Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 11, с. 801 – 807

Отталкивание неелевского скирмиона от пирловского вихря в тонких гетероструктрурах ферромагнетик-сверхпроводник

Е. С. Андрияхина[+*], *С. Апостолофф*[+], *И. С. Бурмистров*[+×1)]

[+]*Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Россия*

[*]*Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), 141700 Москва, Россия*

[×]*Международная лаборатория физики конденсированного состояния,*
Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики, 101000 Москва, Россия

Поступила в редакцию 16 октября 2022 г.
После переработки 22 октября 2022 г.
Принята к публикации 25 октября 2022 г.

В работе исследуется отталкивание скирмиона неелевского типа в киральной ферромагнитной пленке от сверхпроводящего пирловского вихря за счет полей рассеяния. Учитывая воздействие магнитного поля вихря на скирмион за рамками теории возмущений, найдено, что отталкивание между ними подавляется с увеличением безразмерной напряженности магнитного поля. Это проявляется в сложной эволюции свободной энергии с увеличением магнитного поля вихря и уменьшением равновесного расстояния между центрами неелевского скирмиона и пирловского вихря.

DOI: 10.31857/S1234567822230094, EDN: mecmmi

Исследования взаимного влияния магнетизма и сверхпроводимости в гетероструктурах имеет долгую историю [1–5]. Недавно бислои сверхпроводник–ферромагнетик (SF) с топологически нетривиальными магнитными структурами привлекли внимание исследователей [6–8]. Такие топологически устойчивые конфигурации могут быть стабилизированы взаимодействием Дзялошинского–Мории (DMI) в ферромагнитных пленках [9]. Скирмионы в SF гетероструктурах индуцируют связанные состояния Ю–Шибы–Русинова [10, 11], являются носителями майорановских возбуждений [12–20], влияют на эффект Джозефсона [21], и изменяют критическую температуру сверхпроводящего перехода [22].

Скирмионы и сверхпроводящие вихри могут образовывать связанные пары в SF гетероструктурах из-за взаимного влияния спин-орбитального взаимодействия и эффекта близости [23, 24]. Кроме того, вихри и скирмионы взаимодействуют из-за наличия полей рассеяния [25–28]. Недавно устойчивое сосуществование скирмионов и вихрей было экспериментально обнаружено в структуре $[Ir_1Fe_{0.5}Co_{0.5}Pt_1]^{10}/MgO/Nb$ [29].

В работе [28] двое из авторов предсказали, что скирмион неелевского типа и пирловский вихрь, взаимодействуя полями рассеяния, отталкиваются друг от друга и образуют устойчивую конфигурацию с конечным расстоянием между их центрами. Однако анализ работы [28] был ограничен низшим порядком теории возмущений по величине магнитного поля вихря.

В нашей работе мы изучаем взаимодействие между сверхпроводящим пирловским вихрем и неелевским скирмионом в киральной ферромагнитной пленке, вызванное полями рассеяния (см. рис. 1).

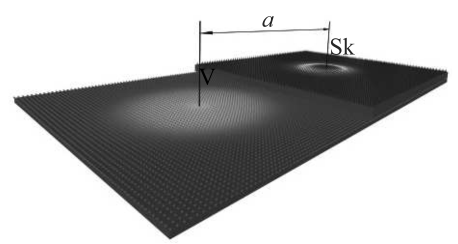

Рис. 1. (Цветной онлайн) Схематическое изображение гетероструктуры ферромагнетик (синий) – сверхпроводник (зеленый). Тонкий слой изолятора не показан. В ферромагнитном слое располагается неелевский скирмион (Sk). В сверхпроводящей пленке находится вихрь (V). Расстояние между их центрами a

В отличие от работы [28], мы учитываем искажение профиля скирмиона из-за действия магнитного поля вихря. Проводя такой учет за рамками теории возмущений, с одной стороны, аналитически, а с другой стороны – с помощью микромагнитного моделирования, мы находим, что свободная энергия $\mathcal{F}$ системы

