импульсов и изучению их воздействия на различные среды [12–24].

Получаемые на практике сверхкороткие импульсы в лазерах с пассивной синхронизацией мод, а также аттосекундные импульсы, формируемые с помощью метода генерации гармоник высокого порядка, содержат несколько циклов колебаний электрическо-

го поля за время длительности импульса. Поэтому их электрическая площадь в заданной точке пространства, определяемая как (см. обзор [25])

$$S_E = \int_{t=-\infty}^{+\infty} E(t)dt \quad (1)$$

(где  $E$  – напряженность электрического поля и  $t$  – время), всегда близка к 0.

Немного в стороне от этих исследований до сих пор остаются работы, посвященные решению задачи сокращения длительности световых импульсов до предельной длительности в соответствующем диапазоне – получению уже предельно коротких (ПКИ) одноцикловых (одноцикловых) импульсов, содержащих две полуволны поля одной полярности (период электромагнитного поля зависит от диапазона, в котором решается задача получения ПКИ) и униполярных полубцикловых (или полупериодных) импульсов, содержащих полуволну поля одной по-

<sup>1)</sup>e-mail: arkhipovrostislav@gmail.com; m.arkhipov@spbu.ru; antpakhom@gmail.com; p.obraztsov@gmail.com; nnrosanov@mail.ru

лярности [15, 25–32]. Электрическая площадь униполярных полупериодных импульсов отлична от нуля. Униполярные импульсы в виду однонаправленного воздействия на заряженные частицы являются перспективным инструментом для сверхбыстрого и более эффективного управления свойствами вещества, по сравнению с биполярными импульсами, см. обзоры [25–31] и цитируемую литературу. Кроме того, электрическая площадь ПКИ является важной их характеристикой – она удовлетворяет фундаментальному правилу сохранения в диссипативных средах и в одномерном случае выражение (1) постоянно [25].

Наконец, длительность униполярных и одноцикловых ПКИ в оптическом и ультрафиолетовом (УФ) диапазонах может достигать десятков аттосекунд и быть короче орбитального периода электрона в атоме (сотни аттосекунд) или характерного времени, связанного с энергией основного состояния  $T_g = 2\pi\hbar/E_1$  (где  $E_1$  – энергия частицы в основном состоянии). При такой малой длительности импульсов становятся не применимы результаты теории взаимодействия многоциклового лазерного излучения с веществом. Например, становится не применима теория фотоионизации Келдыша [33]. Для униполярных импульсов в привычном понимании отсутствует интерференция световых пучков [34, 35] и основанные на ней идеи традиционной голографии [36–38]. Однако, голографическая запись возможна, но уже на других принципах, которые будут рассмотрены далее в обзоре.

По иному выглядят нелинейные явления при воздействии ПКИ на резонансные среды, например, явление самоиндуцированной прозрачности (СИП), когда световой импульс проходит резонансную среду без потерь своей энергии в условиях когерентного взаимодействия света и вещества, т.е. длительность импульса короче времени релаксации поляризации  $T_2$  среды [39]. Это условие в случае ПКИ из-за их крайне малой длительности выполняется практически для всех сред с выраженными резонансами. Предыдущие результаты по взаимодействию ПКИ с резонансными средами резюмированы в обзорах [25–32, 40] и цитируемой в них литературе.

В данном миниобзоре будут рассмотрены последние результаты в изучении особенностей когерентного распространения униполярных ПКИ в резонансных средах, возможности генерации ПКИ за счет явления СИП в двухсекционном ультракоротком лазере, вопросы трансформации и самовоздействия ПКИ при их когерентном распространении в режиме СИП в резонансной среде.

Обсуждается предсказанное недавно явление самоостановки ПКИ в резонансных средах. Приводятся результаты в области преобразования формы ПКИ – интегрирование и дифференцирование их временной формы в тонких металлических пленках. Приводятся результаты последних экспериментов по генерации и управлению формой субцикловых терагерцовых (ТГц) импульсов в слоистых материалах с двумерной проводимостью. Обсуждаются особенности взаимодействия малоцикловых импульсов с квантовыми объектами и проводится сравнение воздействия униполярных импульсов с биполярными на резонансные переходы в квантовых системах.

В недавних работах был введен ряд новых понятий. В терминологию физики взаимодействия ПКИ с веществом уже вошел термин “электрическая площадь импульса”. За последние годы появились два новых понятия. Это “атомная мера” электрической площади (“*atomic scale of electric area*”) и “интерференция” площадей импульсов. Будут даны ссылки на эти работы и рассмотрен физический смысл этих новых терминов. Обсуждается проявление данной “интерференции” в экспериментах по возбуждению атомных систем и возможности голографической записи информации при помощи ПКИ в отсутствии когерентности между опорным и предметными пучками.

Таким образом, работы, упоминаемые в данном обзоре, принадлежат к новому направлению в современной физике и нелинейной оптике, которое можно назвать “Оптика униполярного и субциклового света”, посвященному решению актуальной проблемы получения предельно коротких одноцикловых, субцикловых и униполярных импульсов света и изучению их взаимодействия с веществом.

В первом разделе приведем последние результаты по получению субцикловых униполярных ПКИ, что на данном этапе является крайне непростой задачей.

**2. Получение одноцикловых и субцикловых униполярных ПКИ.** При всех преимуществах, которые сулит использование предельно коротких униполярных импульсов для эффективного управления сверхбыстрыми процессами в различных средах, получение таких импульсов остается очень сложной задачей. В большинстве случаев для генерации субцикловых униполярных импульсов, особенно в оптическом диапазоне частот, требуются сложные и громоздкие экспериментальные установки. Вместе с тем, данная область оптики в настоящее время активно развивается, в связи с чем появляются все новые работы по получению униполярных импульсов в самых разных системах.

В частности, в недавних работах [41, 42] было теоретически продемонстрировано, что изначально биполярный одноцикловый ТГц импульс может быть преобразован в униполярный по мере его распространения в неравновесной плазме. Основная идея данного подхода заключалась в том, что если процессы релаксации в неравновесной плазме протекают на протяжении промежутка времени порядка длительности распространяющегося импульса, то передний фронт исходного импульса усиливается, в то время как задний фронт другой полярности, наоборот, затухает. В результате таких преобразований форма импульса сильно изменяется и наблюдается постепенная трансформация биполярного импульса в униполярный.

Другой подход, также основанный на взаимодействии предельно коротких импульсов с неравновесной плазмой, описан в теоретической статье [43]. Здесь были получены изолированные аттосекундные униполярные полуцикловые импульсы длительности до 7.3 ас посредством каскадных процессов, протекающих в плазме. При этом сначала аттосекундный импульс излучается в обратном направлении при возбуждении плотной плазмы одноцикловым фемтосекундным импульсом. После этого формируется электронный слой толщиной в несколько нанометров, который ускоряется электростатическим полем. Затем этот электронный слой проходит через униполярные возмущения, вызванные хвостом излученного аттосекундного импульса вместо исходного лазерного импульса. В результате в пропускании за счет каскадных эффектов формируется изолированный полуцикловый импульс длительностью менее 10 ас.

В работе [44] описан способ получения униполярных полуцикловых ТГц импульсов при взаимодействии мощного ультракороткого лазерного импульса с пленкой металлической фольги. При этом лазерный импульс создает в металле пучок релятивистских электронов, которые пересекают границу слоя фольги, излучая при этом полуцикловый ТГц импульс.

Генерация интенсивного униполярного импульса уже в оптическом диапазоне была показана теоретически в работе [45] при взаимодействии мощного предельно короткого лазерного импульса длительностью в несколько циклов с двойной пленкой металлической фольги. При фокусировке возбуждающего импульса на ультратонком слое фольги все электроны из нее вырываются, образуя таким образом однородный слой релятивистских электронов. Второй слой фольги, расположенный на некотором расстоянии позади, отражает падающий импульс, но про-

пускает электроны сквозь него. При наклонном падении отражение луча создает поперечный ток, излучающий интенсивные полуцикловые импульсы. В результате авторами были получены одиночные полуцикловые импульсы длительностью 50 ас при облучении такой двойной мишени из фольги интенсивными лазерными импульсами.

В работе [46] теоретически демонстрируется генерация интенсивного изолированного аттосекундного униполярного импульса при взаимодействии многоциклового лазерного импульса с металлической фольгой, помещенной в газовую среду. При ионизации газовой среды низкой плотности многоцикловым лазерным импульсом создается плотный слой релятивистских электронов толщиной в несколько сотен нанометров. Когда этот плотный электронный слой проходит через наклонную металлическую фольгу, он излучает одиночный сверхинтенсивный полуцикловый аттосекундный импульс в видимой и УФ областях спектра. При этом длительность излучаемого импульса составляет 200 ас. Важно также, что в описанном методе для получения изолированного аттосекундного импульса исходный возбуждающий импульс не должен быть обязательно одноцикловым, как в большинстве других работ.

Рядом авторов в последние годы также теоретически исследовались униполярные оптические солитоны в различных нелинейных резонансных средах. Так, в работе [47] была показана принципиальная возможность существования в неравновесных средах солитоноподобных униполярных объектов электромагнитной природы в рамках модели двухуровневой среды. Длительность полученных солитоноподобных объектов превышает время фазовой релаксации двухуровневых переходов, но короче времени энергетической релаксации. В последующей работе [48] было найдено решение в виде одномерного униполярного солитона, распространяющегося в многоуровневой неравновесной среде с быстрой необратимой релаксацией индуцированного дипольного момента и медленной релаксацией населенностей уровней. В другой статье [49] было аналитически получено решение в виде ТГц униполярного солитона в квадратично-нелинейной среде.

Также показано существование униполярных солитоноподобных объектов в комбинационно-активной среде (КАС), когда имеется инверсная населенность рамановских подуровней, а на электронно-оптических переходах при этом инверсия отсутствует [50]. Взаимная компенсация потерь за счет релаксации и энергии рамановского усиления. Обратный случай, когда электронно-оптические

переходы имеют инверсную населенность, а на рамановских подуровнях она отсутствует, рассматривался в работе [51]. В этом случае показано возникновение униполярных солитоноподобных структур, которые могут распространяться быстрее скорости света. Интересно упомянуть об исследованиях возможности получения униполярных структур другой природы. Так в работе [52] показана возможность существования униполярных импульсов акустической природы в парамагнитном кристалле во внешнем магнитном поле.

Помимо множества теоретических работ, посвященных методам получения униполярных субцикловых импульсов, в последние годы были проведены также несколько экспериментальных исследований, позволивших зарегистрировать генерацию униполярных импульсов. Например, в недавней работе [53] была экспериментально продемонстрирована униполярность ТГц излучения от нескольких источников импульсного ТГц излучения, используя несколько разных методик измерений. Также были впервые сделаны экспериментальные оценки для электрической площади и степени униполярности для импульсов ТГц излучения. В другой работе [54] авторами была экспериментально зарегистрирована генерация униполярного электромагнитного предвестника в электрооптическом кристалле GaP, возбуждаемом фемтосекундным импульсом титан-сапфирового лазера. При этом источником излучения униполярного предвестника служит ток свободных носителей, которые образуются в кристалле за счет многофотонной ионизации под действием мощного возбуждающего лазерного импульса.

