

Монохроматическое оптическое излучение Вавилова–Черенкова умеренно релятивистских ионов в радиаторах с частотной дисперсией

А. П. Потылицын^{a,1)}, Б. А. Алексеев^a, А. В. Вуколов^a, М. В. Шевелев^a, А. А. Балдин^{b,c}, В. В. Блеко^b,
П. В. Каратаев^d, А. С. Кубанкин^{e,f}

^aТомский политехнический университет, 634050 Томск, Россия

^bОбъединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

^cИнститут перспективных исследований “ОМЕГА”, 141980 Дубна, Россия

^dJohn Adams Institute at Royal Holloway, University of London, Department of Physics, Egham, Surrey, TW20 0EX, United Kingdom

^eБелгородский государственный национальный исследовательский университет, 308015 Белгород, Россия

^fФизический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 17 февраля 2022 г.

После переработки 15 марта 2022 г.

Принята к публикации 15 марта 2022 г.

В работе рассматривается оптическое излучение Вавилова–Черенкова (ИВЧ) умеренно релятивистских ионов в пластине CVD-алмаза, обладающего частотной дисперсией. Показано, что ИВЧ, выводимое в вакуум из наклонной пластины алмаза под фиксированным углом наблюдения, становится монохроматическим. Длина волны спектральной линии зависит от энергии иона и от геометрии эксперимента (угла наблюдения и угла наклона пластины). Предлагается эксперимент по исследованию эффекта монохроматизации ИВЧ на пучке нуклотрона ОИЯИ с целью его дальнейшего использования в диагностике ионных пучков. Метод может быть внедрен для мониторинга энергии комплекса NICA.

DOI: 10.31857/S123456782208002X, EDN: fmclpq

Оптическое излучение Вавилова–Черенкова (ИВЧ) [1] широко используется в самых различных областях – для создания детекторов элементарных частиц [2–5], в диагностике пучков современных ускорителей [6–8], в инфраструктуре установок термоядерного синтеза [9], при измерениях дозовых полей установок лучевой терапии [10] и т.д.

Отметим, что практически во всех цитированных работах использовалась такая характеристика ИВЧ как направленность, определяемая известным соотношением:

$$\cos \theta_{\text{ch}} = 1/n(\lambda)\beta, \quad (1)$$

здесь θ_{ch} – угол испускания фотонов ИВЧ в среде, через которую проходит заряженная частица со скоростью $v = \beta c$ (c – скорость света), $n(\lambda)$ – коэффициент преломления среды на длине волны λ .

Ясно, что соотношение (1) определяет также “поперечный” характер эффекта ИВЧ, возникающего

при условии превышения скорости частицы фазовой скорости света в среде:

$$\beta > 1/n(\lambda). \quad (2)$$

Спектральный состав ИВЧ в среде определяется условием

$$n(\lambda) > 1, \quad (3)$$

т.е. спектр ИВЧ практически для всех диэлектриков является непрерывным в диапазоне от ультрафиолета до инфракрасного.

Укажем, что формула (1), строго говоря, справедлива для бесконечной толщины радиатора. В реальном случае, излучение, формирующееся на конечном участке траектории L распространяется в виде конуса фотонов ИВЧ, обладающего конечной “шириной” $\Delta\theta_{\text{ch}}$ [11]:

$$\Delta\theta_{\text{ch}} \sim \frac{2\lambda}{\pi L \sin \theta_{\text{ch}}}. \quad (4)$$

Для традиционной геометрии генерации ИВЧ умеренно релятивистским зарядом в диэлектрической пластине (см. рис. 1а), конус излучения выво-

