

Измерение временной структуры поля и фазы несущей однопериодных импульсов ближнего и среднего инфракрасного диапазона

И. В. Савицкий⁺, Е. А. Степанов^{+*}, А. А. Ланин^{+*}, А. А. Воронин^{+*}, Е. Е. Серебрянников^{+*}, А. А. Иванов^{+*×},
М. Ху^{°1)}, Я. Ли^{°1)}, А. Б. Федотов^{+*}, А. М. Желтиков^{+*∇2)}

⁺Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 119992 Москва, Россия

^{*}Российский квантовый центр, 143025 Сколково, Россия

[×]Центр фотохимии РАН, 119421 Москва, Россия

[°]Tianjin University, 300072 Tianjin, People's Republic of China

[∇]Department of Physics and Astronomy, Texas A&M University, College Station TX 77843, USA

Поступила в редакцию 4 марта 2022 г.

После переработки 10 марта 2022 г.

Принята к публикации 11 марта 2022 г.

Реализованная методика прямого измерения светового поля позволяет выяснить особенности временной структуры однопериодных импульсов, формируемых в результате солитонной самокомпрессии импульсов ближнего и среднего инфракрасного (ИК) диапазонов. Широкополосная аномальная дисперсия, необходимая для солитонного преобразования импульсов ближнего и среднего ИК-диапазонов, обеспечивается структурой световодной системы, оптимизируемой в классе полых фотонно-кристаллических световодов с антирезонансной оболочкой. Для структуры поля импульсов, формируемых в таких условиях, характерно наличие центрального, наиболее интенсивного полупериода поля, воспроизводимость которого от импульса к импульсу обеспечивается устойчивостью фазы поля относительно огибающей.

DOI: 10.31857/S1234567822070060, EDN: fldrug

Изучение новых физических явлений, возникающих при воздействии на вещество интенсивных сверхкоротких электромагнитных импульсов длительностью, близкой периоду поля, является одной из наиболее интересных, актуальных и сложных задач современной оптической физики [1–3]. Фундаментальные оптические свойства вещества оказываются чувствительными к временной структуре поля внутри огибающей импульса [4]. Для широкого круга оптических явлений оказывается характерной зависимость от фазы несущей поля относительно огибающей импульса [5, 6]. Такая зависимость открывает новые возможности управления широким классом физических, химических и биологических процессов [7, 8]. Активно разрабатываемые в последние годы методы прямого измерения поля световых импульсов [9] являются основой систематического исследования таких процессов и ключом к пониманию физической картины взаимодействия однопериодных и субпериодных электромагнитных импульсов с веществом.

Реализованная в настоящей работе методика прямого измерения светового поля позволяет выяснить особенности временной структуры однопериодных импульсов, формируемых в результате солитонной самокомпрессии импульсов ближнего и среднего инфракрасного (ИК) диапазонов [10, 11] в полых фотонно-кристаллических световодах. Широкополосная аномальная дисперсия, необходимая для солитонного преобразования импульсов ближнего и среднего ИК-диапазонов, обеспечивается структурой световодной системы, оптимизируемой в классе полых фотонно-кристаллических (ФК) световодов с антирезонансной оболочкой. Для структуры поля импульсов, формируемых в таких условиях, характерно наличие центрального, наиболее интенсивного полупериода поля, воспроизводимость которого от импульса к импульсу обеспечивается устойчивостью фазы поля относительно огибающей.

Источником сверхкоротких импульсов ИК-диапазона в наших экспериментах (рис. 1) служит лазерная система [12] на основе титан-сапфирового генератора, позволяющего получить импульсы с центральной длиной волны, варьированной в диапа-

¹⁾Y. Li, M. Hu.