В недавней работе [55] теоретически продемонстрирован необычный характер сверхизлучения импульса остановленной поляризации, возникающего при распространении пары полцикловых импульсов в протяженной пространственно однородной резонансной среде. Показано, что данный импульс поляризации может порождать пару полцикловых униполярных импульсов, имеющих противоположную поляриность, задержка между которыми прямо пропорциональна толщине слоя среды. Данное явление было использовано в недавней работе для получения уже униполярных импульсов с управляемой формой в пространственно неоднородной КАС [56]. В этой работе показана возможность получения униполярных импульсов прямоугольной и треугольной формы, когда концентрация частиц КАС зависит от координаты.

В работе [57] показана теоретически возможность получения рентгеновских аттосекундных импульсов

вплоть до одноцикловых и квазиоднополярных импульсов при отражении лазерного импульса от релятивистского электронного зеркала, которое находится в поле ускоряющего лазерного импульса. Длительность генерируемых импульсов может достигать 50–60 ас. Интересно отметить работу [58], в которой предложен и изучен новый способ получения однополярных инфракрасных (ИК) и ТГц импульсов при взаимодействии мощного лазерного импульса с наноразмерной мишенью. Показана возможность управления длительностью генерируемого импульса при изменении толщины мишени. Амплитуда генерируемых импульсов может достигать релятивистских значений (в несколько теравольт на метр).

**3. Получение оптически индуцированных субцикловых импульсов изменяемой формы в ТГц диапазоне в метаматериалах.** Создание новых источников ТГц электромагнитного излучения на основе различных схем спектрального преобразования фемтосекундных лазерных импульсов активно способствовало развитию в последнее десятилетие новых методов и направлений фундаментальных и прикладных исследований в физике, химии и биологии и дало уникальные возможности при изучении свойств и строения веществ и материалов в практически недоступном ранее спектрально-временном диапазоне [59]. Кроме фундаментальных исследований, ТГц импульсы находят практическое применение и в различных прикладных областях. Так, в последние годы был предложен ряд технических решений по использованию ТГц излучения для микроволновой локации и позиционированию движущихся объектов, для регистрации микроволновых изображений “скрытых” малоразмерных структур и т.д.

Достаточно широкий и информативный спектральный диапазон для большого количества объектов (твердые тела, жидкости, биологические объекты) является основным преимуществом ТГц диапазона. Кроме этого, получение сверхкоротких одноцикловых или униполярных ТГц импульсов, а также импульсов ТГц излучения со сложным временным профилем представляет значительный интерес для разработки ТГц ускорителей электронов и смежных задач. Использование таких импульсов было продемонстрировано как теоретически, так и экспериментально [60–63].

В последние годы появился значительный интерес к исследованию различных “новых” материалов в качестве потенциальной основы для создания ТГц оптоэлектроники. Среди таких материалов так называемые метаматериалы, различные наноструктуры,

тонкие пленки/кристаллы, а также двумерные слоистые кристаллы. Продемонстрировано оптическое возбуждение сверхбыстрых фототоков, приводящих к генерации излучения ТГц диапазона, в таких наноматериалах, как графен [64, 65], углеродные нанотрубки [66, 67], гибридные перовскиты [68, 69].

В этих материалах возникновение фототока обусловлено фотогальваническими эффектами, которые могут наблюдаться благодаря одновременному наличию сильного электрон-фононного взаимодействия и достаточно долгого времени релаксации импульса. Отсутствие запрещенной зоны в таких материалах (графене) и линейный закон дисперсии, в отличие от обычных полупроводников, позволяет наблюдать фотогальванические эффекты даже при возбуждении межзонных переходов с помощью излучения оптического диапазона.

В теоретической работе [70] было продемонстрировано, что наряду с графеном существует другой класс материалов, топологические изоляторы (ТИ), в котором также могут наблюдаться фотогальванические эффекты. ТИ представляют собой класс материалов, сочетающих в себе свойства металла и полупроводника. Поверхность ТИ обладает металлической проводимостью, а электронная структура поверхности может быть описана уравнением Дирака для безмассовых электронов, что роднит этот класс материалов с графеном. Однако, в отличие от двумерного графена, ТИ обладают объемом (т.е. являются трехмерными кристаллами). Объемные свойства ТИ совпадают со свойствами узкозонного полупроводника и определяются наличием запрещенной зоны.

В таких условиях, комбинируя ориентацию образца и изменение поляризации оптической накачки (как линейно поляризованной, так и эллиптически поляризованной), можно индуцировать сверхбыстрые спиральные фототоки, приводящие к генерации различных спин-поляризованных ТГц пучков с различной хиральностью и временной формой. Примеры субцикловых импульсов, полученных в объемном кристалле  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  даны на рис. 1.

На рисунке 1 представлены характерные временные формы  $E_x$  и  $E_y$  компонент поля, индуцированных ТГц импульсов, зарегистрированных при возбуждении кристалла  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  при различных экспериментальных условиях. Как видно, фаза и амплитуда  $E_x$  и  $E_y$  генерируемых импульсов определяются поляризацией оптического излучения и ориентацией кристалла. Причем соотношение этих параметров может быть изменено полностью оптическими методами (т.е. исключительно за счет управления

состоянием поляризации излучения оптической накачки), что, в свою очередь, позволяет генерировать ТГц импульсы с заданной формой импульса и поляризацией.

**4. О возможности получения одноцикловых импульсов в лазере в режиме когерентной синхронизации мод.** В рассмотренных выше работах получение ПКИ происходило за счет трансформации мощных фемтосекундных импульсов в различных средах, расположенных вне резонатора лазера. При этом источником таких импульсов, как правило, являются лазерные системы, которые включают в себя обычно титан-сапфировый лазер, действующий в режиме синхронизации мод, и последующие каскады преобразования излучения. В титан-сапфировом лазере режим синхронизации мод возникает из-за практически безынерционной Керровской нелинейности усиливающей среды, которая обладает очень широкой полосой усиления. При применении компрессоров импульсов внутри резонатора удается получить импульсы длительностью вплоть до двух циклов колебаний [72].

Однако даже такая система достаточно сложна. Возможность получения одноцикловых и субцикловых импульсов в режиме синхронизации мод обычно не рассматривается в силу следующих причин. Принято считать, что это невозможно, так как спектр одноциклового излучения крайне широк, а усиливающие среды с такой широкой полосой усиления отсутствуют. Однако режим когерентного усиления света снимает это ограничение с усиливающей среды лазера [73], когерентное распространение в нелинейном поглотителе в режиме СИП позволяет получить режим так называемой когерентной синхронизации мод (КСМ). Подробное обсуждение особенностей указанного режима и его отличия от известных режимов пассивной синхронизации мод с насыщением поглощения и усиления даны в первой части обзора [40] и цитированной в нем литературе.

Оказалось, что для реализации одноциклового генерации в режиме КСМ необходимо сокращать длину резонатора. Расчеты показали возможность генерации ПКИ вплоть до одноциклового длительности в режиме КСМ в двухсекционном лазере с линейным резонатором с длинами порядка десятка микрон [74]. В этой работе обсуждаются также возможности экспериментальной реализации данного режима. Создание крайне компактного источника одноцикловых импульсов с ТГц частотой повторения является актуальной задачей и требует дальнейшей проработки. Также были выявлены и некоторые ограничения. Оказалось, что фактором, влияющим на

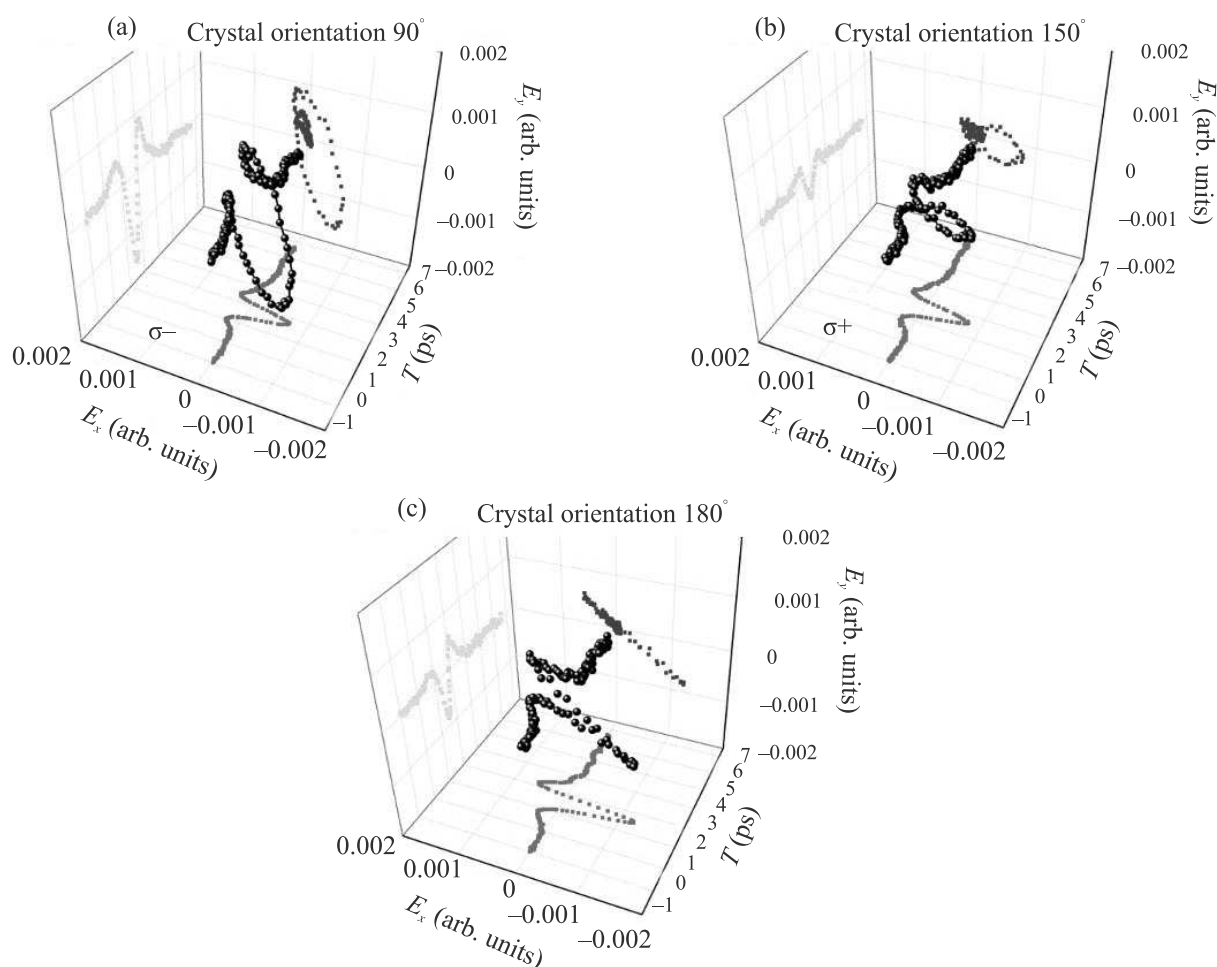


Рис. 1. (Цветной онлайн) Примеры ТГц сигналов, излучаемых кристаллом  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  при его различной ориентации: при возбуждении циркулярно поляризованным оптическим излучением (а), (б), линейно поляризованным пучком (с). Измерения проведены стандартными методами регистрации ТГц излучения [71]

стабильность режима генерации одноцикловых импульсов, является время  $T_2$  релаксации поляризации сред. С одной стороны, этот параметр обеспечивает когерентный режим взаимодействия, а с другой, длительная память сред начинает ухудшать стабильность режима. Малая длина резонатора требует большой концентрации активных усиливающих и поглощающих частиц порядка  $10^{21} - 10^{22} \text{ см}^{-3}$ . При таких концентрациях может возникать ряд интересных эффектов. В следующем разделе остановимся подробнее на вопросе самовоздействия ПКИ в резонансных средах большой оптической плотности.