¹⁾e-mail:potylitsyn@tpu.ru

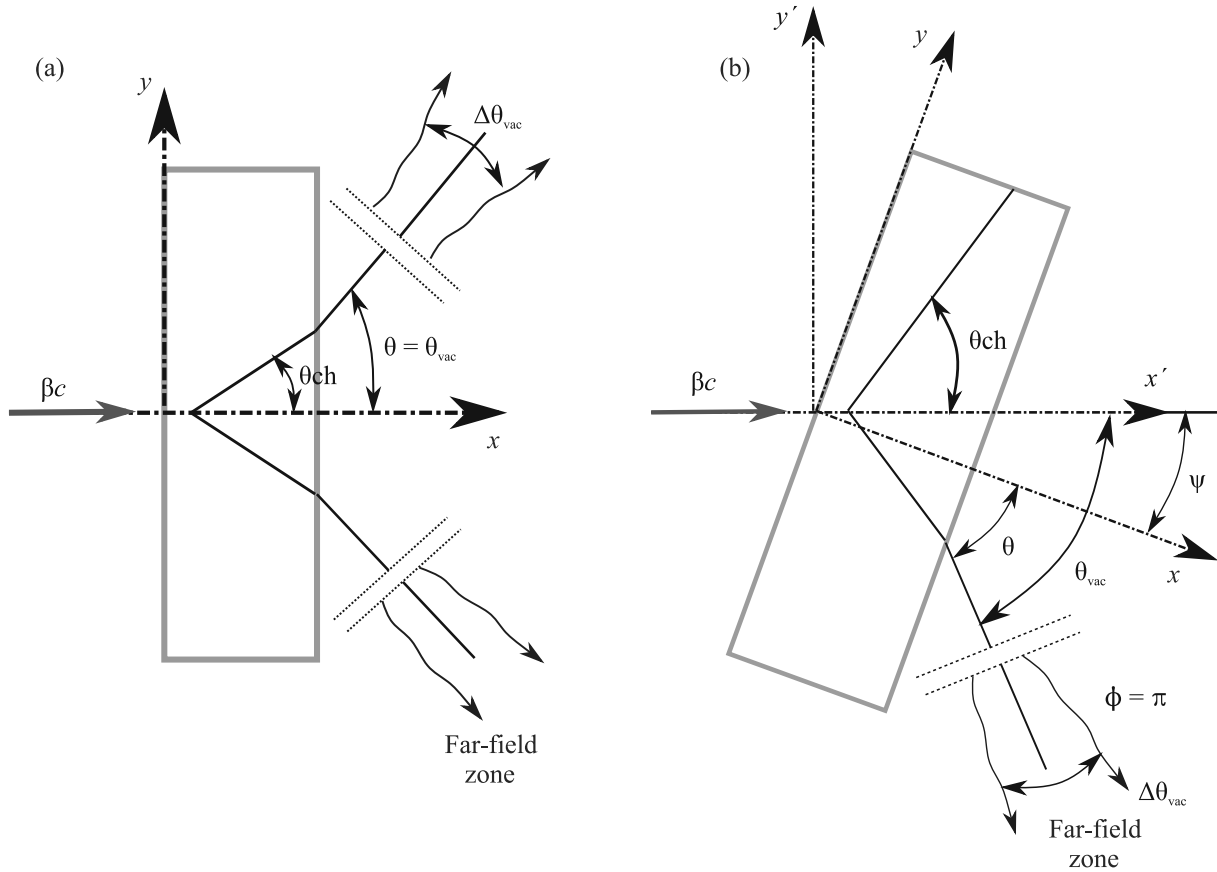


Рис. 1. (Цветной онлайн) Геометрия генерации ИВЧ в диэлектрической пластине: (а) – перпендикулярный пролет заряда; (б) – пролет через наклонную пластину

дится в вакуум, если скорость заряда удовлетворяет условию:

$$\beta_{thr} = 1/n(\lambda) < \beta < \beta_{max} = 1/\sqrt{n^2(\lambda) - 1}. \quad (5)$$

В дальней зоне, т.е. на таком расстоянии от радиатора, когда можно пренебречь длиной траектории, на которой генерируется излучение, и рассматривать излучение точечного источника, неравенство (5) соответствует углу излучения в вакууме θ_{vac} , который отсчитывается от импульса электрона (см. рис. 1а):

$$0 < \theta_{vac} < \pi/2. \quad (6)$$

Для вывода излучения заряда с $\beta > \beta_{max}$ из радиатора в вакуум необходимо “выходную” поверхность радиатора выполнять как коническую [12]. Альтернативная более простая возможность – использование наклонной диэлектрической пластины в качестве радиатора [13] (см. рис. 1б). В этом случае в вакуум выводится только часть конуса ИВЧ. Если среда обладает частотной дисперсией, то из-за преломления на выходной поверхности радиатора под фиксированным углом $\theta = const$ (угол θ отсчитывается

от нормали, см. рис. 1б) в плоскости, проходящей через импульс электрона и нормаль к выходной поверхности (компланарная геометрия), будет испускаться монохроматическое излучение с длиной волны λ , которая определяется соотношением:

$$\theta = \arcsin \left\{ n(\lambda) \sin \left[\arccos \left(\frac{1}{n(\lambda)\beta} \right) - \psi \right] \right\}. \quad (7)$$

Здесь ψ – угол наклона пластины относительно импульса заряженной частицы (см. рис. 1б).

