

Нелинейный резонанс при возбуждении магнитного наноцилиндра спин-поляризованным током

А. А. Матвеев^{+*1)}, А. Р. Сафин^{+×}, С. А. Никитов^{+°}

⁺Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия

^{*}Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, 105005 Москва, Россия

[×]Национальный исследовательский университет “МЭИ”, 111250 Москва, Россия

[°]Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 3 августа 2022 г.

После переработки 29 августа 2022 г.

Принята к публикации 29 августа 2022 г.

Теоретически исследован нелинейный резонанс при протекании переменного во времени спин-поляризованного тока через ферромагнитный наноцилиндр, намагниченность которого представляет собой магнитный вихрь. Результаты, полученные на основе динамического уравнения Тилиа для движения ядра вихря, сравниваются с микромагнитным моделированием. Исследованы условия возникновения сдвига резонансной частоты и появления гистерезиса при достаточно большой амплитуде спин-поляризованного тока.

DOI: 10.31857/S1234567822190077, EDN: khybfs

Магнитные вихри являются перспективными конфигурациями намагниченности в наноразмерных структурах для создания различных устройств спинтроники от наноосцилляторов до элементов магнитной памяти с высокой плотностью хранения данных и магнитных логических элементов [1–3]. Описание динамики в таких магнитных системах под действием спин-поляризованного тока представляет собой как фундаментальный, так и прикладной интерес [4–6]. Процессы перемагничивания при протекании спин-поляризованного тока обычно рассматривают в двух конфигурациях. В СРР (*current perpendicular to plane*) конфигурации ток протекает перпендикулярно рассматриваемой структуре, а в СІР (*current in plane*) конфигурации вектор плотности тока лежит в плоскости структуры [7, 8]. Ранее теоретически и экспериментально изучалось поведение вихревой наноточки в линейном режиме как при воздействии спин-поляризованного тока, так и в присутствии переменного во времени внешнего магнитного поля [9–11]. Рассматривался так же и нелинейный режим работы для случая возбуждения намагниченности внешним магнитным полем [12, 13] для СРР и СІР конфигураций [14–16]. Отметим, что в [16] аналитическое исследование нелинейной динамики вихря для СІР

конфигурации проводилось при помощи численного решения уравнения движения для ядра вихря. В данной работе исследуется нелинейный резонанс для СІР конфигурации в магнитном наноцилиндре при изменении амплитуды спин-поляризованного тока. Целью проводимого анализа является получение и верификация аналитических выражений для нелинейного сдвига частоты и зависимости амплитуды колебаний ядра вихря от амплитуды спин-поляризованного тока, а также поиск способа построения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) вихревой наноточки без численного интегрирования нелинейного уравнения движения ядра вихря, выполненного в работе [16].

Рассматриваемая наноструктура представляет из себя ферромагнитный цилиндр радиуса $R = 100$ нм и толщины $L = 20$ нм. Распределение намагниченности в этом цилиндре имеет вид вихря и характеризуется полярностью p и хиральностью χ [17]. При $p = 1$ направление намагниченности в центре ядра вихря совпадает с осью OZ , перпендикулярной основанию цилиндра, а в случае $p = -1$ эти направления антипараллельны. Хиральность показывает тип закрутки вихря вокруг ядра. Значения $\chi = -1$ или $\chi = 1$ соответствуют закрутке по часовой стрелке или против нее. Везде далее предполагается, что $p = 1$ и $\chi = 1$, а декартова система координат выбрана как показано на рис. 1.