**5. Самокомпрессия и самоостановка одноцикловых импульсов при когерентном распространении в резонансных средах.** В работе [75] на основе численного решения системы уравнений Максвелла–Блоха были изучены особенности коге-

рентного распространения униполярных аттосекундных импульсов в двухуровневой среде (усиливающей и поглощающей). Динамика импульса существенно зависит от электрической площади входного импульса. Если его параметры таковы, что его входная электрическая площадь меньше или сравнима с  $\pi$ , то по мере распространения в поглощающей среде импульс становился биполярным.

Если его площадь кратна целому числу  $\pi$ , то происходит расщепление исходного импульса на отдельные импульсы. Например, если входной импульс действует как  $4\pi$ - или  $6\pi$ -импульс, тогда происходит расщепление на пару или три импульса соответственно. При этом каждый из импульсов сжимается и ведет себя подобно  $2\pi$ -импульсу СИП. Данная ситуация сходна с поведением длинных многоцикловых импульсов в двухуровневой среде [2, 39, 73].

В работе [76] предложена и теоретически изучена схема компрессии одноциклового импульса при распространении в режиме СИП в двухуровневой среде. В этом случае каждая из составляющих одноциклового импульса униполярных полуволин распространяется в режиме СИП с разной скоростью. При этом они могут либо сближаться, что приводит к компрессии исходного импульса и сдвигу его частоты в высокочастотную область, или, наоборот, полуволны могут расходиться в зависимости от концентрации атомов среды – в этом случае возможно появление двух отдельных импульсов с противоположным направлением полярности на выходе из среды [77].

Возможна и более интересная ситуация, когда одноциклового импульса входит в среду и останавливается в ней, как бы застревающая на некотором расстоянии от ее края. Данное необычное и новое явление было теоретически обнаружено совсем недавно и получило название “самоостановки света” [78] (*self-stopping of light*). Пример такой “самоостановки” приведен на рис. 2.

На этом рисунке представлена динамика поля (а) и разности населенностей (б) в зависимости от координаты в разные моменты времени. Видно, что импульс постепенно замедляется вплоть до полной остановки в центре рис. 2. При этом возникает связанная структура поля и разности населенностей, которая дрожит в пространстве и осциллирует во времени. Такая структура в работе [78] была названа “пространственно-временным осциллоном” (“*light-matter oscillon*”). Частоту осцилляций, оказывающаяся, можно вычислить аналитически, она зависит от концентрации частиц и дипольного момента перехода.

Данный эффект отличается от хорошо известных эффектов замедления и остановки длинных многоциклового импульсов при электромагнитно-индуцированной прозрачности [79–81] и СИП [39]. Самоостановка в таком случае возникает из-за самодействия ПКИ в среде, в результате которой из-за осциллирующей инверсии среды образуется локальный неподвижный динамический квазирезонатор, из которого свет не может выйти и самозапирается в нем [78].

Данный эффект самоостановки наблюдается в плотной среде при достаточно высоких концентрациях. Численные расчеты показывают, что учет локального поля за счет введения поправки Лоренца [82] не приводит к исчезновению самоостановки импульса. Пример результата расчетов на рис. 3 показывает существование самоостановки при учете локального поля.

Еще раз отметим, что эффект самоостановки одноциклового импульса наблюдался в однородной среде. “Остановка” части излучения может наблюдаться в дефектах однородного вещества с периодической модуляцией параметров [83, 84] и при столкновении солитонов [85]. Остановка светового импульса также может возникать и без столкновения [86] со встречным импульсом, если среда состоит из тонких слоев резонансных частиц (резонансный фотонный кристалл). При остановке импульса возможна конверсия его частоты, как показано в работе [87]. Вопросы, связанные с пленением – остановкой Брэгговских солитонов в подобных системах, разбираются в монографии [88].

**6. Временное интегрирование и дифференцирование напряженности электрического поля предельно коротких импульсов.** Актуальной проблемой оптики предельно коротких импульсов является нахождение способов для управления их формой, в частности, осуществления различных пространственных и временных преобразований профиля импульсов. В данном разделе будут рассмотрены несколько таких временных преобразований, а именно, временное интегрирование и дифференцирование предельно коротких импульсов. На сегодняшний день подобные операции временного интегрирования и дифференцирования хорошо известны в радиотехнике, их можно проводить в RC-цепочках. В оптике подобные операции являются менее известными.

Прежде всего стоит отметить, что операции временного интегрирования и дифференцирования достаточно хорошо изучены для длинных многоциклового импульсов и были продемонстрированы в различных резонансных оптических структурах [89–98]. В таком случае эти преобразования осуществляются для медленно меняющейся огибающей таких длинных импульсов. Вместе с тем для предельно коротких импульсов само понятие огибающей теряет смысл и приходится иметь дело уже непосредственно с самой временной зависимостью напряженности электрического поля. При этом ранее такие операции временного интегрирования и дифференцирования для временной зависимости электрического поля не были реализованы.

В работе [99] впервые была показана возможность осуществления преобразований временного интегрирования и дифференцирования для поля предельно коротких импульсов, а именно для зависимости напряженности электрического поля от времени в таких импульсах. Данные операции реализуются при прохождении линейно поляризованных импуль-

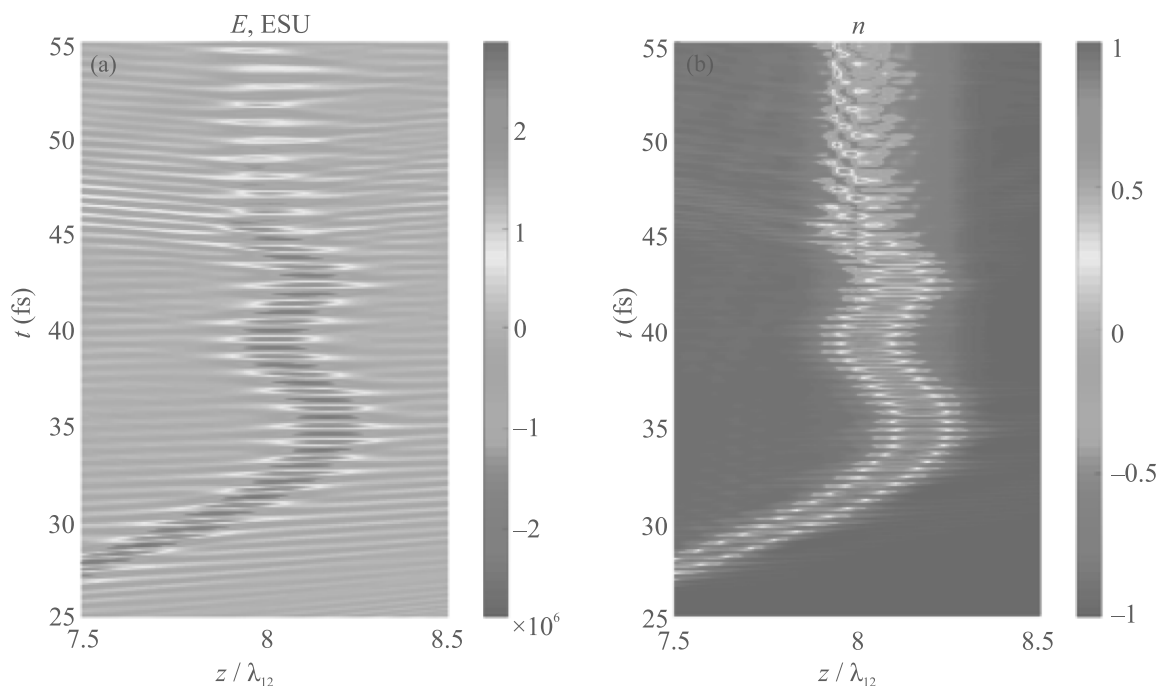


Рис. 2. (Цветной онлайн) Динамика электрического поля  $E$  (a) и разности населенности  $n$  (b). Концентрация двухуровневых атомов  $N_0 = 6.3 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$

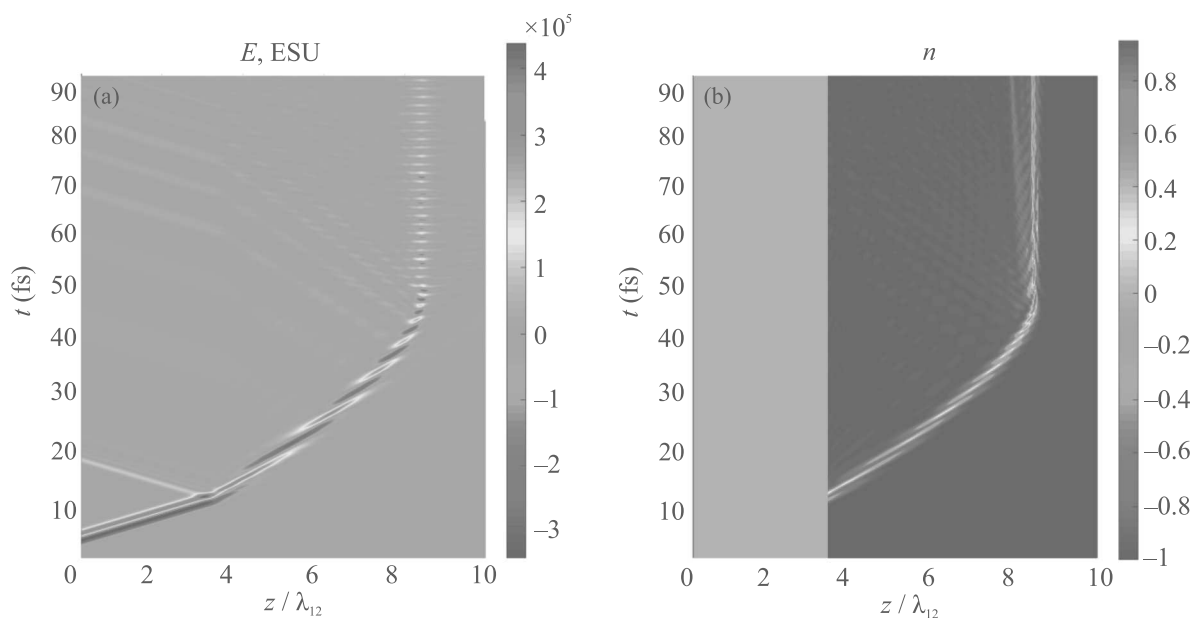


Рис. 3. (Цветной онлайн) Динамика электрического поля  $E$  (a) и разности населенности  $n$  (b). Концентрация двухуровневых атомов  $N_0 = 8 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$ . Частота импульса в два раза ниже резонансного перехода среды

сов через тонкие проводящие пленки в одномерной геометрии задачи. В таком случае при достаточно малой толщине пленки в отражении можно получить сигнал, который будет представлять собой точный интеграл по времени от напряженности электрического поля в исходном импульсе, а в пропускании

при достаточно большой толщине пленки можно получить точную временную производную падающего импульса.