В недавнем эксперименте [14], выполненном на пучке электронов с энергией 855 МэВ, наблюдался этот эффект монохроматизации ИВЧ. В качестве радиатора использовалась кварцевая пластинка толщиной 200 мкм.

Число фотонов ИВЧ в дальней зоне, испускаемое электроном из такого наклонного радиатора толщиной L под углом θ_{vac} , в работе [14] рассчитывалось по модели поляризационных токов [15, 16].

$$\frac{d^2N}{d\lambda d\Omega} = 4\alpha \frac{\cos^2 \theta}{((1 - \beta_y n_y)^2 - \beta_z^2 \cos^2 \theta)^2} \left| \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right|^2 \times$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{L^2}{\lambda^3} \operatorname{sinc}^2 \left(\pi \frac{L}{\lambda} \frac{1 - \beta_z Z - n_y \beta_y}{\beta_z} \right) \times \\ & \times \left(\beta_y^2 \beta_z^2 \sin^2 \varphi \times (|Z|^2 + \sin^2 \theta) \left| \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\cos \theta + Z} \right|^2 + \right. \\ & \quad \left. + \left| \frac{\varepsilon}{\varepsilon \cos \theta + Z} \right|^2 \right) \times \\ & \times \left| (\beta_z^2 + n_y \beta_y + \beta_z Z - 1) \sin \theta - \beta_y \beta_z \cos \varphi Z \right|^2. \quad (8) \end{aligned}$$

В выражении (8) $\alpha = 1/137$ – постоянная тонкой структуры, L – толщина радиатора, θ – полярный угол вылета фотона ИВЧ в вакууме, $\operatorname{sinc}(x) = \sin x/x$, $Z = \sqrt{\varepsilon(\lambda) - \sin^2 \theta}$, λ – длина волны ИВЧ.

Полученное выражение, будучи более простым, в целом, хорошо согласуется с формулой Пафомова (см. формулу (1) в статье [17]).

Компоненты скорости заряда (в единицах скорости света) определены в системе координат $\{x, y, z\}$, связанной с радиатором (см. рис. 1b):

$$\beta_y = \beta \sin \psi, \quad \beta_z = \beta \cos \psi.$$

В этой же системе координат определены направляющие косинусы волнового вектора:

$$n_x = \sin \theta \sin \varphi; \quad n_y = \sin \theta \cos \varphi; \quad n_z = \cos \theta.$$

Условие (7) непосредственно вытекает из равенства нулю аргумента функции $\operatorname{sinc}(x)$ в (8), что соответствует максимуму этой функции:

$$1 - \beta_z Z - n_y \beta_y = 0. \quad (9)$$

В общем случае (для некомпланарной геометрии процесса) соотношение (9) определяет двумерную область углов $\{\theta, \varphi\}$, которая описывает часть конуса ИВЧ, выходящего в вакуум.

$$\begin{aligned} 1 - \beta_z Z - n_y \beta_y &= 1 - \beta \cos \psi \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} - \\ &- \sin \theta \cos \varphi \beta \sin \psi = 0. \quad (10) \end{aligned}$$

Из уравнения (10) следует решение для $\sin \theta$:

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \left(\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \times \right. \\ & \times \left. \sqrt{\varepsilon \beta^2 (1 - \sin^2 \psi \sin^2 \varphi) - 1} \right) / \beta (1 - \sin^2 \psi \sin^2 \varphi). \quad (11) \end{aligned}$$

Для компланарной геометрии $\varphi = \pi$ (см. рис. 1) из (11) после несложных преобразований получаем соотношение (7), которое есть следствие закона Спеллиуса.

Область азимутальных углов, которая ограничивает часть конуса ИВЧ в вакууме

$$\pi + \Delta\varphi \leq \varphi \leq \pi - \Delta\varphi \quad (12)$$

определяется из (11) при выполнении граничного условия

$$\sin \theta = 1.$$

В приближении $\Delta\varphi < 1$ можно получить следующую оценку:

$$(\Delta\varphi)^2 = 4\beta[1 - n(\lambda) \sin(\theta_{\text{ch}} - \psi)] / \sin \psi \sin 2(\theta_{\text{ch}} - \psi). \quad (13)$$

Так, например, для энергии ионов 165 МэВ/нуклон и спектральной линии ИВЧ с $\lambda = 565$ нм (см. ниже) точное решение уравнения (10) дает значение $\Delta\varphi = 0.764 \approx 43.8^\circ$, тогда как оценка (13) дает несколько завышенное значение $\Delta\varphi \approx 1.11 \approx 63.6^\circ$.