¹⁾e-mail: maa.box@yandex.ru

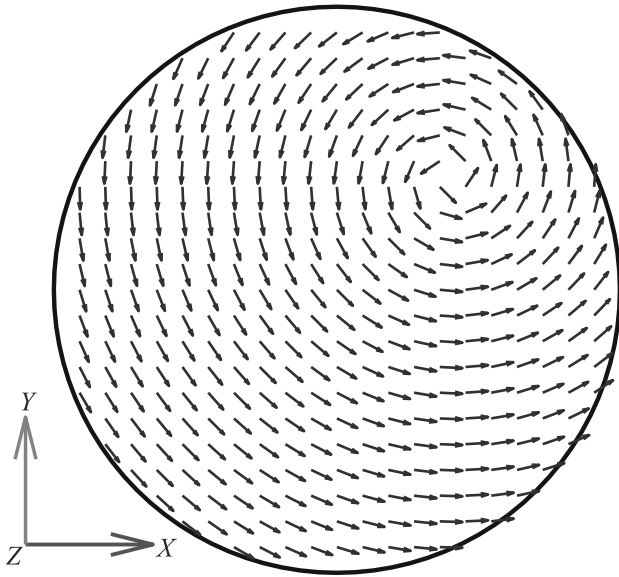


Рис. 1. (Цветной онлайн) Вихревая наноточка

Описание динамики намагниченности в исследуемой структуре удобно проводить на основе уравнения Гилия для координаты $\mathbf{X} = (x, y, 0)$ ядра вихря [17–19]. В случае СР конфигурации это уравнение запишем в виде [10]

$$\mathbf{F} + \mathbf{G} \times \left(\frac{d\mathbf{X}}{dt} + b_j \mathbf{j} \right) + \hat{D} \left(\alpha \frac{d\mathbf{X}}{dt} + \xi b_j \mathbf{j} \right) = 0, \quad (1)$$

где $\mathbf{G} = G\mathbf{e}_z$ – гировектор, \hat{D} – тензор затухания, $\mathbf{F} = -\nabla \cdot W(|\mathbf{X}|)$ – потенциальная сила, $W(|\mathbf{X}|)$ – магнитная энергия, α – константа затухания Гильберта [20], ξ – степень неадиабатичности [21], $b_j = P\mu_B / (eM_s(1 + \xi^2))$, M_s – намагниченность насыщения, μ_B – магнетон Бора, e – элементарный электрический заряд, P – поляризация тока. Для цилиндра небольшой толщины тензор затухания имеет только две ненулевые компоненты $D_{xx} = D_{yy} = D = -(\pi M_s \mu_0 L \ln(R/l)) / \gamma$, а проекция гировектора на ось OZ представляется в виде $G = -(2\pi M_s \mu_0 L) / \gamma$ [9, 22]. Здесь μ_0 – магнитная постоянная, l – длина обменного взаимодействия. Энергия $W(|\mathbf{X}|)$ в отсутствие внешнего магнитного поля может быть записана как ряд по степеням $|\mathbf{X}|$ [12]

$$W(|\mathbf{X}|) = W_0 + \frac{\kappa}{2} |\mathbf{X}|^2 + \frac{\beta}{4} |\mathbf{X}|^4, \quad (2)$$

где $\kappa > 0$ и $\beta > 0$ – коэффициенты жесткости, а W_0 – магнитная энергия системы, когда ядро вихря находится в центре диска. Заметим, что определение W_0 не существенно для динамики, поскольку при взятии градиента от выражения (2) эта константа зануляется.

Из уравнения (1) выразим скорость $d\mathbf{X}/dt$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{X}}{dt} = & -\frac{D\alpha}{G^2 + (D\alpha)^2} \mathbf{F} + \frac{1}{G^2 + (D\alpha)^2} \mathbf{G} \times \mathbf{F} - \\ & - \frac{G^2 + D\alpha\xi}{G^2 + (D\alpha)^2} b_j \mathbf{j} + \frac{b_j D(\xi - \alpha)}{G^2 + (D\alpha)^2} \mathbf{G} \times \mathbf{j}. \end{aligned} \quad (3)$$

Если отклонение ядра вихря от положения равновесия, находящегося в центре наноточки, достаточно мало, то слагаемым $\beta/4 |\mathbf{X}|^4$ в энергии $W(|\mathbf{X}|)$ можно пренебречь. В этом случае сила $\mathbf{F} = -\kappa\mathbf{X}$ линейна относительно координаты ядра вихря и уравнение (3) может быть решено аналитически, как это было сделано в [10]. В общем случае необходимо учесть, что $\beta \neq 0$ и $\mathbf{F} = -\kappa\mathbf{X} - \beta |\mathbf{X}|^2 \mathbf{X}$. Для краткости введем обозначения

$$\begin{aligned} a &= \frac{D\alpha}{(G^2 + (D\alpha)^2)}, \\ b &= -\frac{G}{(G^2 + (D\alpha)^2)}, \\ g_1 &= \frac{b_j (G^2 + D^2\alpha\xi)}{(G^2 + (D\alpha)^2)}, \\ g_2 &= \frac{Gb_j D(\xi - \alpha)}{(G^2 + (D\alpha)^2)}. \end{aligned}$$