Осуществление обоих преобразований требует разных значений толщины пленки, так что не представляется возможным получить одновременно



и временной интеграл, и временную производную падающего предельно короткого импульса в отражении и прохождении соответственно. Так, для временного интегрирования в отражении требуется, чтобы толщина проводящей пленки была много меньше, чем длина волны, соответствующая плазменной частоте проводящей среды пленки. Для временного дифференцирования в пропускании, наоборот, толщина пленки должна быть порядка или же больше, чем длина волны, соответствующая плазменной частоте проводящей среды. В обоих случаях данные условия означают, что точность выполнения данных временных преобразований тем выше, чем ниже амплитуда полученного на выходе сигнала. Действительно, амплитуда отраженной от пленки волны уменьшается с уменьшением толщины пленки, тогда как амплитуда прошедшей волны, наоборот, уменьшается с увеличением толщины проводящей пленки. Следовательно, для практического осуществления данных временных преобразований требуется находить определенный баланс между точностью интегрирования/дифференцирования и амплитудой полученного полезного сигнала.

Наконец, как было показано в работе [100], продемонстрированные операции временного интегрирования/дифференцирования выполняются не только для импульсов длительностью в несколько циклов, но и для субцикловых импульсов, в частности, униполярных. Данные результаты позволяют рассчитывать на применение продемонстрированных временных преобразований для контролируемого управления формой предельно коротких импульсов.

Интересно также рассмотреть применение закона сохранения электрической площади импульсов (1) к рассматриваемой системе. Данный закон сохранения утверждает, что электрическая площадь должна быть постоянна в пространстве, когда произвольный предельно короткий импульс распространяется в диссипативной среде в одномерной геометрии [25]. Применительно к рассматриваемой системе, этот закон требует, чтобы электрическая площадь прошедшего импульса была равна сумме электрических площадей падающего и отраженного импульсов. Это равенство означает, что электрические площади падающего и отраженного/прошедшего импульсов могут сильно различаться. Например, падающий импульс с нулевой электрической площадью может быть преобразован в два униполярных импульса при условии, что электрические площади отраженного и прошедшего импульсов равны. Наоборот, падающий униполярный импульс может произвести биполярный импульс с нулевой электрической площадью в от-

ражении или пропускании, если остальной прошедший/отраженный импульс имеет такую же электрическую площадь, что и падающий. Эти рассуждения показывают, что взаимные преобразования биполярных и униполярных импульсов, возникающие при реализации операций временного интегрирования и дифференцирования, не нарушают фундаментальный закон сохранения электрической площади импульса.

Интересно отметить возможность временного дифференцирования униполярных импульсов при их фокусировке. В работе [101] на основе численного моделирования была изучена структура поля однополярного импульса с плоским фронтом при фокусировке цилиндрическим параболическим зеркалом. Показано превращение униполярного импульса в биполярный, причем сфокусированный импульс представляет собой первую производную падающего униполярного импульса.

В заключении данных разделов уместно отметить, что во многих задачах получения и преобразования формы униполярных импульсов, рассмотренных выше, использовалось одномерное приближение. Оно может быть использовано в коаксиальных волноводах, в которых могут распространяться униполярные импульсы из-за отсутствия в таких волноводах модовой дисперсии и частота отсечки [102].

**7. Особенности воздействия предельно коротких импульсов на микрообъекты, когда длительность импульса короче характерного времени, связанного с основным состоянием системы.** В последующих разделах остановимся на особенностях взаимодействия ПКИ с квантовыми объектами. Сравним воздействия полуцикловых униполярных и многоцикловых импульсов на квантовые объекты. Многоцикловые импульсы до настоящего времени были единственным источником возбуждения квантовых систем, особенно в ситуациях резонансного и около резонансного воздействия [2, 73]. Униполярные импульсы, несмотря на нерезонансный характер их воздействия из-за отсутствия периодичности в зависимости поля от времени, обладают однонаправленным воздействием на заряды в квантовых системах, тем не менее могут быть использованы для эффективного и более быстрого возбуждения квантовых систем [28, 31].

Если длительность ПКИ короче характерного времени, связанного с энергией основного состояния  $T_g = 2\pi\hbar/E_1$  (где  $E_1$  – энергия частицы в основном состоянии), то его воздействие на микрообъекты определяется электрической площадью импульса, а не его энергией [103–109]. Данный вывод следует

непосредственно из приближенного решения уравнения Шредингера с членами, зависящими от времени, в приближении внезапных возмущений Мигдала [110].

Рассмотрим подробнее приближение Мигдала для взаимодействия заряда в квантовой системе с ПКИ. Уравнение Шредингера для волновой функции  $\psi$  имеет вид [111]:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = [\hat{H}_0 + V(t)]\psi. \quad (2)$$

Здесь  $\hat{H}_0$  – собственный гамильтониан системы и  $V(t) = -dE(t)$  – потенциал ее взаимодействия с импульсом излучения,  $d$  – дипольный момент системы.

В случае короткого импульса,  $\tau < T_g$ , на основании приближения внезапных возмущений Мигдала волновая функция электрона после окончания импульса может быть записана в следующем виде [103–109]:

$$\Psi_+(x) = \psi_0(x)e^{i\frac{q}{\hbar}S_E x}, \quad (3)$$

где  $\Psi_0(x)$  – волновая функция до прихода импульса,  $S_E = \int E(t)dt$  – электрическая площадь импульса (1). В этом приближении можно получить наглядные аналитические выражения для населенностей связанных состояний частицы в случае простейших квантовых систем – атома водорода, квантового осциллятора, частицы в яме и т.д. после импульса, см. ниже.

Для описания взаимодействия униполярных и субцикловых ПКИ с квантовыми объектами, когда их длительность короче  $T_g$ , целесообразно ввести новую физическую величину – “атомная мера площади” квантовой системы. Она введена для оценки эффективности возбуждения квантовых систем такими импульсами [105, 106] и имеет размерность импульса. “Атомная мера площади”  $S_0$  системы равна отношению постоянной Планка к произведению характерного размера квантовой системы на электрический заряд квантовой частицы. Она универсальна и может быть использована для оценки степени эффективности действия униполярных и квазиуниполярных импульсов на различные квантовые системы – атомы [106], молекулы [107], ионы [108] и наноструктуры [109, 112].

Например, для водородоподного атома населенность основного состояния после окончания действия импульса определяется выражением [103, 105, 106]

$$w_0 = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{S_E}{S_0}\right)^2\right]^4}. \quad (4)$$

В выражение (4) входит атомная мера площади  $S_0 = \frac{2\hbar}{a_0 q} = 7.94 \cdot 10^{-10}$  эрг·с/см·ед СГСЭ. Здесь  $m$  – масса электрона,  $q$  – заряд электрона,  $\hbar$  – приведенная постоянная Планка,  $a_0$  – радиус первой борховской орбиты, т.е. размер атома. Заселенность основного состояния квантового гармонического осциллятора имеет вид [104, 105]:

$$w_{0\text{HO}} = e^{-\frac{S_E^2}{S_{0\text{HO}}^2}}, \quad (5)$$

где выражение для атомной меры имеет вид  $S_{0\text{HO}} = \frac{\sqrt{2\hbar}}{qx_0}$ . Мера площади также обратно пропорциональна размеру осциллятора в основном состоянии  $x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_0}}$ . Как показывают результаты расчетов, вероятность ионизации водорода также определяется отношением электрической площади импульса к ее атомной мере, а не энергией импульса или его пиковой амплитудой [106].

Различия в воздействии длинных многоцикловых и униполярных субцикловых импульсов на квантовые объекты проиллюстрированы в табл. 1 ниже.

В случае, когда длительность светового импульса сравнима с  $T_g$ , приближение внезапных возмущений становится неприменимо. Наиболее простые соотношения, допускающие наглядную физическую картину действия таких импульсов, можно получить с помощью теории возмущений, когда амплитуда внешнего поля считается малой. В этом случае воздействие ПКИ на квантовую систему определяется суммой квадратов электрической площади импульса и площади его огибающей [113, 114].

Приведем результат сравнения изменения заселенности связанного состояния в квантовой системе под действием многоциклового импульса с площадью огибающей  $\Theta$  и униполярного с электрической площадью  $S_E$  [115]. Изменение населенности будет одинаковым, если выполнено условие:

$$\frac{d_{1n}^2}{\hbar^2} \pi S_E^2 = 0.5\Theta^2. \quad (6)$$

Из этих соотношений следует, что униполярный импульс действует так же, как биполярный, если квадрат электрической площади первого равен половине квадрата площади огибающей второго. Формула (6) имеет наглядную физическую интерпретацию, если биполярный импульс представить в виде последовательности однополярных составляющих, идущих с периодом резонансного перехода среды. Эти соотношения показывают, что одна полуволна поля действует так же на квантовый переход среды, как и биполярный импульс, если электрическая площадь

Таблица 1. Сравнение воздействия униполярных и биполярных многоцикловых импульсов на микрообъекты

Биполярные многоцикловые импульсы	Униполярные, субцикловые импульсы (УИ)
Воздействие на резонансные переходы двухуровневой среды определяется площадью огибающей импульса.	Воздействие на резонансные переходы в любой многоуровневой квантовой системе, а также вероятность ее ионизации определяется отношением электрической площади импульса к ее атомной мере, а не его энергией или пиковой амплитудой, если длительность импульса короче орбитального периода электрона в атоме (или времени $T_g$ , связанного с энергией основного состояния)
Для описания процессов фотоионизации используется теория Келдыша.	В этом случае теория туннельной ионизации Келдыша не применима.
Используются для резонансного возбуждения квантовых переходов в атомах и молекулах. Полный механический импульс, переданный заряженной частице за период поля, равен 0.	Не имеют несущей частоты и обладают малой длительностью. Могут быть использованы для эффективного и более быстрого возбуждения квантовых переходов в атомных системах. Ввиду однонаправленного воздействия на частицу передают ненулевой импульс заряженной частице.
Электрическая площадь всегда близка к 0.	Обладают ненулевой электрической площадью
Важной характеристикой является площадь огибающей, определяемая как временной интеграл по времени от медленно меняющейся амплитуды поля.	Важной характеристикой является электрическая площадь импульса.
В задачах резонансного взаимодействия света с веществом площадь огибающей удовлетворяет теореме площадей Мак Кола и Хана.	В задачах распространения и взаимодействия излучения с веществом электрическая площадь импульса удовлетворяет правилу сохранения в диссипативных системах

первого равна суммарной площади последовательности униполярных составляющих многоциклового импульса, которая представляет собой площадь его огибающей [115].