1)e-mail: burmi@itp.ac.ru

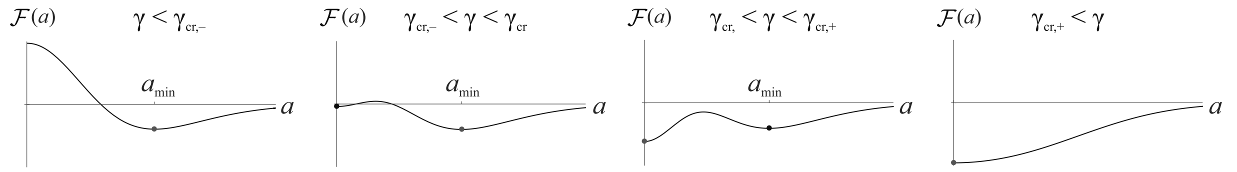

Рис. 2. (Цветной онлайн) Схематическое изображение $\mathcal{F}(a)$ для различных интервалов значений γ. Левая панель, $\gamma < \gamma_{\mathrm{cr},-}$: существует единственный минимум на ненулевом расстоянии $a_{\min}$. Средняя панель с $\gamma_{\mathrm{cr},-} < \gamma < \gamma_{\mathrm{cr}}$: существуют глобальный минимум на отличном от нуля расстоянии $a_{\min}$ и локальный минимум при $a = 0$. Средняя панель с $\gamma_{\mathrm{cr}} < \gamma < \gamma_{\mathrm{cr},+}$: существуют глобальный минимум при $a = 0$ и локальный минимум при ненулевом значении расстояния $a_{\min}$. Правая панель, $\gamma_{\mathrm{cr},+} < \gamma$: существует единственный минимум при $a = 0$

как функция расстояния a между центрами скирмиона и вихря качественно меняется при увеличении безразмерной силы γ вихревого магнитного поля, см. уравнение (6). В частности, $\mathcal{F}$ имеет (i) один минимум в $a = a_{\min} > 0$ для $\gamma < \gamma_{\mathrm{cr},-}$, (ii) два минимума в $a = 0$ и в $a = a_{\min}$, причем $\mathcal{F}(0) > \mathcal{F}(a_{\min})$, для $\gamma_{\mathrm{cr},-} < \gamma < \gamma_{\mathrm{cr}}$, (iii) два минимума в $a = 0$ и в $a = a_{\min}$, причем $\mathcal{F}(0) < \mathcal{F}(a_{\min})$, для $\gamma_{\mathrm{cr}} < \gamma < \gamma_{\mathrm{cr},+}$, и (iv) единственный минимум в $a = 0$ для $\gamma_{\mathrm{cr},+} < \gamma$ (см. рис. 2). С увеличением γ расстояние $a_{\min}$ между центрами неелевского скирмиона и пирловского вихря уменьшается и, затем, скачком падает до нуля при $\gamma = \gamma_{\mathrm{cr},+}$, поскольку пропадает соответствующий минимум (см. рис. 3). Все три критических значения $\gamma_{\mathrm{cr},\pm}$ и γ_{cr} зависят от безразмерной силы DMI (см. рис. 4). На основе наших результатов можно сделать в общем-то контринтуитивное утверждение: отталкивание между скирмионами и вихрем подавляется с ростом безразмерной силы магнитного поля вихря.

Взаимодействие скирмиона с вихрем. Так же, как и в работе [28], наша система состоит из ферромагнитной и сверхпроводящей пленок с толщинами d_F и d_S соответственно. Мы предполагаем, что обе пленки тонкие, $d_S \ll \lambda_L$ и $d_F \ll R$, где λ_L обозначает лондоновскую глубину проникновения, а R – это радиус скирмиона. Также мы предполагаем наличие тонкого слоя изолятора между сверхпроводящей и ферромагнитной пленками для того, чтобы подавить эффект близости. В сверхпроводящей пленке имеется пара вихрь-антивихрь, разделенных расстоянием много большим, чем пирловская глубина проникновения $\lambda = \lambda_L^2/d_S$ [30] (см. рис. 1).

Свободная энергия тонкой пленки кирального ферромагнетика в магнитном поле $\mathbf{B}_{\mathrm{V}}$ пирловского вихря имеет вид

$$\mathcal{F}[\mathbf{m}] = d_F \int d^2\mathbf{r}\{A(\nabla\mathbf{m})^2 + D[m_z\nabla\cdot\mathbf{m} - (\mathbf{m}\cdot\nabla)m_z] + \\ + K(1-m_z^2) - M_s\mathbf{m}\cdot\mathbf{B}_{\mathrm{V}}|_{z=+0}\}. \qquad (1)$$

Здесь $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ – это единичный вектор вдоль направления намагниченности $\mathbf{M}$, а M_s обозначает величи-

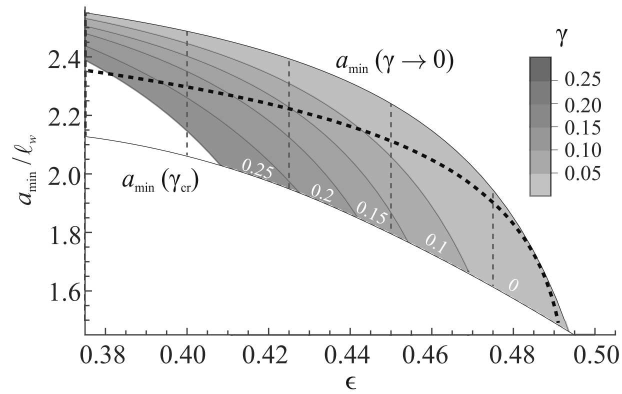

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость расстояния $a_{\min}$ между центрами скирмиона и вихря от ϵ для нескольких значений γ в интервале от 0.01 до 0.3. Штриховая кривая иллюстрирует аналитический результат для $a_{\min}(\epsilon)$ в пределе $\gamma \to 0$, см. текст ниже ур. (8). Для каждого значения ϵ расстояние $a_{\min}$ меняется от значения $a_{\min}(\gamma \to 0)$ до $a_{\min}(\gamma_{\mathrm{cr}})$. Когда γ становится больше, чем γ_{cr}, система оказывается в коаксиальной фазе. Закрашенные области показывают области постоянных значений безразмерной силы магнитного поля вихря γ, см. цветовую шкалу