Тогда уравнение (3) примет вид

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = & \begin{pmatrix} a\kappa \cdot x + a\beta \cdot (x^2 + y^2) \cdot x \\ a\kappa \cdot y + a\beta \cdot (x^2 + y^2) \cdot y \end{pmatrix} + \\ & + \begin{pmatrix} -b\kappa \cdot y - b\beta \cdot (x^2 + y^2) \cdot y \\ b\kappa \cdot x + b\beta \cdot (x^2 + y^2) \cdot x \end{pmatrix} + \\ & + \begin{pmatrix} -g_2 j_y - g_1 j_x \\ g_2 j_x - g_1 j_y \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4)$$

Будем считать возмущение гармоническим $\mathbf{j} = j_0 \cos(\Omega t + \varphi_\Omega) \cdot \mathbf{e}_x$, и воспользуемся методом медленно меняющихся амплитуд. Введем амплитуду $U(t)$ и фазу $\varphi(t)$ колебаний координат ядра вихря следующим образом: $x(t) = U(t) \cos(\omega t + \varphi(t))$, $y(t) = U(t) \sin(\omega t + \varphi(t))$, где ω – частота вынужденных колебаний, необязательно равная частоте колебаний возбуждающего тока Ω . Систему уравнений (4) преобразуем к виду

$$\begin{aligned} \dot{U} = & a\kappa \cdot U + a\beta \cdot U^3 + \\ & + \frac{g_2 j_0}{2} \sin(\Psi) - \frac{g_1 j_0}{2} \cos(\Psi), \\ \dot{\Psi} = & (b\kappa - \Omega) + b\beta \cdot U^2 + \\ & + \frac{g_2 j_0}{2U} \cos(\Psi) + \frac{g_1 j_0}{2U} \sin(\Psi). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь введена разность фаз $\Psi(t) = (\omega - \Omega)t + \varphi(t) - \varphi_\Omega$ и отброшены высокочастотные слагаемые с фазой $(\omega + \Omega)t + \varphi(t) + \varphi_\Omega$. Система уравнений (5) представляет собой автономную систему, анализ которой позволяет находить стационарные значения амплитуды и разности фаз для заданной частоты и амплитуды прикладываемого тока. Заметим, что система (5) инвариантна относительно замен $U \rightarrow -U$, $\Psi \rightarrow \Psi + \pi$ и $U \rightarrow U$, $\Psi \rightarrow \Psi + 2\pi$, поэтому при отыскании стационарных решений и построении фазовых портретов достаточно ограничиться областью $U > 0$, $\Psi \in [0, 2\pi]$.

Найдем стационарные решения (U_0, Ψ_0) системы дифференциальных уравнений (5), для этого положим, что $\dot{U}_0 = 0$, $\dot{\Psi}_0 = 0$. Тогда из (5) можно выразить $\sin(\Psi_0)$ и $\cos(\Psi_0)$ и подставить в основное тригонометрическое тождество $\sin^2(\Psi_0) + \cos^2(\Psi_0) = 1$. Получим

$$AV_0^3 + BV_0^2 + CV_0 + D = 0, \quad (6)$$

где $A = (a^2 + b^2)\beta^2$, $B = 2\beta(a^2\kappa - b(\Omega - b\kappa))$, $C = (a\kappa)^2 + (\Omega - b\kappa)^2$, $D = -(g_1^2 + g_2^2)(j_0/2)^2$, $V_0 = U_0^2$. Уравнение (6) является кубическим и может иметь до трех вещественных корней. Решая его аналитически или численно, можно получить амплитуду U_0 и далее с помощью (5) найти разность фаз Ψ_0 . Количество корней (6) определяется при помощи дискриминанта