Обратим внимание, что второй униполярный импульс должен следовать с определенной задержкой относительно первого, поскольку результат воздействия нескольких биполярных импульсов приводит к эффекту “интерференции” электрических площадей, который будет рассмотрен в следующем разделе.

**8. Интерференция площадей предельно коротких световых импульсов при их воздействии на квантовые объекты.** Действие нескольких коротких импульсов на среду может быть рассмотрено с точки зрения введенного в работах [113, 114] представления об интерференции электрических площадей импульсов. Рассмотрим эти новые представления более подробно.

Под интерференцией света в оптике понимается увеличение или уменьшение интенсивности двух или более когерентных монохроматических световых волн при их пересечении в пространстве [34, 35]. При интерференции двух монохроматических пучков света зависимость освещенности экрана в заданной точке пространства в области их перекрытия определяется разностью хода между пучками и дается выражением [34, 35]

$$I(x) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\Delta k} + \Delta\varphi\right), \quad (7)$$

где  $I_1$  – интенсивность волны от первого источника,  $I_2$  – интенсивность второго источника,  $\Delta k$  и  $\Delta\varphi$  – разность волновых векторов и фаз интерферирующих волн соответственно.

Также в случае ПКИ говорить об интерференции импульсов в традиционном понимании не имеет смысла, так как создание интерференционной картины невозможно ввиду малой области перекрытия импульсов и отсутствия несущей частоты у импульсов излучения. Тем не менее при когерентном взаимодействии коротких импульсов со средой, когда их длительность короче времени релаксации разности населенностей  $T_1$  и поляризации среды  $T_2$ , импульсы могут взаимодействовать со средой без одномоментного перекрытия в среде посредством наведенных ими волн поляризации (когерентности) среды [116–129]. В этом случае можно говорить об интерференции волн поляризации среды с полем падающих импульсов.

Подобные ситуации изучались еще в первых экспериментах по фотонному эху в случае взаимодействия со средой длинных многоцикловых лазерных импульсов экспериментально [116, 117] и теоретически [118, 119]. Впоследствии динамика когерентности среды при фотонном эхе в среде, возбуждаемой пре-

дельно короткими импульсами, исследовалась теоретически в работах [130–135]. А динамика решеток разности населенностей, их создание и сверхбыстрое управление с помощью ПКИ изучались теоретически только в последние годы [120–129].

Рассмотрим ситуацию, когда на среду из квантовых систем (атомы, молекулы, квантовые точки и т.п.) воздействует последовательность импульсов, длительность которых крайне мала. Тогда импульсы можно приближенно считать дельтаобразными

$$E(t) = \sum_n S_{E,n} \delta(t - t_n), \quad (8)$$

где  $t_n$  – задержки между импульсами,  $S_{E,n}$  – электрическая площадь импульса с номером  $n$ . Взаимодействие считаем когерентным, т.е. интервал времени между импульсами короче времени релаксации поляризации среды  $T_2$ .

В рамках теории возмущений амплитуды состояний даются выражением  $a_k = \frac{d_{0k}}{\hbar} \int E(t) e^{i\omega_{0k}t} dt$  [111]. Таким образом, при воздействии на систему последовательности импульсов результирующая амплитуда состояний с номером  $n$  дается просто суммой амплитуд состояний, которая получалась бы при воздействии каждого импульса по отдельности, и зависит от задержек между импульсами. Для расчета населенности состояний нужно вычислить квадрат модуля получившейся амплитуды. Данная процедура аналогична вычислению интенсивности света (7) при интерференции двух монохроматических пучков света. В этом смысле результат воздействия последовательности ПКИ на квантовые системы может быть интерпретирован с точки зрения интерференции амплитуд связанных состояний системы [113, 114].

При воздействии на системы пары дельтаобразных импульсов  $E(t) = S_{E,1}\delta(t) + S_{E,1}\delta(t - \Delta)$  выражение для населенности имеет вид [123, 124]

$$w_{0n} = \frac{d_{0n}^2 S_{E,1}^2}{\hbar^2} + \frac{d_{0n}^2 S_{E,2}^2}{\hbar^2} + 2S_{E,1}S_{E,2} \cos \omega_{0n}\Delta. \quad (9)$$

Видно, что населенность связанных состояний определяется суммой квадратов электрических площадей импульсов  $S_{E,1}$ ,  $S_{E,2}$  и периодически зависит от задержки между импульсами  $\Delta$ . Аналогичные выражения можно получить для импульсов произвольной формы. Данное выражение очень похоже на выражение (7) для интенсивности света при интерференции двух монохроматических пучков света. В случае же ПКИ можно говорить об “интерференции” их электрических площадей – они могут как усилить друг друга, так и компенсировать в зависимости от задержки между импульсами [113, 114].

Если же на систему воздействует униполярный полуцикловый импульс, содержащий длинный осциллирующий хвост с меняющейся полярностью, то такой импульс можно представить в виде двух подимпульсов – униполярного и длинного биполярного. В этом случае воздействие такого импульса на квантовую систему будет зависеть от положения униполярной полуволны относительно биполярного хвоста, т.е. от задержки между униполярной и биполярной частью исходного импульса, а также от суммы квадратов электрической площади униполярной части и площади огибающей длинного хвоста. В такой ситуации можно говорить об интерференции электрической площади и площади огибающей импульсов [113, 114]. Эта интерференция может проявляться при воздействии подобных импульсов на атомные системы в экспериментах, аналогичных тем, которые были рассмотрены в работе [15].

Еще раз обсудим физический смысл “интерференции” площадей коротких световых импульсов. Он выражается в неявном сложении механических импульсов, передаваемых электромагнитным полем заряженной частице.

Квантовая система находится в суперпозиционном состоянии, которое возникает под действием электромагнитного импульса и имеет классический аналог, она ведет себя, как осциллятор. Так, первый световой импульс воздействует на систему, передает ей механический импульс и выводит систему из положения равновесия. В процессе последующих колебаний осциллятора механический импульс частицы меняет величину и направление во времени. Поэтому приход второго светового импульса, который также передает механический импульс квантовой частице, может либо суммироваться, либо вычитаться с приобретенным от действия первого импульса. Поэтому и появляется множитель с задержкой по времени, умноженной на частоту перехода, в “интерференционном члене” в выражении (9). Таким образом, интерференция площадей есть не что иное, как проявление сложения механических импульсов, переданных системе от светового поля, где один из механических импульсов периодически меняется во времени.

На этот эффект можно посмотреть иначе. Одиночный короткий электромагнитный импульс оставляет после себя в среде волну, которая распространяется вслед направлению движения импульса и существует в течение времени когерентности  $T_2$  среды. Если через среду проходит второй импульс, то в отсутствие первого, он также сформирует свою волну поляризации. При действии двух

импульсов результирующая волна поляризации будет результатом их интерференции. Если импульсы двигались навстречу друг другу, то возникнет стоячая волна поляризации. Так сформируется решетка разности населенностей. Чем больше амплитуда суммарной волны, тем больше разность населенностей. В этих местах будет максимум разности населенностей. Рассуждение, конечно, справедливо для излучения, удовлетворяющего приближению теории возмущений.

Если выйти за рамки теории возмущений и рассмотреть случай интенсивных импульсов, значительно меняющих населенности уровней, то возникают более сложные структуры волн поляризации и разности населенностей, имеющих негармоническую форму [30, 129, 136–138]. Когда импульсы перекрываются в центре среды, в ней возможно формирование коротких и чередующихся участков, в которых существуют волны поляризации среды, бегущие в противоположных направлениях, см. [30, 129, 136–138]. В таких ситуациях направление распространения волны поляризации может не совпадать с направлением движения последнего импульса.

В работе [128] на основании численного решения временного уравнения Шредингера проводилось исследование динамики населенностей связанных состояний в среде из глубоких квантовых ям, возбуждаемых парой аттосекундных импульсов, в зависимости от задержки между ними. Численные расчеты также показали возможность наведения решетки населенностей со сложной мелкомасштабной структурой. Проявления “интерференции” площадей в сильных полях становятся не столь наглядными из-за нелинейного характера проявления.

Интересной оказалась ситуация с воздействием униполярных импульсов с выраженной негармонической формой, например, прямоугольной [138]. В этом случае при столкновении в среде последовательности униполярных импульсов негармонической прямоугольной формы в ней возможно появление каналов, которые можно рассматривать как динамические микрорезонаторы и световоды. Это участки среды порядка длины волны и более, вдоль которых разность населенностей имеет постоянное значение, а на границе области имеется скачок разности населенностей. Пример возникновения такого “канала” при столкновении в среде четырех прямоугольных импульсов представлен на рис. 4 (выделен пунктиром на рис. 4а). Приведенные результаты позволяют поставить вопрос о возможности наведения решеток выраженной негармонической формы с помощью негармонических униполярных импульсов [138].

## 9. Проявление интерференции площадей импульсов в голографии в отсутствие когерентности опорного и предметного пучков.

Другой интересный пример применения интерференции площадей униполярных импульсов – это голография. Схема голографической записи с использованием униполярных импульсов в отсутствие когерентности обсуждается в работе [126]. В традиционной голографии используется интерференция двух монохроматических (опорного и предметного) пучков, и пучки должны быть взаимно когерентными [36–38]. При использовании же униполярных импульсов данное требование снимается. Более того, для униполярных импульсов понятие взаимной когерентности в том понимании, в котором оно используется для длинных квазимонохроматических импульсов, лишено смысла. Схема голографической записи с помощью униполярных импульсов представлена на рис. 5 [126].

Униполярный импульс, проходя сквозь среду, наводит в ней волну поляризации. Затем, отражаясь от объекта, он возвращается в среду и, согласно вышеизложенному, создает в среде решетку разности населенностей. В этом случае необходима высокая когерентность среды, т.е. использование сред с большим временем фазовой памяти  $T_2$ . Согласно (9), в среде регистрируется картина интерференции отраженного от объекта импульса, который воздействует на волну поляризации, наведенную исходным прошедшим импульсом. В этом случае возникают решетки разности населенностей, и поэтому возможно осуществление голографической записи со сверхвысоким временным разрешением в отсутствие взаимной когерентности между опорным и предметным пучком.

Отметим отличие рассмотренной ситуации от предложенной ранее эхо-голографии, в которой также используется наведение решеток при когерентном взаимодействии длинных многоцикловых импульсов со средой, однако требовалась когерентность между опорной и предметной волной [119].