ну намагниченности насыщения в пленке. Коэффициенты, отвечающие энергиям обмена, DMI и анизотропии обозначаются A, D, и K, соответственно. Мы предполагаем, что эти величины положительны, $A, K, D > 0$. Магнитное поле пирловского вихря, который находится в точке с координатой $\mathbf{a}$ может быть записано в следующей форме [31]:

$$\mathbf{B}_{\mathrm{V}} = \phi_0 \mathrm{sgn}(z)\nabla \int \frac{d^2\mathbf{q}}{(2\pi)^2}\frac{e^{-q|z|+i\mathbf{q}(\mathbf{r}-\mathbf{a})}}{q(1+2q\lambda)}, \qquad (2)$$

где $\phi_0 = hc/2e$ обозначает квант магнитного потока. Свободная энергия $\mathcal{F}[\mathbf{m}]$ определена так, чтобы $\mathcal{F} = 0$ для ферромагнитного состояния с $m_z = 1$ в отсутствие пирловского вихря, $\mathbf{B}_{\mathrm{V}} = 0$. Отметим, что мы пренебрегаем взаимодействием между скирмионом и антивихрем, находящемся на большем расстоянии вдали.

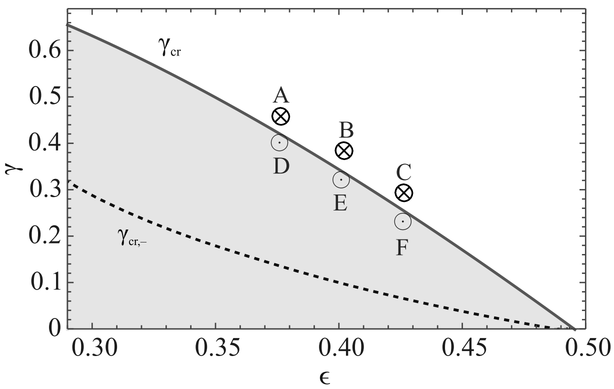

Рис. 4. (Цветной онлайн) Фазовая диаграмма. Сплошная кривая показывает зависимость $\gamma_{\rm cr}(\epsilon)$, найденную из микромагнитного моделирования. Черная штриховая кривая соответствует $\gamma_{{\rm cr},-}(\epsilon)$. В закрашенной голубым цветом области расстояние между скирмионом и вихрем отличается от нуля, $a_{\min} > 0$, см. рис. 2. Точки A, B, C, D, E и F соответствуют панелям на рис. 5

Смещенный скирмион при $\gamma \to 0$. В отсутствие вихря намагниченность, описывающая неелевский скирмион, может быть представлена в цилиндрической системе координат в следующем виде [32]:

$$\mathbf{m} = \mathbf{e}_r \sin\theta(r) + \mathbf{e}_z \cos\theta(r). \tag{3}$$

Минимизируя свободную энергию $\mathcal{F}[\mathbf{m}]$ с $\mathbf{B}_{\rm V} = 0$ по скирмионному углу $\theta(r)$, можно получить соответствующее уравнение Эйлера–Лагранжа,

$$\ell_w^2 \Delta_r \theta(r) - \frac{(\ell_w^2 + r^2)}{2r^2} \sin 2\theta(r) + 2\epsilon \frac{\sin^2\theta(r)}{r/\ell_w} = 0. \tag{4}$$

Здесь безразмерный параметр $\epsilon = D/2\sqrt{AK}$ контролирует силу DMI, $\ell_w = \sqrt{A/K}$, определяющий пространственный размер доменной стенки, является естественной мерой длины в задаче, и $\Delta_r\theta = \partial_r(r\partial_r\theta)/r$ обозначает радиальную часть оператора Лапласа.

Для того, чтобы решить уравнение (4), необходимо задать граничные условия. Естественно предположить, что пленка намагничена ферромагнитным образом вдали от скирмиона, $\theta(r \to \infty) = 0$, т.е. $m_z = 1$. В центре скирмиона намагниченность имеет противоположное направление, $m_z = -1$. Поскольку при $\epsilon > 0$ в ферромагнетике стабилизируются только скирмионы положительной киральности, то $m_z = -1$ соответствует граничному условию $\theta(r \to 0) = \pi$.