²⁾e-mail: zheltikov@physics.msu.ru

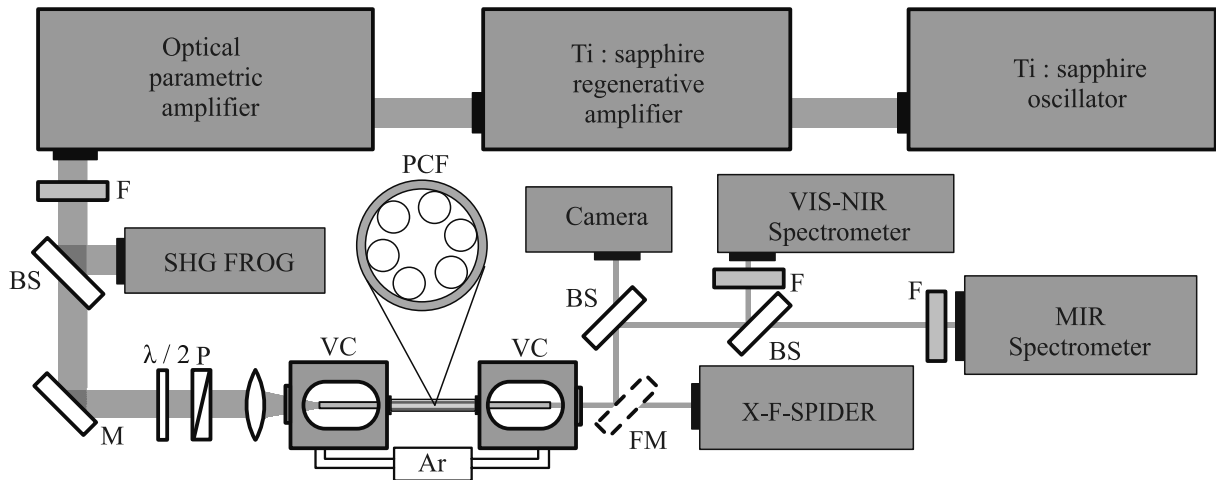


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема экспериментальной установки. Optical parametric amplifier – оптический параметрический усилитель; М – зеркала; FM – откидываемое зеркало; F – спектральные фильтры; BS – светоделители; $\lambda/2$ – полуволновая пластинка; P – поляризатор; VC – вакуумные камеры; PCF – полый ФК-световод

зоне 790–840 нм, длительностью 45 фс и энергией до 10 нДж. Импульсы, формируемые задающим генератором, растягиваются во времени с помощью стретчера (рис. 1) и усиливаются в схеме регенеративного усиления в кристалле титан-сапфира, накачиваемого импульсами наносекундной длительности с центральной длиной волны 532 нм, энергией 7.5–10 мДж, следующими с частотой повторения 1 кГц. Получаемые на выходе регенеративного усилителя импульсы имеют энергию до 2.6 мДж. Усиленные импульсы сжимаются до длительности 50 фс с помощью решеточного компрессора и используются в качестве поля накачки в двухпроходном оптическом параметрическом усилителе (ОПУ) на кристаллах в кристалле β -бората бария (ВВО) толщиной 5 и 3 мм. Для затравки первой ступени ОПУ используется широкополосное излучение (“белый свет”), получаемое в результате спектрального уширения излучения титан-сапфирового лазера в кристалле сапфира толщиной 3 мм. Сигнальная волна, получаемая в результате ОПУ излучения затравки, затем подается на вход второй ступени ОПУ. На выходе ОПУ формируются импульсы сигнальной и холостой волны с центральной длиной волны 1320 и 2100 нм, энергией до 300 и 180 мкДж и длительностью импульса около 60 и 55 фс соответственно.