$$\begin{aligned} Q = & -\frac{27}{16}\beta^4(a^2 + b^2)^2(g_1^2 + g_2^2)^2j_0^4 \\ & - 9\beta^3(a^2 + b^2)((a^2 + b^2)\kappa - b\Omega) \cdot \\ & \cdot ((a\kappa)^2 + (\Omega - b\kappa)^2)(g_1^2 + g_2^2)j_0^4 - \\ & - 4\beta^2(a^2 + b^2)((a\kappa)^2 + (\Omega - b\kappa)^2)^3 + \\ & + 8((a^2 + b^2)\kappa - b\Omega)^3\beta^3(g_1^2 + g_2^2)j_0^4 + \\ & + 4((a^2 + b^2)\kappa - b\Omega)^2 \cdot \\ & \cdot \beta^2((a\kappa)^2 + (\Omega - b\kappa)^2)^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Если $Q > 0$, то у (6) есть три вещественных корня. Решение уравнения $Q = 0$ при фиксированной амплитуде спин-поляризованного тока позволяет найти критические частоты Ω_{cr} , являющиеся границами интервалов знакопостоянства Q . Получить общее аналитическое выражение для этих частот невозможно, поскольку (7) является полиномом шестой степени относительно Ω , а аналитическое выражение для корней уравнения такой степени неизвестно.

Определить тип и устойчивость особых точек системы (5) можно стандартными для дифференциаль-

ных уравнений методами [23]. Для этого следует линеаризовать систему (5) в окрестности (U_0, Ψ_0) и переписать ее относительно отклонений $\Delta U = U - U_0$, $\Delta\Psi = \Psi - \Psi_0$ в следующем виде

$$\begin{pmatrix} \frac{d}{dt}\Delta U \\ \frac{d}{dt}\Delta\Psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta U \\ \Delta\Psi \end{pmatrix} = \hat{M} \begin{pmatrix} \Delta U \\ \Delta\Psi \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} m_{11} &= a\kappa + 3a\beta U_0^2, \\ m_{12} &= \frac{g_1 j_0}{2} \sin(\Psi_0), \\ m_{21} &= 2b\beta U_0 - \frac{g_1 j_0}{2U_0} \sin(\Psi_0), \\ m_{22} &= \frac{g_1 j_0}{2U_0} \cos(\Psi_0). \end{aligned} \quad (8)$$

Собственные числа $\lambda_{1,2}$ матрицы \hat{M} и определяют тип и устойчивость особой точки. Выражения для собственных чисел имеют вид:

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \frac{1}{2}(m_{11} + m_{22}) \pm \\ & \pm \sqrt{\frac{1}{4}(m_{11} + m_{22})^2 + m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Пусть в некоторой области значений параметров j_0 и Ω уравнение (6) имеет единственное вещественное решение $U_0(j_0, \Omega)$, задающее АЧХ наноточки. При фиксированной амплитуде тока j_0 в резонансе $\Omega = \Omega_{\text{res}}$ у функции $U_0(j_0, \Omega)$ должен быть максимум, поэтому $\partial U_0(j_0, \Omega_{\text{res}})/\partial \Omega = 0$. Продифференцируем (6) по Ω в точке $\Omega = \Omega_{\text{res}}$ и учтем условие максимума

$$(\Omega_{\text{res}} - b\beta U_{\text{res}}^2 - b\kappa) U_{\text{res}}^2 = 0. \quad (10)$$

Здесь $U_{\text{res}} = U_0(j_0, \Omega_{\text{res}})$. Ненулевое решение (10) подставим в (6) и получим кубическое уравнение относительно резонансной частоты

$$\frac{a^2}{b^3\beta} \Omega_{\text{res}}^2 (\Omega_{\text{res}} - b\kappa) - \frac{1}{4} (g_1^2 + g_2^2) j_0^2 = 0. \quad (11)$$

Полученное уравнение (11) может быть решено аналитически. Его вещественный корень разложим в ряд по степеням j_0 в окрестности $j_0 = 0$ и будем удерживать члены не выше второго порядка малости

$$\Omega_{\text{res}} = b\kappa + \frac{(g_1^2 + g_2^2)\beta b}{4a^2\kappa^2} j_0^2 + O(j_0^3). \quad (12)$$

Теперь, для нахождения U_{res} достаточно подставить (12) в (10) и решить полученное квадратное уравне-

ние. Следует выбрать корень, больший нуля и разложить его в ряд, как было сделано при выводе (12), для недопущения превышения точности. Получим

$$U_{\text{res}} = \frac{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}{2 |a\kappa|} j_0 + O(j_0^3). \quad (13)$$

Отметим, что в линейном режиме резонансная частота должна быть равна собственной частоте колебаний ω_0 . Тогда, из (12) следует, что $\Omega_{\text{res}} = b\kappa = \omega_0$. Данный результат согласуется с работой [10]. Таким образом, первый коэффициент жесткости κ может быть определен из эксперимента или моделирования при небольшом отклонении ядра вихря от положения равновесия. Определение второго коэффициента жесткости β возможно при вычислении коэффициентов ряда (12) по экспериментальным точкам или результатам моделирования при больших амплитудах прикладываемого тока. Для этой цели можно использовать метод наименьших квадратов или другие численные методы [24].