Зная решение $\theta(r) = \theta_0(r)$ для уравнения (4) (в отсутствие вихревого магнитного поля), можно вычислить [28] энергию взаимодействия скирмиона и вихря как функцию расстояния a между их центрами,

$$\frac{\delta\mathcal{F}(a)}{4\pi A d_F} = \gamma \int\limits_0^\infty dr\, r\{b_r^a(r)\sin\theta_0(r) + b_z^a(r)[\cos\theta_0(r) - 1]\}, \tag{5}$$

где безразмерная сила γ магнитного поля вихря определена как

$$\gamma = (\ell_w/\lambda)(M_s\phi_0/8\pi A). \tag{6}$$

Уравнение (5) справедливо в главном порядке по малой силе вихревого магнитного поля, $\gamma \ll 1$. Под обозначением $\delta\mathcal{F}$ мы имеем в виду, что из полной свободной энергии $\mathcal{F}[\mathbf{m}]$ вычтены вклады, соответствующие уединенному скирмиону и уединенному вихрю. Функции $b_r^a(r)$ и $b_z^a(r)$ определяют безразмерные r- и z-проекции вихревого магнитного поля $\mathbf{B}_{\rm V}$, усредненного по вращениям системы вокруг центра скирмиона, т.е. по всем возможным направлениям вектора $\mathbf{a}$. Эти функции выражаются следующей формулой:

$$b_{r/z}^a(r) = 2\ell_w \int\limits_0^\infty \frac{dq\, q J_0(qa) J_{1/0}(qr)}{(\lambda^{-1} + 2q)}. \tag{7}$$

Считая, что радиус скирмиона много больше пирловской длины проникновения, $R \ll \lambda$, что подразумевает $d_S \ll \lambda_L^2/R$, мы можем представить безразмерные проекции вихревого магнитного поля на расстояниях $r \sim R \ll \lambda$ как

$$\begin{gathered} b_z^a(r) \approx \frac{2\ell_w}{\pi(a+r)} K\Big(\frac{4ar}{(a+r)^2}\Big), \\ b_r^a(r) \approx (\ell_w/r)\Theta(r-a). \end{gathered} \tag{8}$$

Здесь $\Theta(z)$ обозначает функцию Хевисайда, а $K(z)$ – это полный эллиптический интеграл первого рода.

Минимум $\delta\mathcal{F}(a)$ определяет устойчивое положение скирмиона на расстоянии $a_{\min}$. Получающаяся зависимость $a_{\min}$ от ϵ при $\gamma \to 0$ показана на рис. 3 штриховой линией. Как можно видеть, $a_{\min}$ оказывается порядка $2\ell_w$ и уменьшается с ростом ϵ.

Подчеркнем, что в анализе выше, при вычислении уравнения (5), мы пренебрегли изменением профиля скирмиона, вызванного магнитным полем вихря. Такое изменение является эффектом следующего порядка по $\gamma \ll 1$. Для таких малых γ поправки следующего порядка приводят только к незначительному изменению величины $a_{\min}$, но не изменяют качественного поведения этой величины.

Почти центральный скирмион, $a \to 0$. Теперь мы изучим, при каких параметрах конфигурация соосного с вихрем скирмиона ($a = 0$) является неустойчивой. Намагниченность такого скирмиона также может быть описана выражением (3), из-за наличия радиальной симметрии в задаче. Тогда