Для солитонного преобразования формируемых на выходе ОПУ сверхкоротких импульсов использовались полые кварцевые ФК-световоды, поперечная структура которых представлена на рис. 2а–д. Полая сердцевина диаметром D в световодных системах этого класса окружена микроструктурированной

оболочкой, внутренняя часть которой представляет собой набор из шести кварцевых колец с внутренним диаметром d и толщиной стенок t (рис. 2а–д). Выбором параметров структуры световода обеспечивается требуемый спектр пропускания и достигается активное формирование профиля дисперсии волноводных мод [13–17]. В экспериментах исследовались волноводные структуры с диаметром поллой сердцевины, варьируемым в диапазоне от 50 до 70 мкм (рис. 2а–д). Для исследования спектров пропускания и дисперсионных свойств световодов, помимо фемтосекундных импульсов ближнего и среднего ИК-диапазона, использовался набор узкополосных непрерывных лазерных источников, а также широкополосный источник на основе галогенной лампы с вольфрамовой спиралью.

На рисунке 2е представлены результаты исследования спектра пропускания и профиля дисперсии полого ФК-световода с поллой сердцевиной с диаметром $D = 70$ мкм и структурированной частью оболочки, образуемой шестью капиллярами с диаметром $d = 36$ мкм и толщиной стенок t около 590 нм. Оболочка с такой структурой обеспечивает резонансную связь мод сердцевины и оболочки [14, 18, 19] на длинах волн $\lambda_k^r = 2t(n^2 - 1)^{0.5}/k$ при $k = 1, 2$ и $n = 1.44$: $\lambda_1^r, \lambda_2^r = 1227$ нм, 611 нм. Положение первого резонанса λ_1^r в области ближнего ИК спектра вблизи ~ 1 мкм предоставляет хороший потенциал использования данного световода для формирования когерентного суперконтинуума в средней ИК области спектра. Теоретические оценки дисперсии (красные штриховые линии на рис. 2е) и потери (голубая заливка) были проведены при помо-

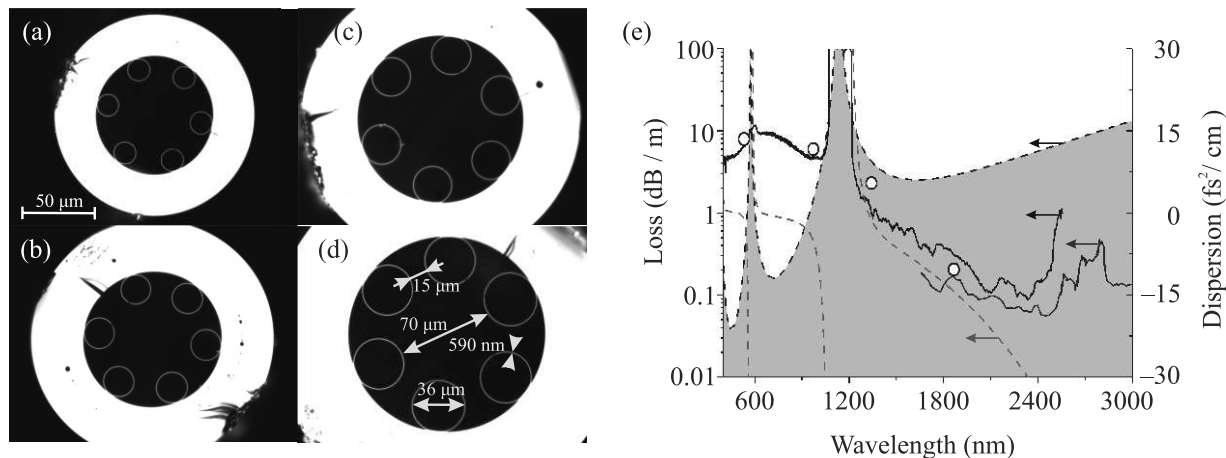


Рис. 2. (Цветной онлайн) (a)–(d) – Увеличенные изображения поперечного сечения полых ФК-световодов. (e) – Дисперсия групповых скоростей антрирезонансного волновода (красные штриховые линии) и его спектр потерь: измеренные данные (черная сплошная и белые кружки), теоретические данные (голубая заливка), данные из литературы [15] (голубая сплошная). На вставке – поперечная структура полого антрирезонансного световода

щи аналитической модели кольцевой структуры оболочки [20]. При помощи широкополосного источника на основе галогенной лампы с вольфрамовой спиралью и четырех узкополосных лазерных источников на длинах волн 532, 975, 1342 и 1900 нм, обладающие пространственной модой высокого качества, удается восстановить спектр потерь световода (черная сплошная и белые кружки на рис. 2e). На измеренном спектре отчетливо видны предсказанные полосы резонансных потерь на длинах волн 550–620 и 1030–1260 нм.