Было проведено микромагнитное моделирование с использованием программного пакета MUMAX³ [25]. Параметры материала были выбраны как у пермаллоя Ni₈₀Fe₂₀, а именно: обменная константа $A_{ex} = 13 \cdot 10^{-12}$ Дж/м, $M_s = 8 \cdot 10^5$ А/м, $\alpha = \xi = 0.01$. Для тока была установлена степень поляризации $P = 1$. Размеры ячейки моделирования, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда, вдоль осей OX и OY были равны 1.5625 нм, а ребро, параллельное оси OZ , имело длину 20 нм. Отметим, что выбор таких размеров соответствует приближению тонкой пленки, заключающемуся в пренебрежении изменениями намагниченности вдоль оси OZ . Такой выбор соответствует примененной модели Тили (1). Учет неоднородностей намагниченности может быть проведен при модификации уравнения Тили и введении гигантской движущейся массы вихря, что приводит к нелокальности динамики и снижению частоты гиротропной моды вихря [26]. В работе [26] показано, что учет этой массы для малых толщин вплоть до 20–30 нм для нанодиска не приводит к существенным отличиям от результатов применения локального уравнения Тили. Для численного интегрирования по времени использовался решатель на основе метода Дорманда–Принса с адаптивным шагом [25]. Для различных амплитуд плотности спин-поляризованного тока были получены АЧХ колебаний x -координаты ядра вихря. Они изображены на рис. 2. Совпадение расчетов, полученных на основе уравнения (6), с моделированием наблюдается как в линейном режиме работы с амплитудой плотности тока 2 МА/см², так и при возникновении сдвига ре-

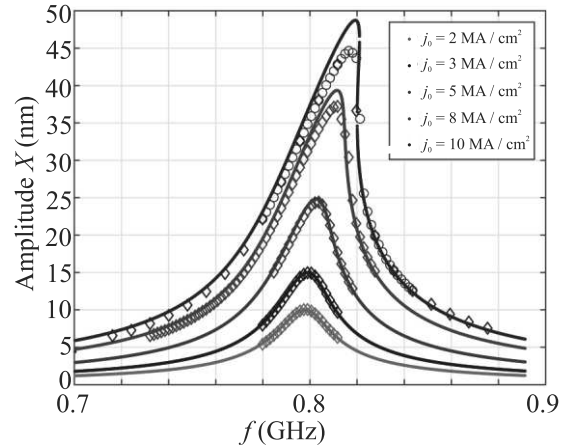


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимости установившейся амплитуды колебаний ядра вихря при различных амплитудах спин-поляризованного тока от его частоты $f = \Omega/2\pi$. Линии построены при помощи численного решения уравнения (7). Ромбы отмечают результаты микромагнитного моделирования при увеличении частоты колебаний тока, круги – при уменьшении. Цвет соответствует определенному значению амплитуды плотности тока j_0 согласно легенде

зонансной частоты при j_0 до 5 МА/см². При дальнейшем увеличении амплитуды j_0 возникает расхождение между расчетами на основе подхода Тили и моделированием. Решения уравнения (6) дают несколько завышенный результат, это можно связать с тем, что уравнение Тили (1) является хорошим приближением для неограниченного образца [17], а для моделирования использовались граничные условия Аменты–Радо, соответствующие случаю свободных спинов на поверхности ферромагнетика [27].