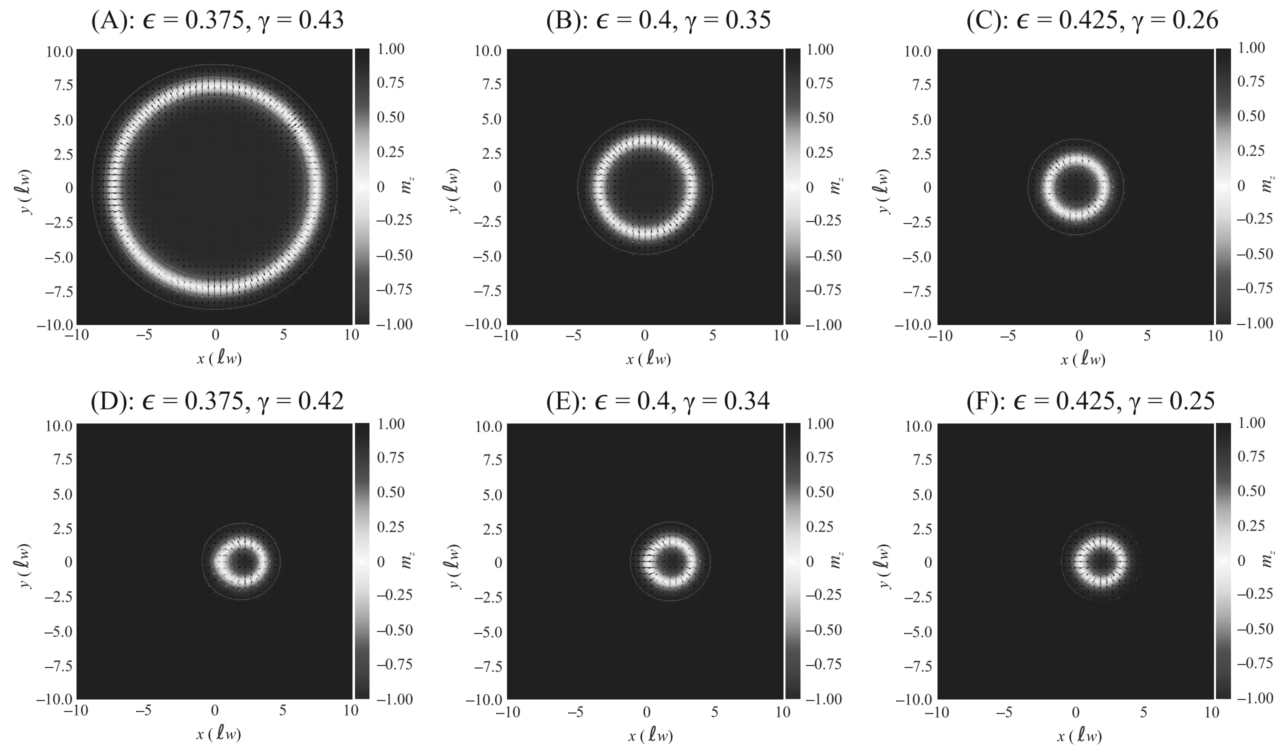

Рис. 5. (Цветной онлайн) Распределение намагниченности для различных значений ϵ и γ. Пирловский вихрь расположен в центре каждой панели, т.е. при $x = y = 0$. Белые контуры иллюстрируют линии уровней проекции m_z. Самый внешний контур отделяет скирмион от чисто ферромагнитного упорядочения. Черные стрелки показывают величину и направление проекции намагниченности $\mathbf{m}$ на плоскость xy. Верхний ряд соответствует силе γ магнитного поля вихря немного больше критической $\gamma_{\rm cr}$, при которой скирмион внезапно изменяет свое положение и становится коаксиальным с вихрем. Нижний ряд иллюстрирует распределение m_z для значений γ, которые немного меньше, чем $\gamma_{\rm cr}$, т.е. для случая ненулевого расстояния $a_{\min}$. Это ясно видно на нижних панелях, где действительно скирмион сдвинут из центра. Панели (A), (B), (C), (D), (E) и (F) соответствуют точкам, отмеченным на рис. 4

минимизация свободной энергии $\mathcal{F}[\mathbf{m}]$ по скирмионному углу $\theta(r)$ дает уравнение Эйлера–Лагранжа, аналогичное уравнению (4), но с выражением $\gamma[b_r^0(r)\cos\theta(r) - b_z^0(r)\sin\theta(r)]$ вместо нуля в правой части. Граничные условия остаются такими же, как выше: $\theta(r\to\infty) = 0$ и $\theta(r\to\infty) = \pi$.

После того как решение $\theta(r) = \theta_\gamma(r)$ для конечного значения γ получено, мы можем вычислить энергию взаимодействия $\delta\mathcal{F}(a)$ для малых расстояний $a \to 0$. Здесь идея такая же, как при выводе уравнения (5). Для малых значений a можно пренебречь изменением формы скирмиона в главном приближении и использовать уравнение (5), но с $\theta_\gamma(r)$,

$$\frac{\delta\mathcal{F}(a) - \delta\mathcal{F}(0)}{4\pi A d_F} = \gamma \int\limits_0^\infty dr\, r\{\delta b_r^a(r)\sin\theta_\gamma(r) + \\ + \delta b_z^a(r)[\cos\theta_\gamma(r) - 1]\}. \quad (9)$$

Здесь мы ввели $\delta b_{r/z}^a(r) = b_{r/z}^a(r) - b_{r/z}^0(r)$. При $r \sim R \ll \lambda$ и $a \to 0$ эти функции могут быть оценены как $\delta b_z^a(r) \approx \ell_w a^2/(4r^3)$ и $\delta b_r^a(r) \approx \ell_w a^2/(8r^2\lambda)$. Обратим внимание, что несмотря на то что результат (9) получен в пределе малых a, он позволяет предсказывать наличие минимума функции $\mathcal{F}(a)$ при $a = 0$ при произвольном значении $\gamma > 0$.