Отметим, что с увеличением скорости ионов интервал углов $\Delta\varphi$ сужается и оценка (13) будет давать не слишком большую погрешность.

Более удобной является система $\{x', y', z'\}$, в которой ось z' направлена вдоль скорости заряда (см. рис. 1b). Угол θ_{vac} определен именно в этой системе. Переходя от углов θ, φ к вакуумным углам в штрихованной системе поворотом на угол ψ , получим:

$$\cos \theta_{\text{vac}} = \cos \theta \cos \psi + \sin \theta \cos \varphi \sin \psi, \quad (14)$$

$$\tan \varphi_{\text{vac}} = \frac{\sin \theta \sin \varphi}{\sin \theta \cos \psi - \sin \theta \cos \varphi \sin \psi}. \quad (15)$$

Для компланарной геометрии ($\varphi = \pi$) из (14), (15) получаем:

$$\theta_{\text{vac}} = \psi + \theta, \quad \varphi_{\text{vac}} = 0.$$

Из-за частотной дисперсии ИВЧ с различной длиной волны будет излучаться в вакуум под разными углами θ_{vac} . Если использовать апертуру детектора $\Delta\theta$ значительно меньше, чем “естественная” угловая ширина конуса ИВЧ, $\Delta\theta_{\text{ch}}$ испускаемого зарядом с конечной траектории L (2) $\Delta\theta \ll \Delta\theta_{\text{ch}}$, то следует ожидать, что спектр излучения будет квазимонохроматичным. В эксперименте [14] это предположение подтвердилось.

При использовании радиатора из материала с высоким коэффициентом преломления $n(\lambda)$, например, алмаза с $n > 2.4$, ИВЧ будет генерироваться зарядом со скоростью $v > c/2.4$, т.е. при $\beta > 0.417$. Для пучка ионов с такой скоростью Лоренц-фактор приблизительно равен $\gamma \geq 1/\sqrt{1 - \beta^2} \geq 1.09$.

Синтетический алмаз (CVD-алмаз) обладает частотной дисперсией, описываемой формулой Селлмейера [18, 19]

$$\varepsilon(\lambda) = n^2(\lambda) = 1 + 4.658\lambda^2 / (\lambda^2 - 112.5^2), \quad (16)$$

где длина волны подставляется в нанометрах.

Используя формулу (8), можно рассчитывать спектр фотонов ИВЧ умеренно релятивистского ионного пучка, пролетающего через алмазную пластинку, после умножения полученных значений на z^2 (z – заряд иона).

На рисунке 2 приведены зависимости выхода фотонов ИВЧ с различной длиной волны от угла наблюдения в геометрии, соответствующей рис. 1а. Вычисления проводились по формуле (8) для скорости ионов $\beta = 0.4166$ ($\gamma = 1.1$), проходящих через алмазную мишень толщиной 100 микрон.

Как следует из рис. 2, для $\lambda = 0.4$ мкм параметр $\Delta\theta_{vac} \approx FWHM \approx 1.5^\circ = 0.026$. Для дли-

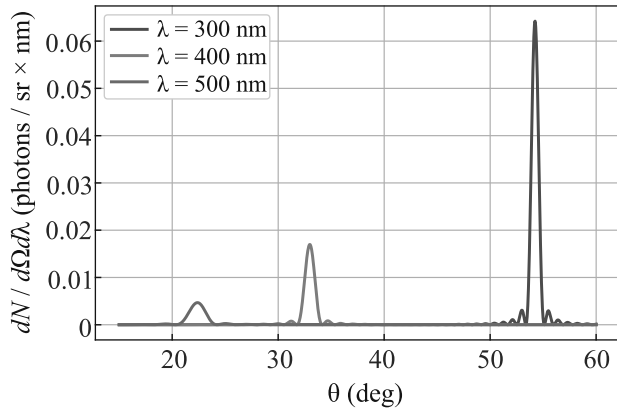


Рис. 2. (Цветной онлайн) Угловая зависимость интенсивности ИВЧ заряда со скоростью $\beta = 0.4166$ ($\gamma = 1.1$), пролетающего через перпендикулярную алмазную пластину ($\psi = 0$) толщиной 100 мкм

ны волны $\lambda = 0.5$ мкм скорость $\beta_{max} = 0.45116$ ($\gamma_{max} = 1.119$), это соответствует Лоренц-фактору $\gamma_{max} = 1.119$, что всего на 1.7% выше пороговой энергии $\gamma_{thr} = 1/\sqrt{1 - \beta_{thr}^2}$.