При построении АЧХ по результатам моделирования оказалось, что для амплитуды плотности спин-поляризованного тока 10 МА/см² в некотором диапазоне частот существует два возможных режима устойчивого движения ядра вихря. Анализ подобной ситуации удобно проводить методом фазовой плоскости. Фазовые портреты системы (5) при амплитудах $j_0 = 2$ МА/см² и $j_0 = 10$ МА/см² приведены на рис. 3. В линейном режиме, у системы (5) есть единственная особая точка – устойчивый фокус. При $j_0 = 10$ МА/см² и частоте $\Omega = 5.16 \cdot 10^9$ рад/с стационарных точек три: одно седло и два устойчивых узла. Каждый узел соответствует установившемуся движению ядра вихря. Конкретный режим колебаний выбирается в зависимости от того, к какой из устойчивых точек на фазовой плоскости оказывается ближе начальное состояние системы. Значит, в исследуемой системе возникает зависимость от предыдущей

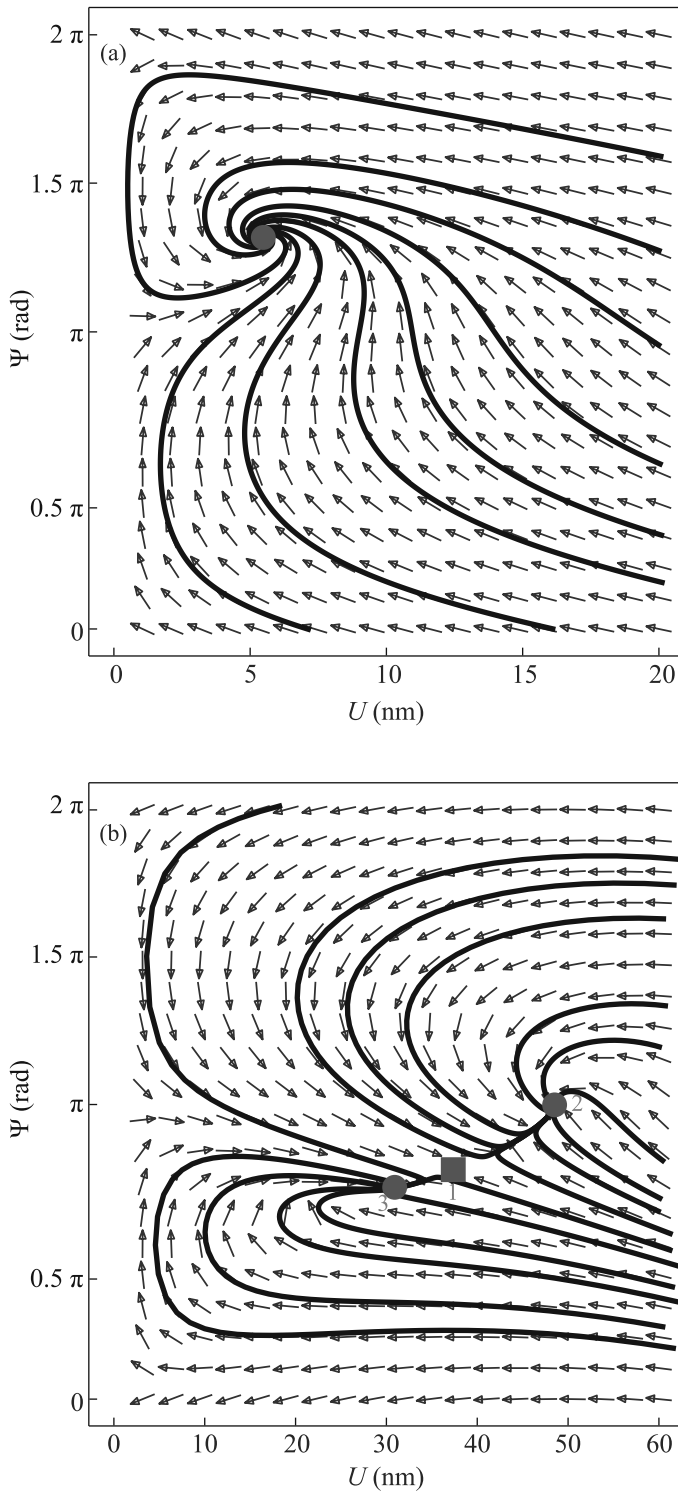


Рис. 3. (Цветной онлайн) Фазовые портреты системы (6) для: (a) – линейного режима при $j_0 = 2 \text{ MA/cm}^2$ и $\Omega = 4.9 \cdot 10^9 \text{ рад/с}$ (красный круг показывает положение устойчивого фокуса) и (b) – нелинейного режима при $j_0 = 10 \text{ MA/cm}^2$ и $\Omega = 5.16 \cdot 10^9 \text{ рад/с}$ (1 – седло, 2, 3 – устойчивые узлы)