В пределе $\gamma \to 0$ и для $\epsilon < \epsilon_{\rm cr,-} \approx 0.488$, свободная энергия имеет максимум при $a = 0$, так как $\delta\mathcal{F}(a) < \delta\mathcal{F}(0)$. Таким образом, скирмион отталкивается от вихря в согласии с предсказанием работы [28]. С увеличением γ разность $\delta\mathcal{F}(a) - \delta\mathcal{F}(0)$ меняет знак при $\gamma = \gamma_{\rm cr,-}$ и в свободной энергии появляется минимум в $a = 0$. Следовательно, для $\gamma > \gamma_{\rm cr,-}$ скирмион может оказаться устойчивым прямо над вихрем. Зависимость $\gamma_{\rm cr,-}$ от ϵ, полученная из уравнения (9) показана на рис. 4 штриховой линией. Как можно видеть, $\gamma_{\rm cr,-}$ убывает с ростом ϵ и обращается в нуль при $\epsilon_{\rm cr,-} \approx 0.488$. Мы ожидаем аналогичную зависимость $\gamma_{\rm cr,+}(\epsilon)$. Наш теоретический анализ показывает, что $\gamma_{\rm cr,+}$ обращается в нуль при значении $\epsilon_{\rm cr,+} \approx 0.493$, которое только чуть больше, чем $\epsilon_{\rm cr,-}$.

Отметим, что $\gamma_{\rm cr}$, при котором глубина минимумов при $a = 0$ и $a = a_{\min}$ оказывается равной, обращается в нуль при $\epsilon_{\rm cr} \approx 0.491$. Подчеркнем, что с соответствующей точностью $\epsilon_{{\rm cr},-} \simeq \epsilon_{\rm cr} \simeq \epsilon_{{\rm cr},+} \approx 0.49$.

Микромагнитное моделирование. Для того чтобы исследовать устойчивые состояния неелевского скирмиона в присутствие магнитного поля пирловского вихря с изменением ϵ и γ, мы провели микромагнитное моделирование. Мы использовали Object Oriented MicroMagnetic Framework (OOMMF) [33] посредством пакета Ubermag [34] на языке программирования Python.

Система моделируется как набор классических магнитных векторов, размещенных в центре ячеек сетки. Расстояние измеряется в единицах ширины доменной стенки ℓ_w. Отметим, что для микромагнитного моделирования мы задаем параметр магнитной анизотропии $K = 1$ и параметр DMI $D = 2\epsilon$. Накладываются периодические граничные условия (в плоскости xy) для моделирования изолированной области SF гетероструктуры. Мы создаем скирмион, зарождая замкнутую область с перевернутым направлением намагниченности и позволяя ей релаксировать в присутствии обменного взаимодействия Гейзенберга, DMI и магнитной анизотропии, а также в магнитном поле, индуцированном вихрем.

Отметим, что на систему не действуют никакие другие внешние поля, так что единственным источником зеемановской энергии является взаимодействие с вихрем. В нашем моделировании мы считаем, что пирловский вихрь имеет ядро нулевого радиуса и закреплен в начале координат сетки, см. уравнение (2).

Микромагнитное моделирование позволяет найти зависимость расстояния $a_{\min}$ между скирмионом и вихрем от ϵ для конечного значения γ, см. рис. 3. Как и в случае $\gamma \to 0$, $a_{\min}$ уменьшается с увеличением ϵ при неизменной величине γ. Аналогично, $a_{\min}$ уменьшается с увеличением γ при постоянном значении ϵ. Отметим расхождение между теорией и микромагнитным моделированием, которое становится более заметным при меньших значениях ϵ, см. рис. 3. Мы полагаем, что это происходит из-за эффектов дискретизации, неизбежных при численном подходе. В нашем моделировании мы обнаружили, что при уменьшении размера шага сетки наблюдается тенденция приближения $a_{\min}$ к теоретическому значению, отмеченному штриховой линией на рис. 3. Однако при малых значениях ϵ необходимо брать как меньшие размеры ячейки сетки, так и больший размер образца, что требует значительных вычислительных ресурсов.

Результаты микромагнитного моделирования согласуются с эволюцией свободной энергии с γ, схематично показанной на рис. 2. Фазовая диаграмма в плоскости ϵ и γ, построенная из полученных результатов, представлена на рис. 4. Две фазы устойчивого положения скирмиона, непосредственно над центром вихря (белая верхняя область) и на конечном расстоянии $a_{\min}$ (затененная нижняя область), разделены сплошной линией $\gamma = \gamma_{\rm cr}(\epsilon)$. Можно видеть, что $\gamma_{\rm cr}$ падает до нуля, когда ϵ достигает значения примерно 0.49, в соответствии с теоретическими предсказаниями. Как уже упоминалось выше, существуют нижнее и верхнее критические значения $\gamma_{{\rm cr},\mp}(\epsilon)$, при которых минимум при $a = a_{\min} > 0$ исчезает и минимум при $a = 0$ появляется, соответственно. Однако мы не можем найти эти значения в рамках нашего микромагнитного моделирования.