**10. Заключение.** Таким образом, в данном обзоре были рассмотрены последние работы по получению предельно коротких импульсов как одноцикловых, так и субцикловых в оптическом и ТГц диапазоне. Пока большинство работ в данной области имеет теоретический характер. В них рассматриваются различные ситуации экстремального воздействия интенсивных фемтосекундных импульсов на различные мишени с последующим образованием плазмы и взаимодействием с зарядами, в которых происходит возникновение предельно коротких

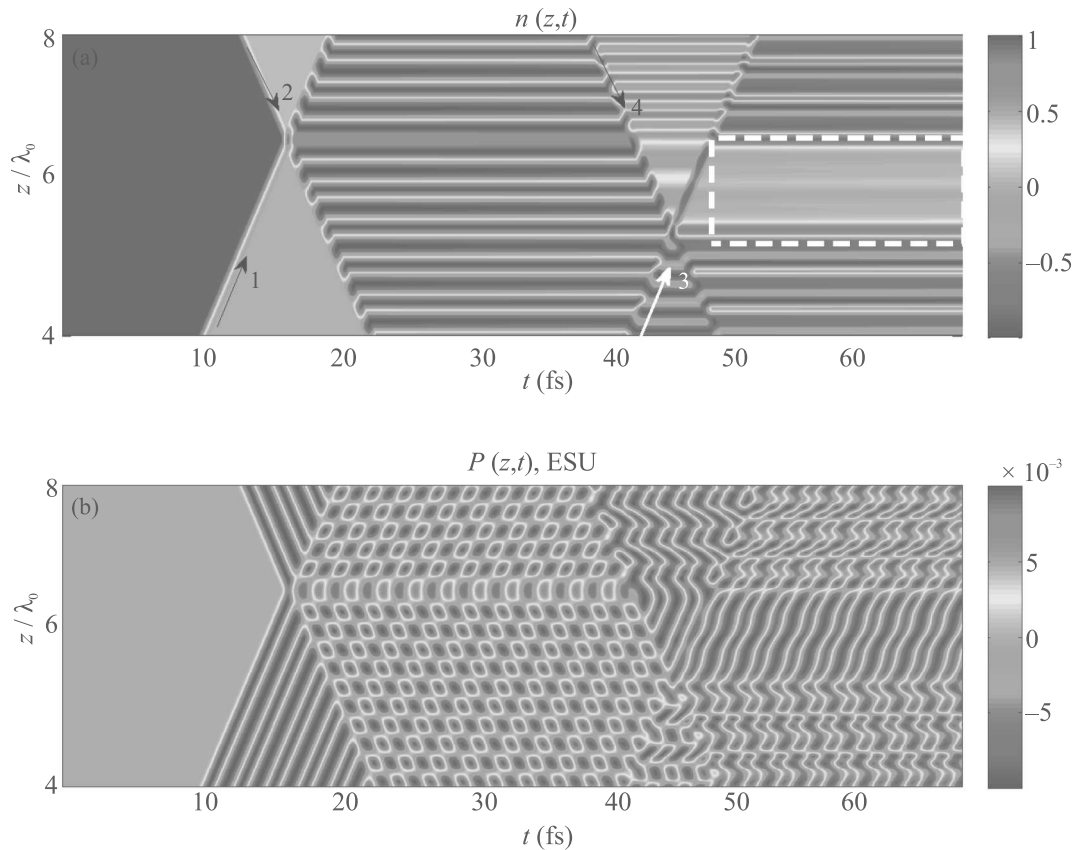


Рис. 4. (Цветной онлайн) На среду действуют четыре импульса. Показаны на рис. (а). (а) – Динамика разности населенностей  $n(z, t)$ . (б) – Динамика поляризации  $P(z, t)$ : пара  $\pi/2$ -подобных униполярных импульсов прямоугольной формы сталкивается вблизи правого края среды в районе точки  $z = 6.6\lambda_0$ ;  $E_{02} = 0.9E_{01}$

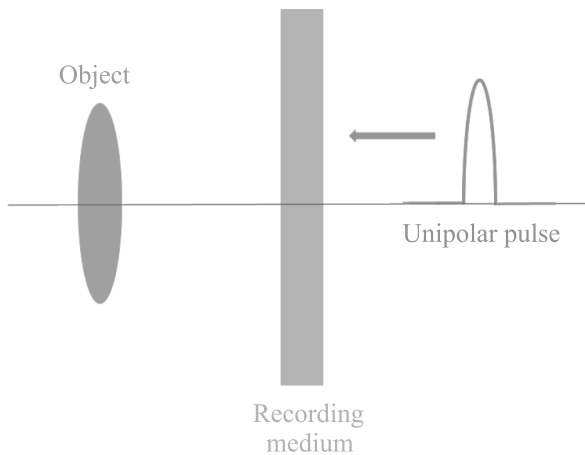


Рис. 5. (Цветной онлайн) Схема записи голограммы с помощью униполярного импульса

импульсов. Также изучается преобразование фемтосекундного излучения в различных нелинейных средах, приводящее к формированию предельно коротких импульсов. Анализируются возможности управ-

ления формой предельно коротких импульсов. Предложены схемы для осуществления интегрирования и дифференцирования по времени напряженности. Есть работы, в которых теоретически показана возможность генерации субцикловых импульсов за счет КСМ в лазерах с ультракоротким резонатором.

Экспериментальных исследований пока мало. В основном они нацелены на получение субцикловых и униполярных импульсов в ТГц диапазоне частот. Здесь можно выделить работы, в которых поставлена задача получения субцикловых ТГц импульсов управляемой формы в метаматериалах.

Интересные результаты получены в работах по анализу особенностей когерентного распространения предельно коротких импульсов в резонансных средах. В результате подобных исследований было предсказано и изучено новое явление самоостановки света в однородной резонансной среде. В такой ситуации в среде формируется связанная структура поля и вещества, названная световым осциллоном, осциллирующая во времени, но не перемещающаяся в пространстве.

Существует ряд работ, в которых целенаправленно изучаются особенности взаимодействия униполярных субцикловых предельно коротких импульсов с квантовыми системами, когда длительность импульса короче характерного времени, связанного с энергией основного состояния системы. Обобщая их результаты, для количественной характеристики их воздействия на различные среды введена новая физическая величина – атомная мера площади. Показано, что воздействие предельно коротких импульсов с такой длительностью на любые квантовые системы значительно изменит ее состояние, когда электрическая площадь импульса сравнима с атомной мерой площади системы.

Отметим, что электрическая площадь импульса электромагнитного излучения является физически значимой величиной, поскольку для нее существует закон сохранения площади в электродинамике диссипативных сред. Поэтому при интерпретации результатов воздействия двух и более униполярных импульсов на квантовые объекты можно говорить об “интерференции” электрических площадей действующих импульсов.

Приведенные в обзоре работы, вышедшие за последнюю пару лет, их результаты позволяют говорить о возникновении в последнее время нового направления в современной физике, которое можно назвать “Оптика униполярного и субциклового света”. Данная область является в последнее время бурно развивающейся областью современной физики и нелинейной оптики.

При этом не следует считать, что вопросы, связанные с таким излучением, не рассматривались ранее. Здесь можно отослать к обзору [32], охватывающему ранние работы. Читатели, интересующиеся применением униполярных импульсов для управления состояниями сверхпроводниковых кубитов и реализации квантовых алгоритмов с помощью униполярных импульсов, которые позволяют осуществлять это управление быстрее, чем импульсы с несущей частотой [139], могут ознакомиться с последними работами в этой области в обзоре [140] и цитируемой литературе.

Сейчас же, по мнению авторов, пришло время, когда теоретические предсказания, содержащиеся в работах по униполярному и субцикловому свету, близки к практической реализации. Здесь можно попытаться угадать наиболее важную область применения таких импульсов.

Несомненно, что униполярные и субцикловые ПКИ станут мощным инструментом исследования сверхбыстрых процессов в веществах. Затем появятся

работы, где с их помощью будут очень быстро управлять процессами в различных веществах. А затем наступит время, когда проводная радиоэлектроника, в которой электрические импульсы распространяются в металлических проводах, полупроводниках, будет вытесняться сверхбыстрыми аналогами радиоэлектронных схем, где негармонические и униполярные электрические импульсы заменят ПКИ оптического и смежных диапазонов. Пока эта задача кажется труднореализуемой, но только таким образом можно повысить скорости обработки и передачи информации в сотни и тысячи раз.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда # 21-72-10028 (получение ПКИ и их взаимодействие с резонансными средами) и фонда развития теоретической физики Базис (возможность наведения электромагнитно индуцированных решеток негармонической формы и их когерентное управление в резонансных средах).

Авторы выражают благодарность И. В. Бабушкину, С. В. Сазонову, А. И. Маймистову, А. В. Богацкой, А. М. Попову, А. Н. Цыпкину, М. О. Жуковой, А. М. Бастраковой, А. Демиркану, У. Моргнеру за полезные обсуждения вопросов, рассмотренных в данном обзоре.

1. A. J. D. Maria, D. A. Stetser, and H. Heynau, *Appl. Phys. Lett.* **8**, 174 (1966).
2. П. Г. Крюков, В. С. Летохов, *УФН* **99**, 169 (1969) [P. G. Kryukov and V. S. Letokhov, *Sov. Phys.-Uspekhi* **12**, 641 (1970)].
3. O. Svelto and D. C. Hanna, *Principles of lasers*, Plenum Press, N.Y. (1998) [О. Звелто, *Принципы лазеров*, Издательство “Лань”, СПб. (2008)].
4. U. Keller, *Appl. Phys. B* **100**, 15 (2010).
5. П. Г. Крюков, *УФН* **183**, 897 (2013) [P. G. Kryukov, *Phys.-Uspekhi* **56**, 849 (2013)].
6. J. Levesque and P. V. Corkum, *Can. J. Phys.* **84**, 1 (2006).
7. G. Mourou, *Rev. Mod. Phys.* **91**, 030501 (2019).
8. Е. А. Хазанов, *Квантовая электроника* **52**, 208 (2022) [E. A. Khazanov, *Quantum Electron.* **52**, 208 (2022)].
9. F. Krausz and M. Ivanov, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 163 (2009).
10. F. Calegari, G. Sansone, S. Stagira, C. Vozzi, and M. Nisoli, *J. Phys. B* **49**, 062001 (2016).
11. M. F. Ciappina, J. A. Perez-Hernandez, A. S. Landsman et al. (Collaboration), *Rep. Prog. Phys.* **80**, 054401 (2017).
12. J. Biegert, F. Calegari, N. Dudovich, F. Quéré, and M. Vrakking, *J. Phys. B* **54**, 070201 (2021).