тории – гистерезис, проявляющий себя следующим образом. Если изначально вихрь находился в центре диска, то для фиксированной величины j_0 , которая обеспечит наличие трех вещественных корней у (6), при увеличении частоты спин-поляризованного тока от значения много меньшего $\Omega_{\text{res}}(j_0)$ амплитуда установившихся колебаний будет расти и на определенной критической частоте $\Omega_{\text{cr}1}$, которую можно найти решением бифуркационного условия $Q = 0$, она скачком уменьшится. Если продолжить увеличение частоты спин-поляризованного тока, то амплитуда колебаний ядра вихря будет плавно уменьшаться. Однако, если для вихря, первоначально находившегося в центре диска, частоту внешнего воздействия уменьшать от значения, много большего $\Omega_{\text{res}}(j_0)$, то амплитуда установившихся колебаний будет расти, но на критической частоте $\Omega_{\text{cr}2} < \Omega_{\text{cr}1}$ она скачком увеличится и при дальнейшем уменьшении частоты спин-поляризованного тока продолжит плавное снижение.

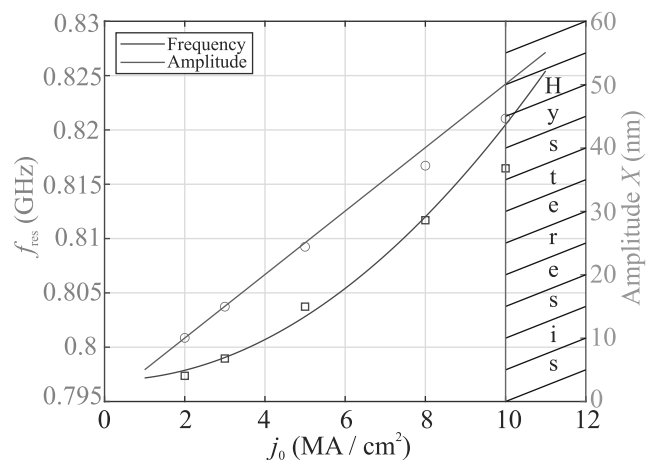


Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость резонансных амплитуды и частоты $f_{\text{res}} = \Omega_{\text{res}}/2\pi$ колебаний ядра вихря от амплитуды плотности прикладываемого тока. Линии показывают зависимости, полученные на основе уравнений (12) и (13). Круги и квадраты отражают результаты моделирования. Оранжевые круги показывают резонансную амплитуду, а синие квадраты резонансную частоту. Выделенная область отражает значения j_0 , при которых будет наблюдаться больше одной устойчивой точки в фазовом пространстве в некотором диапазоне частот

На рисунке 4 изображены зависимости резонансной частоты (12) и амплитуды (13) колебаний ядра вихря и результаты моделирования. Соотношение (13) устанавливает линейную зависимость резонансной амплитуды колебаний ядра вихря с точностью до поправок третьего порядка малости при $\beta \neq 0$.

Из рисунка 4 видно, что такая зависимость, действительно, является хорошим приближением в нелинейном режиме для j_0 до 5 MA/cm^2 . Значит, нелинейность, связанная со слагаемым $\beta/4 |\mathbf{X}|^4$ в энергии $W(|\mathbf{X}|)$, в модели Тиля оказывает малое влияние на величину резонансной амплитуды в указанном диапазоне токов. Однако, для резонансной частоты учет $\beta \neq 0$ оказывается существенным для тех же токов.

В данной работе рассмотрено применение модели Тиля к описанию нелинейного резонанса вихревой наноточки в СІР конфигурации. Методом укороченных уравнений выведены соотношения, определяющие зависимости резонансных характеристик исследуемого образца от амплитуды спин-поляризованного тока. Показано, что в широком диапазоне токов нелинейность не существенна для амплитуды колебаний ядра вихря, в то время как ее учет определяет сдвиг резонансной частоты. Полученные выражения (12) и (13) определяют отклик вихревого наноточечного цилиндра на пропускаемый через него спин-поляризованный ток.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда # 19-19-00607-П.