Профили скирмиона, полученные с помощью микромагнитного моделирования, для ϵ и γ, соответствующих точкам A, B и C на рис. 4, представлены на рис. 5 (верхний ряд). Как и следовало ожидать, во всех трех случаях скирмионы располагаются прямо над центром вихря, т.е. $a_{\min} = 0$. В нижнем ряду на рис. 5 показаны скирмионы для параметров ϵ и γ, соответствующих точкам D, E и F на рис. 4. В этом случае хорошо видно ненулевое расстояние между центрами скирмиона и вихря.

Обратим внимание на структуру намагниченности смещенных скирмионов, соответствующих точкам D, E и F. Как и следовало ожидать, при увеличении эффективной силы γ магнитного поля вихря профиль намагниченности отклоняется от радиально симметричного. Это приводит к тому, что, во-первых, центр скирмиона приближается к центру вихря, во-вторых, радиус скирмиона увеличивается, а, кроме того, проекция намагниченности на плоскость xy (изображена черными стрелками на рис. 5) частично разворачивается в направлении вдоль линий магнитного поля. Эти изменения в профиле приводят к уменьшению полной свободной энергии $\mathcal{F}(a_{\min})$ смещенного скирмиона как функции γ. Тем не менее, свободная энергия $\mathcal{F}(a = 0)$ скирмиона, расположенного точно над вихрем, как функция γ уменьшается быстрее. Поэтому, когда γ превышает значение $\gamma_{\rm cr}$, энергия смещенного скирмиона оказывается выше энергии скирмиона, расположенного точно над вихрем.

Для выяснения физического смысла критических значений безразмерной силы вихря $\gamma_{{\rm cr},\pm}$ и $\gamma_{\rm cr}$ рассмотрим случай малой, но конечной концентрации скирмионов и вихрей. Тогда при $\gamma < \gamma_{{\rm cr},-}$ можно ожидать существование фазы (дипольных) пар, состоящих из скирмиона и вихря, разделенных расстоянием $a_{\min}$. При $\gamma > \gamma_{\mathrm{cr},+}$ можно наблюдать фазу (точечных) пар скирмиона и вихря, сидящих друг над другом. В промежуточной области $\gamma_{\mathrm{cr},-} < \gamma < < \gamma_{\mathrm{cr},+}$ имеет место фаза, в которой существуют конечные концентрации дипольных и точечных пар. В предположении, что система может достичь глобального минимума свободной энергии, при γ_{cr} будет истинный термодинамический переход между фазами с дипольной и точечной парами соответственно. Поскольку безразмерная сила вихря γ зависит от параметров материала, см. уравнение (6), и пропорциональна толщине d_S сверхпроводящей пленки, можно было бы увидеть описанные выше переходы при изменении толщины.

Выводы. В данной работе мы провели исследование взаимодействия между сверхпроводящим пирловским вихрем и скирмионом неелевского типа в киральной ферромагнитной пленке за рамками теории возмущений по величине полей рассеяния, индуцированных вихрем. В отличие от предыдущей работы [28] двух из авторов, в которой рассмотрение задачи ограничивалось режимом слабого безразмерного магнитного поля вихря, $\gamma \to 0$, в данной работе мы обнаружили, что увеличение γ подавляет отталкивание скирмиона от пирловского вихря и приводит к уменьшению расстояния $a_{\min}$ между их центрами, как показано на рис. 3. Самое удивительное, что мы обнаружили существование интересной эволюции свободной энергии системы с ростом γ. В частности, при $\gamma < \gamma_{\mathrm{cr},-}$ свободная энергия $\mathcal{F}(a)$ имеет единственный минимум при $a = a_{\min}$, тогда как при $\gamma > \gamma_{\mathrm{cr},+}$ она имеет единственный минимум при $a = 0$, см. рис. 2 и 4.

В заключение отметим, что было бы интересно обобщить наши результаты на случай скирмионов и вихрей в условиях ограниченной геометрии, например, в наноточках и т.д. [35–37], на скирмионно-вихревые решетки [38], а также на более экзотические магнитные возбуждения, например, антискирмионы, бимероны, бискримионы, скирмиониумы и др. [7].

Мы благодарны А. Фраерману, М. Кузнецову и М. Шустину за полезные обсуждения. Также мы благодарны О. Третьякову и П. Воробьеву за совместную работу над близким проектом.

Работа поддержана грантом Российского научного фонда # 21-42-04410.

Авторы выражают благодарность за возможность использования компьютерного кластера ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН.