13. L. Seiffert, S. Zherebtsov, M. F. Kling, and T. Fennel, *Adv. Phys. X* **7**, 2010595 (2022).
14. K. Midorikawa, *Nature Photon.* **16**, 267 (2022).
15. M. T. Hassan, T. T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A. M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, and E. Goulielmakis, *Nature* **530**, 66 (2016).
16. А. М. Желтиков, *УФН* **187**, 1169 (2017) [A. M. Zheltikov, *Phys.-Uspekhi* **60**, 1087 (2017)].
17. А. М. Желтиков, *УФН* **188**, 1119 (2018) [A. M. Zheltikov, *Phys.-Uspekhi* **61**, 1016 (2018)].
18. А. М. Желтиков, *УФН* **191**, 386 (2021) [A. M. Zheltikov, *Phys.-Uspekhi* **64**, 370 (2021)].
19. J. Biegert, F. Calegari, N. Dudovich, F. Quéré, and M. Vrakking, *J. Phys. B* **54**, 070201 (2021).
20. М. К. Есеев, В. И. Матвеев, Д. Н. Макаров, *Письма в ЖЭТФ* **114**, 444 (2021) [M. K. Eseev, V. I. Matveev, and D. N. Makarov, *JETP Lett.* **114**(7), 387 (2021)].
21. B. Xue, K. Midorikawa, and E. J. Takahashi, *Optica* **9**, 360 (2022).
22. D. Hui, H. Alqattan, S. Yamada, V. Pervak, K. Yabana, and M. Th. Hassan, *Nature Photon.* **16**, 33 (2022).
23. P. Peng, Y. Mi, M. Lytova, M. Britton, X. Ding, A. Yu. Naumov, P. B. Corkum, and D. M. Villeneuve, *Nature Photon.* **16**, 45 (2022).
24. M. Kretschmar, A. Hadjipittas, B. Major, J. Tümmler, I. Will, T. Nagy, M. J. J. Vrakking, A. Emmanouilidou, and B. Schutte, *Optica* **9**, 639 (2022).
25. Н. Н. Розанов, Р. М. Архипов, М. В. Архипов, *УФН* **188**, 1347 (2018) [N. N. Rosanov, R. M. Arkhipov, and M. V. Arkhipov, *Phys.-Uspekhi* **61**, 1227 (2018)].
26. Р. М. Архипов, А. В. Пахомов, М. В. Архипов, И. Бабушкин, Ю. А. Толмачев, Н. Н. Розанов, *Письма в ЖЭТФ* **105**, 388 (2017) [R. M. Arkhipov, A. V. Pakhomov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, Yu. A. Tolmachev, and N. N. Rosanov, *JETP Lett.* **105**(7), 408 (2017)].
27. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. А. Шимко, А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, *Письма в ЖЭТФ* **110**(1), 9 (2019) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. A. Shimko, A. V. Pakhomov, and N. N. Rosanov, *JETP Lett.* **110**(1), 15 (2019)].
28. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, Н. Н. Розанов, *Квантовая электроника* **50**, 801 (2020) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, and N. N. Rosanov, *Quantum Electron.* **50**, 801 (2020)].
29. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, М. О. Жукова, А. Н. Цыпкин, Н. Н. Розанов, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 237 (2021) [A. V. Pakhomov, M. O. Zhukova, A. N. Tsypkin, and N. N. Rosanov, *JETP Lett.* **113**(4), 242 (2021)].
30. Р. М. Архипов, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 636 (2021) [R. M. Arkhipov, *JETP Lett.* **113**, 611 (2021)].
31. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, I. V. Babushkin, and N. N. Rosanov, *Laser Phys. Lett.* **19**, 043001 (2022).
32. С. В. Сазонов, *Оптика и спектроскопия* **130**(12), 1846 (2022).
33. Л. В. Келдыш, *ЖЭТФ* **47**, 1945 (1964) [L. V. Keldysh, *Sov. Phys. JETP* **20**(5), 1307 (1965)].
34. С. А. Ахманов, С. Ю. Никитин, *Физическая оптика*, Наука, М. (2004) [S. A. Akhmanov and S. Y. Nikitin, *Physical optics*, Clarendon Press, Oxford (1997)].
35. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, М. (1973) [M. Born and E. Wolf, *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*, Pergamon Press, Oxford (1980)].
36. Ю. И. Островский, *Голография*, Наука, Л. (1970).
37. Ю. И. Островский, М. М. Бутусов, Г. В. Островская, *Голографическая интерферометрия*, Наука, М. (1977).
38. R. Collier, C. Burckhardt, and L. Lin, *Optical holography*, Academic Press, N.Y. (1971).
39. S. L. McCall and E. L. Hahn, *Phys. Rev.* **183**, 457 (1969).
40. Н. Н. Розанов, И. А. Александров, М. В. Архипов, Р. М. Архипов, И. Бабушкин, Н. А. Веретеннов, А. В. Дадеко, Д. А. Тумаков, С. В. Федоров, *Квантовая электроника* **51**, 959 (2021) [N. N. Rosanov, I. A. Aleksandrov, M. V. Arkhipov, R. M. Arkhipov, I. Babushkin, N. A. Veretenov, A. V. Dadeko, D. A. Tumakov, and S. V. Fedorov, *Quantum Electron.* **51**, 959 (2021)].
41. А. В. Богатская, Е. А. Волкова, А. М. Попов, *Phys. Rev. E* **104**, 025202 (2021).
42. А. В. Богатская, Е. А. Волкова, and А. М. Попов, *Phys. Rev. E* **105**, 055203 (2022).
43. Y. Shou, R. Hu, Z. Gong, J. Yu, J.-e. Chen, G. Mourou, X. Yan, and W. Ma, *New J. Phys.* **23**, 053003 (2021).
44. A. S. Kuratov, A. V. Brantov, V. F. Kovalev, and V. Yu. Bychenkov, *Phys. Rev. E* **106**, 035201 (2022).
45. H.-C. Wu and J. Meyer-ter Vehn, *Nature Photon.* **6**, 304 (2012).
46. J. Xu, B. Shen, X. Zhang, Y. Shi, L. Ji, L. Zhang, T. Xu, W. Wang, X. Zhao, and Z. Xu, *Sci. Rep.* **8**, 2669 (2018).
47. С. В. Сазонов, *Письма в ЖЭТФ* **114**, 160 (2021) [S. V. Sazonov, *JETP Lett.* **114**(3), 132 (2021)].
48. S. V. Sazonov, *Laser Phys. Lett.* **18**, 105401 (2021).
49. С. В. Сазонов, Н. В. Устинов, *Письма в ЖЭТФ* **114**, 437 (2021) [S. V. Sazonov and N. V. Ustinov, *JETP Lett.* **114**(7), 380 (2021)].
50. С. В. Сазонов, *Письма в ЖЭТФ* **116**(1), 25 (2022) [S. V. Sazonov, *JETP Lett.* **116**(1), 22 (2022)].
51. S. V. Sazonov, *Las. Phys. Lett.* **19**, 115402 (2022).



52. С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **116**(8), 563 (2022) [S. V. Sazonov, JETP Lett. **116**(8), (2022)].
53. М. В. Архипов, А. Н. Цыпкин, М. О. Жукова, А. О. Исмагилов, А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, Р. М. Архипов, Письма в ЖЭТФ **115**(1), 3 (2022) [M. V. Arkhipov, A. N. Tsyppkin, M. O. Zhukova, A. O. Ismagilov, A. V. Pakhomov, N. N. Rosanov, and R. M. Arkhipov, JETP Lett. **115**, 1 (2022)].
54. Е. Пыakov, В. В. Shishkin, Е. S. Efimenko, S. B. Vodrov, and M. I. Vakunov, Opt. Express **30**, 14978 (2022).
55. А. В. Пахомов, М. В. Архипов, Н. Н. Розанов, Р. М. Архипов, Письма в ЖЭТФ **116**(3), 151 (2022) [A. V. Pakhomov, M. V. Arkhipov, N. N. Rosanov, and R. M. Arkhipov, JETP Lett. **116**, 149 (2022)].
56. А. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov, and R. Arkhipov, Phys. Rev. A **106**(5), 053506 (2022).
57. В. В. Кулагин, В. Н. Корниенко, В. А. Черепенин, Квантовая электроника **46**(4), 315 (2016) [V. V. Kulagin, V. N. Kornienko, and V. A. Cherepenin, Quantum Electron. **46**(4), 315 (2016)].
58. В. В. Кулагин, В. Н. Корниенко, В. А. Черепенин, Д. Н. Гупта, Х. Сак, Квантовая электроника **49**(8), 788 (2019) [V. V. Kulagin, V. N. Kornienko, V. A. Cherepenin, D. N. Gupta, and H. Suk, Quantum Electron. **49**(8), 788 (2019)].
59. J. A. Fülöp, S. Tzortzakis, and T. Kampfrath, Adv. Opt. Mater. **8**(3), 1900681 (2020).
60. P. Li, S. Liu, X. Chen, C. Geng, and X. Wu, Front. Optoelectron. **15**, 12 (2022).
61. М. Ю. Романовский, Квантовая электроника **47**(3), 212 (2017). [M. Y. Romanovsky, Quantum Electron. **47**(3), 212 (2017)].
62. W. R. Huang, A. Fallahi, X. Wu, H. Cankaya, A. Calendron, K. Ravi, D. Zhang, E. A. Nanni, K. Hong, and F. X. Kärtner, Optica **3**, 1209 (2016).
63. M. T. Hibberd, A. L. Healy, D. S. Lake, V. Georgiadis, E. J. H. Smith, O. J. Finlay, Th. H. Pacey, J. K. Jones, Y. Saveliev, D. A. Walsh, E. W. Snedden, R. B. Appleby, G. Burt, D. M. Graham, and S. P. Jamison, Nature Photon. **14**, 755 (2020).
64. P. A. Obraztsov, T. Kaplas, S. V. Garnov, M. Kuwata-Gonokami, A. N. Obraztsov, and Y. P. Svirko, Sci. Rep. **4**, 4007 (2014).
65. P. A. Obraztsov, N. Kanda, K. Konishi, M. Kuwata-Gonokami, S. V. Garnov, A. N. Obraztsov, and Y. P. Svirko, Phys. Rev. B **90**, 241416(R) (2014).
66. P. A. Obraztsov, P. A. Chizhov, T. Kaplas, V. V. Bukin, M. Silvennoinen, C. Hsieh, K. Konishi, N. Nemoto, and M. Kuwata-Gonokami, ACS Photonics **6**(7), 1780 (2019).
67. A. N. Obraztsov, D. A. Lyashenko, S. Fang, R. H. Baughman, P. A. Obraztsov, S. V. Garnov, and Y. P. Svirko, Appl. Phys. Lett. **94**, 231112 (2009).
68. P. A. Obraztsov, D. Lyashenko, P. A. Chizhov, K. Konishi, N. Nemoto, M. Kuwata-Gonokami, E. Welch, A. N. Obraztsov, and A. Zakhidov, Commun. Phys. **1**, 14 (2018).
69. V. I. Korolev, A. P. Pushkarev, P. A. Obraztsov, A. N. Tsyppkin, A. A. Zakhidov, and S. V. Makarov, Nanophotonics **9**(1), 187 (2020).
70. L. Fu, C. L. Kane, and E. J. Mele, Phys. Rev. Lett. **98**(10), 106803 (2007).
71. N. Nemoto, T. Higuchi, N. Kanda, K. Konishi, and M. Kuwata-Gonokami, Opt. Express **22**, 17915 (2014).
72. U. Morgner, F. X. Kartner, S. H. Cho, Y. Chen, H. A. Haus, J. G. Fujimoto, E. P. Ippen, V. Scheuer, G. Angelow, and T. Tschudi, Opt. Lett. **24**, 411 (1999).
73. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, М. (1978) [L. Allen and J. H. Eberly, *Optical resonance and two-level atoms*, Wiley, N.Y. (1975)].
74. R. Arkhipov, M. Arkhipov, A. Pakhomov, I. Babushkin, and N. Rosanov, Phys. Rev. A **105**, 013526 (2022).
75. R. Arkhipov, M. Arkhipov, I. Babushkin, A. Pakhomov, and N. Rosanov, J. Opt. Soc. Am. B **38**, 2004 (2021).
76. R. Arkhipov, M. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, I. Babushkin, and N. Rosanov, Opt. Express **29**, 10134 (2021).
77. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, С. В. Федоров, Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **129**(10), 1286 (2021).
78. M. Arkhipov, R. Arkhipov, I. Babushkin, and N. Rosanov, Phys. Rev. Lett. **128**, 203901 (2022).
79. M. M. Kash, V. A. Sautenkov, A. S. Zibrov, L. Hollberg, G. R. Welch, M. D. Lukin, Yu. Rostovtsev, E. S. Fry, and M. O. Scully, Phys. Rev. Lett. **82**, 5229 (1999).
80. L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton, and C. H. Behroozi, Nature **397**, 594 (1999).
81. D. F. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair, R. L. Walsworth, and M. D. Lukin, Phys. Rev. Lett. **86**, 783 (2001).
82. D. V. Novitsky, Phys. Rev. A **82**(1), 015802 (2010).
83. R. H. Goodman, R. E. Slusher, and M. I. Weinstein, JOSA B **19**(7), 163 (2002).
84. P. Chen, B. A. Malomed, and P. L. Chu, Phys. Rev. E **71**(6), 066601 (2005).
85. W. Mak, B. A. Malomed, and P. L. Chu, Phys. Rev. E **68**, 026609 (2003).
86. J. Zhou, H. Shao, J. Zhao, X. Yu, and K. S. Wong, Opt. Lett. **30**(12), 1560 (2005).
87. J. T. Li and J. Y. Zhou, Opt. Express **14**(7), 2811 (2006).
88. Б. И. Манцызов, *Когерентная и нелинейная оптика фотонных кристаллов*, Физматлит, М. (2009), гл. 3.