Важно отметить низкий уровень потерь в интересующем нас среднем ИК спектральном диапазоне $\lambda > \lambda_1^r$ и высокий – в ближнем ИК и видимом диапазонах $\lambda_2^r < \lambda < \lambda_1^r$. Это можно объяснить оптимальным подбором расстояния между кольцами капилляров, равного 15 мкм, приведшим к уменьшению связи мод сердцевины и мод колец оболочки, а также межмодовое связывание отдельных колец между собой в ближнем и среднем ИК-диапазоне [14, 18]. Положительная дисперсия заполняющего световод аргона при давлении до 15 бар позволяет обеспечить широкий диапазон аномальной дисперсии в широком диапазоне длин волн $\lambda > 1$ мкм. При этом большая площадь моды волновода ~ 2800 мкм² позволяет использовать световоды этого класса для спектрального и временного преобразования лазерных импульсов высокой средней и пиковой мощности. Таким образом, данный волновод является перспективным инструментом для реализации солитонной самокомпрессии мощных импульсов ближнего и среднего ИК-диапазона.

Для характеристики динамики спектрально-временного преобразования сверхкоротких импульсов в полых ФК-световодах импульсы холостой волны, формируемые на выходе ОПУ, ослабляются по интенсивности с помощью оптического аттенюатора, состоящего из полуволновой пластинки и поляризатора, и заводятся в световод с помощью собирающей линзы с фокусным расстоянием 50 мм (рис. 1). Эффективность заведения излучения в волновод составляет 75 %.

Возможность прямого измерения поля является ключом [21–23] к пониманию физических сценариев, приводящих к формированию однопериодных импульсов в полых ФК-световодах. В представленном исследовании эта задача решается на основе адаптации к условиям световодной компрессии техники прямого восстановления поля методом спектральной интерферометрии (SPIDER) [24]. В реализованной в наших экспериментах схеме прямого измерения поля (рис. 3) информация о фазе поля кодируется с помощью пространственной, а не частотной карты спектральной интерференции (X-SEA-F-SPIDER). Такой подход позволяет существенно уменьшить ошибки и избежать многих артефактов при восстановлении структуры поля сверхкоротких импульсов [25, 26].

На вход схемы, реализующей характеристику поля сверхкороткого импульса, подается исследуемое излучение из световода ω_{IR} , а также пробный импульс, получаемый напрямую из регенеративного усилителя (рис. 3). Пробное излучение разделяется на два плеча, в каждом из которых расположены узкополосные фильтры (NF1,2, # 64-258, Edmund