1. V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. S. Prokofiev, V. V. Bolginov, and A. K. Feofanov, J. Low Temp. Phys. **136**, 385 (2004).
2. I. F. Lyuksyutov and V. L. Pokrovsky, Adv. Phys. **54**, 67 (2005).
3. A. I. Buzdin, Rev. Mod. Phys. **77**, 935 (2005).
4. F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, Rev. Mod. Phys. **77**, 1321 (2005).
5. M. Eschrig, Rep. Prog. Phys. **78**, 104501 (2015).
6. C. Back, V. Cros, H. Ebert, K. Everschor-Sitte, A. Fert, M. Garst, T. Ma, S. Mankovsky, T. L. Monchesky, M. Mostovoy, N. Nagaosa, S. S. P. Parkin, C. Pffeiderer, N. Reyren, A. Rosch, Y. Taguchi, Y. Tokura, K. von Bergmann, and J. Zang, J. Phys. D: Applied Phys. **53**, 363001 (2020).
7. B. Göbel, I. Mertig, and O. A. Tretiakov, Phys. Rep. **895**, 1 (2021).
8. A. O. Zlotnikov, M. S. Shustin, and A. D. Fedoseev, J. Supercond. Nov. Magn. **34**, 3053 (2021).
9. A. N. Bogdanov and D. Yablonskii, Sov. Phys. JETP **68**, 101 (1989).
10. S. S. Pershoguba, S. Nakosai, and A. V. Balatsky, Phys. Rev. B **94**, 064513 (2016).
11. K. Pöyhönen, T. Ojanen, A. Westström, S. S. Pershoguba, and A. V. Balatsky, Phys. Rev. B **94**, 214509 (2016).
12. W. Chen and A. P. Schnyder, Phys. Rev. B **92**, 214502 (2015).
13. G. Yang, P. Stano, J. Klinovaja, and D. Loss, Phys. Rev. B **93**, 224505 (2016).
14. U. Güngördü, S. Sandhoefner, and A. A. Kovalev, Phys. Rev. B **97**, 115136 (2018).
15. E. Mascot, S. Cocklin, S. Rachel, and D. K. Morr, Phys. Rev. B **100**, 184510 (2019).
16. S. Rex, I. V. Gornyi, and A. D. Mirlin, Phys. Rev. B **100**, 064504 (2019).
17. M. Garnier, A. Mesaros, and P. Simon, Commun. Phys. **2**, 126 (2019).
18. S. Rex, I. V. Gornyi, and A. D. Mirlin, Phys. Rev. B **102**, 224501 (2020).
19. U. Güngördü and A. A. Kovalev, J. Appl. Phys. **132**, 041101 (2022).
20. J. Nothhelfer, S. A. Díaz, S. Kessler, T. Meng, M. Rizzi, K. M. D. Hals, and K. Everschor-Sitte, Phys. Rev. B **105**, 224509 (2022).
21. T. Yokoyama and J. Linder, Phys. Rev. B **92**, 060503(R) (2015).
22. V. A. Tumanov, V. E. Zaitseva, and Yu. N. Proshin, Pis'ma v ZhETF **106**, 443 (2022).
23. K. M. D. Hals, M. Schecter, and M. S. Rudner, Phys. Rev. Lett. **117**, 017001 (2016).
24. J. Baumard, J. Cayssol, F. S. Bergeret, and A. Buzdin, Phys. Rev. B **99**, 014511 (2019).

25. S. M. Dahir, A. F. Volkov, and I. M. Eremin, Phys. Rev. Lett. **122**, 097001 (2019).
26. R. M. Menezes, J. F. S. Neto, C. C. de Souza Silva, and M. V. Milośević, Phys. Rev. B **100**, 014431 (2019).
27. S. M. Dahir, A. F. Volkov, and I. M. Eremin, Phys. Rev. B **102**, 014503 (2020).
28. E. S. Andriyakhina and I. S. Burmistrov, Phys. Rev. B **103**, 174519 (2021).
29. A. P. Petrović, M. Raju, X. Y. Tee, A. Louat, I. Maggio-Aprile, R. M. Menezes, M. J. Wyszyński, N. K. Duong, M. Reznikov, Ch. Renner, M. V. Milosević, and C. Panagopoulos, Phys. Rev. Lett. **126**, 117205 (2021).
30. J. Pearl, Appl. Phys. Lett. **5**, 65 (1964).
31. A. A. Abrikosov, *Fundamentals of the Theory of Metals*, North-Holland, Amsterdam (1988).
32. Y. Kawaguchi, Y. Tanaka, and N. Nagaosa, Phys. Rev. B **93**, 064416 (2016).
33. M. J. Donahue and D. G. Porter, *OOMMF User's Guide, Version 1.0*, Interagency Report NISTI **6376** (1999).
34. M. Beg, M. Lang, and H. Fangohr, IEEE Trans. Magn. **58**, 1 (2022).
35. S. Rohart and A. Thiaville, Phys. Rev. B **88**, 184422 (2013).
36. V. L. Vadimov, M. V. Sapozhnikov, and A. S. Mel'nikov, Appl. Phys. Lett. **113**, 032402 (2018).
37. L. González-Gómez, J. Castell-Queralt, N. Del-Valle, and C. Navau, Phys. Rev. Appl. **17**, 034069 (2022).
38. J. F. Neto and C. C. de Souza Silva, Phys. Rev. Lett. **128**, 057001 (2022).