Для вывода в вакуум ИВЧ от более релятивистских ионов, необходимо переходить к наклонной геометрии. На рисунке 3 приведены спектры ИВЧ, которые испускаются под углом $\theta_{vac} = 79^\circ$ от алмазной мишени толщиной 100 мкм, наклоненной на угол 17° , ионами с энергией менее 0.2 ГэВ/нуклон.

На рисунке 4 приведены спектры ИВЧ для той же геометрии, полученные после интегрирования выражения (8) по телесному углу $\theta_{vac} \pm \Delta\theta_{ap} = 79^\circ \pm \pm 0.76^\circ$, $\varphi \pm \Delta\varphi_{ap} = \pm 0.76^\circ$ ($\Delta\theta_{ap}$, $\Delta\varphi_{ap}$ – угловая апертура детектора, соответствующая коллиматору 4×4 мм, расположенному на расстоянии 150 мм от радиатора), а также для удвоенной апертуры $\Delta\varphi_{ap} = 1.52^\circ$ при прежней апертуре $\Delta\theta_{ap}$.

Уширение линии, в основном, обусловлено “захватом” по полярному углу $\Delta\theta_{ap}$, тогда как уширение из-за конечного захвата по азимутальному углу су-

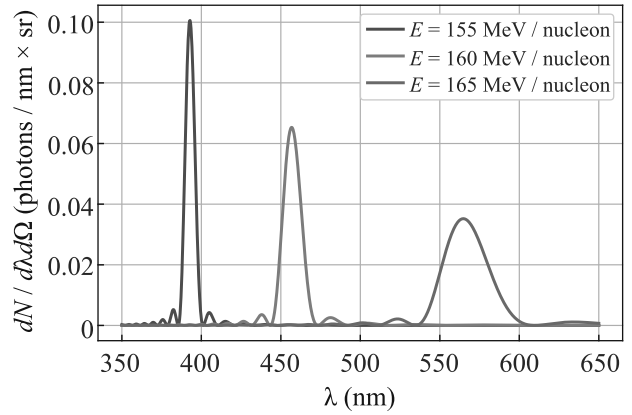


Рис. 3. (Цветной онлайн) Спектр монохроматического ИВЧ умеренно релятивистских ионов, проходящих через наклонную алмазную пластину ($\psi = 17^\circ$) толщиной 100 мкм под углом наблюдения $\theta_{vac} = 79^\circ$ ($\theta = 62^\circ$)

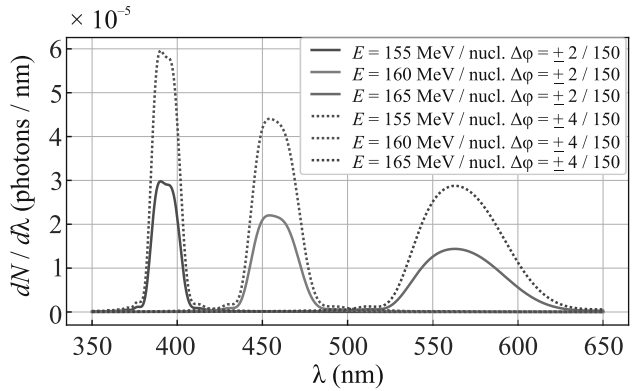


Рис. 4. (Цветной онлайн) Спектр ИВЧ ионов для тех же условий, что на рис. 3 при детектировании спектрометром с конечной апертурой $\Delta\theta_{ap} = 0.76^\circ$; $\Delta\varphi_{ap} = 0.76^\circ$ – сплошные кривые; $\Delta\theta_{ap} = 0.76^\circ$; $\Delta\varphi_{ap} = 1.52^\circ$ – штриховые кривые

щественно меньше, что позволяет использовать коллиматор с увеличенной апертурой по азимутальному углу для увеличения статистики.

Выход фотонов ИВЧ с энергией 165 МэВ/нуклон для рассматриваемой геометрии в апертуру $\Delta\theta_{ap} = 0.76^\circ$, $\Delta\varphi_{ap} = 1.52^\circ$ оценивается как $\Delta N = 0.00174z^2$ фотонов/ион, где z – заряд иона.