89. Ch. Liu, Z. Dutton, C.H. Behroozi, and L.V. Hau, *Nature* **409**, 490 (2001).
90. N.S. Ginsberg, S.N. Garner, and L.V. Hau, *Nature* **445**, 623 (2007).
91. D.A. Bykov, L.L. Doskolovich, and V.A. Soifer, *Opt. Lett.* **36**, 3509 (2011).
92. D.A. Bykov, L.L. Doskolovich, and V.A. Soifer, *J. Opt. Soc. Am. A* **29**, 1734 (2012).
93. D. Bykov, L. Doskolovich, N. Golovastikov, and V. Soifer, *J. Opt.* **15**, 105703 (2013).
94. N.Q. Ngo, *Opt. Lett.* **32**, 3402 (2007).
95. N.K. Berger, B. Levit, B. Fischer, M. Kulishov, D.V. Plant, and J. Azana, *Opt. Express* **15**, 371 (2007).
96. R. Slavik, Y. Park, N. Ayotte, S. Doucet, T.-J. Ahn, S. LaRochelle, and J. Azana, *Opt. Express* **16**, 18202 (2008).
97. N.L. Kazanskiy and P.G. Serafimovich, *Opt. Express* **22**, 14004 (2014).
98. W. Liu, M. Li, R. Guzzon, E. Norberg, J. Parker, M. Lu, L. Coldren, and J. Yao, *Nature Photon.* **10**, 190 (2016).
99. A.V. Pakhomov, R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, and N.N. Rosanov, *Opt. Lett.* **46**, 2868 (2021).
100. A.V. Пахомов, Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов, *Квантовая электроника* **51**, 1000 (2021) [A.V. Pakhomov, R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, and N.N. Rosanov, *Quantum Electron.* **51**(11), 1000 (2021)].
101. В.Н. Корниенко, В.В. Кулагин, *Сборник трудов XXXIII Всероссийской школы-семинара "Волновые явления: физика и применения" имени А.П. Сухорукова, "Волны-2022"*, Секция 3, с.17, ISBN 978-5-6045125-2-4; <http://waves.phys.msu.ru/arch.html>.
102. Н.Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **127**, 960 (2019) [N.N. Rosanov, *Optics and Spectroscopy* **127**, 1050 (2019)].
103. Н.Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **124**(1), 75 (2018) [N.N. Rosanov, *Optics and Spectroscopy* **124**(1), 72 (2018)].
104. R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N.N. Rosanov, *Opt. Lett.* **44**, 1202 (2019).
105. Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов, *Письма в ЖЭТФ* **114**(3), 156 (2021) [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, and N.N. Rosanov, *JETP Lett.* **114**(3), 129 (2021)].
106. N. Rosanov, D. Tumakov, M. Arkhipov, and R. Arkhipov, *Phys. Rev. A* **104**(6), 063101 (2021).
107. A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov, and R. Arkhipov, *Phys. Rev. A* **43103**(4), 043103 (2022).
108. Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **130**(3), 414 (2022) [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov, *Optics and Spectroscopy* **130**(3), 351 (2022)].
109. Р.М. Архипов, П.А. Белов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов, *Квантовая электроника* **52**(7), 610 (2022).
110. А.Б. Мигдал, *ЖЭТФ* **9**, 1163 (1939) [A.V. Migdal, *Sov. Phys. JETP* **9**, 1163 (1939)].
111. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Наука, М. (1989), 768 с. [L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *Quantum mechanics*, Pergamon, Oxford (1974)].
112. Р.М. Архипов, М.В. Архипов, П.А. Белов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **131**(1), (2023), в печати.
113. Р.М. Архипов, М.В. Архипов, И. Бабушкин, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов, *Письма в ЖЭТФ* **114**, 298 (2021) [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, I. Babushkin, and N.N. Rosanov, *JETP Lett.* **114**, 250 (2021)].
114. R. Arkhipov, M. Arkhipov, A. Pakhomov, and N. Rosanov, *Laser Phys.* **32**(6), 066002 (2022).
115. Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **130**(7), 1098 (2022).
116. I.D. Abella, N.A. Kurnit, and S.R. Hartmann, *Phys. Rev.* **141**, 391 (1966).
117. Е.И. Штырков, В.С. Лобков, Н.Г. Ярмухаметов, *Письма в ЖЭТФ* **27**, 685 (1978) [E.I. Shtyrkov, V.S. Lobkov, and N.G. Yarmukhametov, *JETP Lett.* **27**, 648 (1978)].
118. С.А. Моисеев, Е.И. Штырков, *Квантовая электроника* **18**, 447 (1991) [S.A. Moiseev and E.I. Shtyrkov, *Sov. J. Quantum Electron.* **21**, 403 (1991)].
119. Е.И. Штырков, *Оптика и спектроскопия* **114**, 105 (2013) [E.I. Shtyrkov, *Optics and Spectroscopy* **114**, 96 (2013)].
120. R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N.N. Rosanov, *Opt. Lett.* **41**, 4983 (2016).
121. R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N.N. Rosanov, *Sci. Rep.* **7**, 12467 (2017).
122. R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, I. Babushkin, and N.N. Rosanov, *Laser Phys. Lett.* **14**, 1 (2017).
123. Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов, *Квантовая электроника* **49**, 958 (2019) [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, and N.N. Rosanov, *Quantum Electron.* **49**, 958 (2019)].
124. R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N.N. Rosanov, *Sci. Rep.* **11**, 1961 (2021).

125. R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, and N. Rosanov, *Opt. Express* **28**, 17020 (2020).
126. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, Н. Н. Розанов, *Письма в ЖЭТФ* **111**, 586 (2020) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, and N. N. Rosanov, *JETP Lett.* **111**, 484 (2020)].
127. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, Ю. М. Артемьев, Н. Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **129**, 627 (2021) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, Yu. M. Artem'ev, and N. N. Rosanov, *Optics and Spectroscopy* **129**, 605 (2021)].
128. Р. М. Архипов, П. А. Белов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **130**(6), 969 (2022).
129. М. В. Архипов, Р. М. Архипов, Н. Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **130**(9), 1397 (2022).
130. А. Ю. Пархоменко, С. В. Сазонов, *Письма в ЖЭТФ* **67**, 887 (1998) [A. Yu. Parkhomenko and S. V. Sazonov, *JETP Lett.* **67**, 934 (1998)].
131. А. Ю. Пархоменко, С. В. Сазонов, *Оптика и спектроскопия* **90**, 788 (2001) [A. Yu. Parkhomenko and S. V. Sazonov, *Optics and Spectroscopy* **90**, 707 (2001)].
132. С. В. Сазонов, *Оптика и спектроскопия* **94**, 453 (2003) [S. V. Sazonov, *Optics and Spectroscopy* **94**, 400 (2003)].
133. С. В. Сазонов, А. Ф. Соболевский, *ЖЭТФ* **123**, 919 (2003) [S. V. Sazonov and A. F. Sobolevskii, *JETP* **96**, 807 (2003)].
134. Н. В. Знаменский, С. В. Сазонов, *Письма в ЖЭТФ* **85**, 440 (2007) [N. V. Znamenskii and S. V. Sazonov, *JETP Lett.* **85**, 358 (2007)].
135. Н. В. Знаменский, С. В. Сазонов, *Оптика и спектроскопия* **104**, 415 (2008) [N. V. Znamenskii and S. V. Sazonov, *Optics and Spectroscopy* **104**, 378 (2008)].
136. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, И. Бабушкин, Н. Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **123**, 600 (2017) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, I. Babushkin, and N. N. Rosanov, *Optics and Spectroscopy* **123**, 610 (2017)].
137. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, Д. О. Жигулева, Н. Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **124**, 510 (2018) [R. M. Arkhipov, A. V. Pakhomov, M. V. Arkhipov, D. O. Zhiguleva, and N. N. Rosanov, *Optics and Spectroscopy* **124**, 541 (2018)].
138. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, О. О. Дьячкова, Н. Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **130**(11), 1707 (2022).
139. М. В. Бастракова, Н. В. Кленов, А. М. Сатанин, *ЖЭТФ* **158**(4), 579 (2020) [M. V. Bastrakova, N. V. Klenov, and A. M. Satanin, *JETP* **131**, 507 (2020)].
140. В. А. Вожаков, М. В. Бастракова, Н. В. Кленов, И. И. Соловьев, В. В. Погосов, Д. В. Бабухин, А. А. Жуков, А. М. Сатанин, *УФН* **192**, 457 (2022) [V. A. Vozhakov, M. V. Bastrakova, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, W. V. Pogosov, D. V. Babukhin, A. A. Zhukov, and A. M. Satanin, *Phys.-Uspekhi* **65**, 421 (2022)].