1. S. Kasai, Y. Nakatani, K. Kobayashi, H. Kohno, and T. Ono, Phys. Rev. Lett. **97**, 107204 (2006).
2. С. А. Никитов, А. Р. Сафин, Д. В. Калябин, А. В. Садовников, Е. Н. Бегинин, М. В. Логунов, М. А. Морозова, С. А. Одинцов, С. А. Осокин, А. Ю. Шаравевская, Ю. П. Шараевский, А. И. Кирилук, УФН **190**(10), 1009 (2020).
3. S. Bohlens, B. Krüger, A. Drews, M. Bolte, G. Meier, and D. Pfannkuche, Appl. Phys. Lett. **93**, 142508 (2008).
4. Q. Shao, P. Li, L. Liu et al. (Collaboration), IEEE Trans. Magn. **57**(7), 1 (2021).
5. В. А. Орлов, Г. С. Патрин, И. Н. Орлова, ЖЭТФ **158**(4), 672 (2020).
6. Л. В. Кулик, А. В. Горбунов, С. М. Дикман, В. Б. Тимофеев, УФН **189**, 925 (2019).
7. А. К. Звездин, К. А. Звездин, А. В. Хвальковский, УФН **178**(4), 436 (2008).
8. Ю. Н. Шубин, М. Х. Машаев, А. В. Ведяев, Н. В. Стрелков, ЖЭТФ **161**(5), 746 (2022).
9. M. Najafi, B. Krüger, S. Bohlens, M. Franchin, H. Fangohr, A. Vanhaverbeke, R. Allenspach, M. Bolte, U. Merkt, D. Pfannkuche, D. Müller, and G. Meier, J. Appl. Phys. **105**, 113914 (2009).
10. B. Krüger, A. Drews, M. Bolte, U. Merkt, D. Pfannkuche, and G. Meier, Phys. Rev. B **76**, 224426 (2007).
11. M. Bolte, G. Meier, B. Krüger, A. Drews, R. Eiselt, L. Bocklage, S. Bohlens, T. Tylliszczak, A. Vansteenkiste, B. Waeyenberge, K. Chou, A. Puzic, and H. Stoll, Phys. Rev. Lett. **100**, 176601 (2008).
12. K. Guslienko, R. Heredero, and O. Chubykalo-Fesenko, Phys. Rev. B **82**, 014402 (2010).
13. K. Buchanan, P. Roy, M. Grimsditch, F. Fradin, K. Guslienko, S. Bader, and V. Novosad, Phys. Rev. B **74**, 064404 (2006).
14. A. Khvalkovskiy, J. Grollier, A. Dussaux, K. Zvezdin, and V. Cros, Phys. Rev. B **80**, 140401 (2009).
15. K. Guslienko, O. Sukhostavets, and D. Berkov, Nanoscale Res Lett. **9**, 386 (2014).
16. A. Drews, B. Krüger, G. Selke, T. Kamionka, A. Vogel, M. Martens, U. Merkt, D. Moller, and G. Meier, Phys. Rev. B **85**, 144417 (2012).
17. Y. Gaididei, V. Kravchuk, and D. Sheka, Int. J. Quantum Chem. **110**, 83 (2010).
18. Б. А. Иванов, Г. Г. Аванесян, А. В. Хвальковский, Н. Е. Кулагин, К. Э. Заспел, К. А. Звездин, Письма в ЖЭТФ **91**(4), 190 (2010).
19. A. A. Thiele, J. Appl. Phys. **45**, 377 (1974).
20. Z. Liu, F. Giesen, X. Zhu, R. Sydora, and M. Freeman, Phys. Rev. Lett. **98**, 087201 (2007).
21. S. Zhang and Z. Li, Phys. Rev. Lett. **93**, 127204 (2004).
22. П. Д. Ким, В. А. Орлов, В. С. Прокопенко, С. С. Замай, В. Я. Принц, Р. Ю. Руденко, Т. В. Руденко, ФТТ **57**, 29 (2015).
23. Н. В. Карлов, Н. А. Кириченко, *Колебания, волны, структуры*, Физматлит, М. (2003).
24. Г. А. Кокотушкин, А. А. Федотов, П. В. Храпов, *Численные методы алгебры и приближения функций*, Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, М. (2011).
25. A. Vansteenkiste, J. Leliaert, M. Dvornik, M. Helsen, F. Garcia-Sanchez, and B. Waeyenberge, AIP Adv. **4**, 107133 (2014).
26. K. Guslienko, G. Kakazei, J. Ding, X. Liu, and A. Adeyeye, Sci. Rep. (2015).
27. Б. А. Калиникос, Соросовский Образовательный Журнал **5**, 93 (1996).