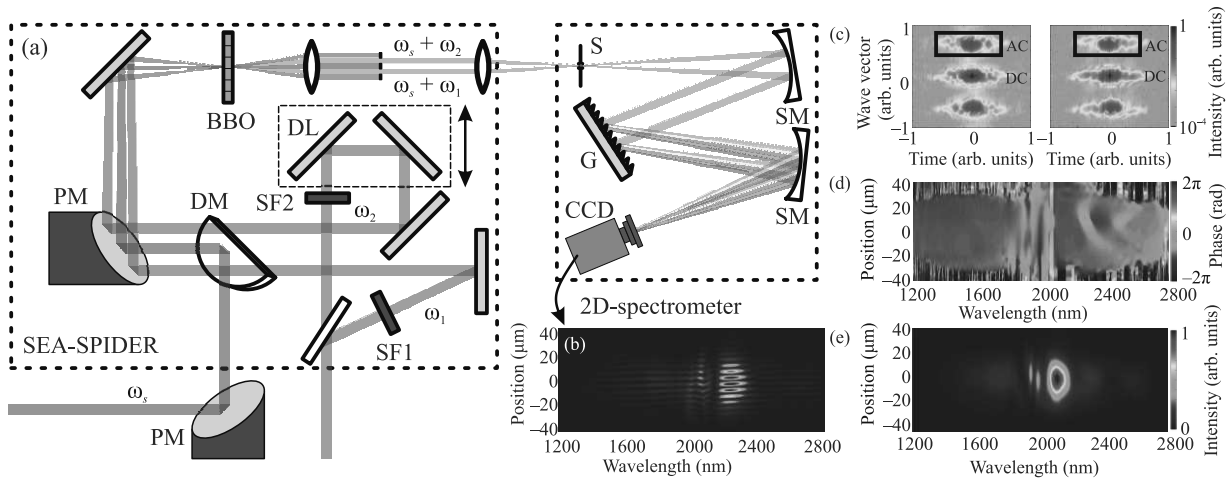


Рис. 3. (Цветной онлайн) (а) – Характеризация светового поля с помощью пространственной карты спектральной интерференции: PM – параболические зеркала; DM – зеркало D-формы; SF1, SF2 – узкополосные спектральные фильтры, пропускающие частоты ω_1 и ω_2 ; DL – линия задержки; BBO – нелинейный кристалл; S – щель спектрометра; SM – сферические зеркала; G – дифракционная решетка; CCD – CCD-камера с кремниевой матрицей. (б)–(е) – Характеризация сверхкороткого импульса: (б) – SPIDER-интерферограмма; (с) – спектрограмма интенсивности в координатах время – длина волн; (д) – разность фазы $\Delta\varphi(\omega) = \varphi(\omega) - \varphi(\omega - \Omega)$; (е) – пространственно-спектральная карта интенсивности

Optics) с центральной длиной волны 808 нм и шириной полосы пропускания 3 нм, выделяющие излучение на длинах волн $2\pi c/\omega_{1,2} = 800$ и 805 нм за счет поворота фильтров. Это позволяло управлять необходимым спектральным сдвигом $\Omega = \omega_1 - \omega_2$ между пробными импульсами, распространяющимися в разных плечах. Исследуемое ИК излучение перестраивается с торца волновода на кристалл ВВО толщиной 20 мкм (ВВО на рис. 3) при помощи отражательной 4f системы (PM на рис. 3) с увеличением в 1.5 раза. Для того чтобы избежать оптического пробоя кристалла и нежелательных нелинейных эффектов в нем, ИК импульсы ослаблялись при помощи отражения от CaF₂ клина, обеспечивающего коэффициент отражения около 7.5 %.

В результате нелинейного взаимодействия в кристалле ВВО формируется пара импульсов на суммарных частотах $\omega_{IR} + \omega_1$ и $\omega_{IR} + \omega_2$. Нечетная геометрия преобразования (~ 5 градусов между измеряемым и пробными пучками) необходима для наблюдения пространственной интерференции, а также позволяет использовать пространственную фильтрацию (рис. 3) для выделения излучения на суммарных частотах $\omega_{IR} + \omega_1$ и $\omega_{IR} + \omega_2$. Изображение интерференционной картины перестраивается с нелинейного кристалла на щель изображающего спектрометра при помощи отражательной 4f системы, состоящей из параболических зеркал с фокусным расстоянием 5 см (PM3) и 10 см (PM4). Спектрометр состоит из серебряных сфери-

ческих зеркал с фокусным расстоянием 10 см (SM на рис. 3) и дифракционной решетки с плотностью штрихов 300 шт/мм. Увеличение пучков в спектрометре необходимо для разрешения полос пространственной интерференционной картины при помощи CMOS-камеры (Thorlabs, CS895MU, 2160 × 4096 пикселей).