В заключение отметим, что используя в качестве радиатора образец CVD-алмаза, возможно наблюдать монохроматическое оптическое ИВЧ пучка умеренно релятивистских ионов при соответствующем выборе геометрии измерений. Спектр монохроматического оптического ИВЧ в этом случае “несет” информацию об энергии ионного пучка, что, в принципе, можно рассматривать как новый подход в спектрометрии.

В работе [6] с помощью оптического ИВЧ измерялась средняя энергия ионного пучка фотометрическим методом, основанным на эффекте направленности ИВЧ, однако достигнутая точность была не высокой.

Предлагаемый метод, основанный на спектральных измерениях, по-видимому, является более точным.

Представленные результаты могут стать основой нового метода диагностики энергии слаборелятивистских заряженных ионов. Экспериментальная верификация выполненных расчетов и разработка на данной основе системы для измерения дисперсии энергии ионов от углерода до золота с энергиями до 4 ГэВ/нуклон будут выполнены в Лаборатории физики высоких энергий ОИЯИ. Эксперименты запланированы на выведенных пучках ускорительного комплекса NICA на установке МАРУСЯ в тестовой зоне SPD, где существует необходимая для этого инфраструктура [20, 21].

Работа выполнена в рамках Программы стратегического академического лидерства “Приоритет-2030” (# Приоритет-2030-НИП/ИЗ-005-0000-2030).

1. П. А. Черенков, *Успехи физических наук* **68**(9), 373 (1959).
2. D. F. Anderson, M. Kobayash, Y. Yoshimura, and C. L. Woody, *Nucl. Instrum. Meth. A* **290**, 385 (1990).
3. Yu. Barnyakov, M. Yu. Barnyakova, J. B. Bähr et al. (Collaboration), *Nucl. Instrum. Meth. A* **553**, 125 (2005).
4. K. Fohl, *Nucl. Instrum. Meth. A* **595**(1), 88 (2008).
5. P. Krizan, *Nucl. Instrum. Meth. A* **876**, 272 (2017).
6. J. Ruzicka, S. Saro, V. P. Zrellov et al. (Collaboration), *Nucl. Instrum. Meth. A* **369**, 23 (1996).
7. О. В. Богданов, Е. И. Фикс, Ю. Л. Пивоваров, *ЖЭТФ* **142**(3), 442 (2012).
8. H. Liu, G.-Q. Liao, Y.-H. Zhang, B.-J. Zhu, Z. Zhang, Y. T. Li, G. C. Scott, D. R. Rusby, C. Armstrong, E. Zemaityte, L. C. Carroll, S. Astbury, P. Bradford, N. C. Woolsey, and P. McKenna, *Rev. Sci. Instrum.* **89**, 083302 (2018).
9. M. Shaikh, A. D. Lad, D. Sarkar, K. Jana, G. Ravindra Kumar, and P. P. Rajeev, *Rev. Sci. Instrum.* **90**, 013301 (2019).
10. T. Miao, P. Bruza, B. W. Pogue, M. Jermyn, V. Krishnaswamy, and W. Ware, *Med. Phys.* **46**(2), 811 (2019).
11. И. Е. Тамм, *УФН* **68**, 387 (1959).
12. В. П. Зрелов, *Излучение Вавилова–Черенкова и его применение в физике высоких энергий*, Атомиздат, М. (1968), ч. 1, 302 с.
13. S. Gogolev and A. P. Potylitsyn, *Phys. Lett. A* **383**, 9 (2019).
14. A. P. Potylitsyn, G. Kube, A. I. Novokshonov, A. Vukolov, S. Gogolev, B. Alexeev, P. Klag, and W. Lauth, *Phys. Lett. A* **417**, 127680 (2021).
15. D. V. Karlovets and A. P. Potylitsyn, *Phys. Lett. A* **373**(22), 1988 (2009).
16. А. П. Потылицын, С. Ю. Гоголев, *Письма в ЭЧАЯ* **16**(2), 147 (2019).
17. V. E. Pafomov, *ЖЭТФ* **6**(4), 829 (1958).
18. G. Turri, S. Webster, Y. Chen, B. Wickham, A. Bennett, and M. Bass, *Opt. Mater. Express* **7**(3), 855 (2017).
19. S. Meijer, J. J. H. Pijpers, H. K. Nienhuys, M. Bonn, and W. J. van der Zande, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **10**(9), 095303 (2008).
20. V. D. Kekelidze, R. Lednicky, V. A. Matveev, I. N. Meshkov, A. S. Sorin, and G. V. Trubnikov, *Eur. Phys. J. A* **52**, 211 (2016).
21. A. Baldin, *JINST* **15**(06), C06051 (2020).