Восстановление поля производится на основе анализа интерференционной картины двух приходящих на камеру пучков ап-конверсии $\omega_1 + \omega_{IR}$ и $\omega_2 + \omega_{IR}$, разложенных по спектру. На интерферограммах можно различить более десяти полос (рис. 3б), что достаточно для применения алгоритма восстановления спектральной фазы. Необходимо выделить постоянную и осциллирующую компоненты интерференционной картины, для разделения которых достаточно применить одномерное преобразование Фурье вдоль пространственной координаты, однако двумерное преобразование Фурье позволяет уменьшить количество шумов. На карте Фурье образа (рис. 3с) присутствуют три пика, центральный из которых соответствует постоянной (DC) компоненте, т.е. спектральной интенсивности $I_{DC} = |E_1^2|^2 + |E_2^2|^2$, а два боковых пика отвечают за осциллирующие (AC) компоненты $I_{AC} = |E_1||E_2| \cos(\pm(\varphi(\omega) - \varphi(\omega - \Omega) - \Delta K))$, где $E_{1,2}$ – поля пучков ап-конверсии на частотах $\omega_1 + \omega_{IR}$ и $\omega_2 + \omega_{IR}$, $\varphi(\omega)$, искомая спектральная фаза ИК излучения, $\Omega = \omega_1 - \omega_2$, разница частот двух полей накачки, ΔK , геометрическая разница оптических плеч двух пучков, которая мо-

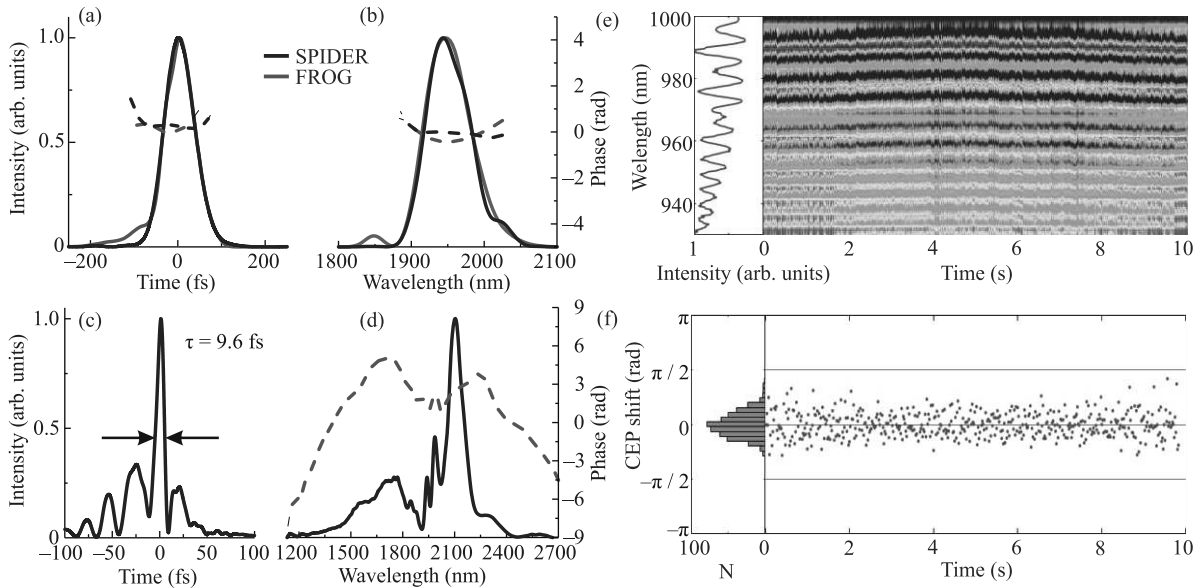


Рис. 4. (Цветной онлайн) (a) – Временная огибающая интенсивности импульса холостой волны ОПУ, восстановленная с помощью метода спектральной интерферометрии (SEA-SPIDER) и оптического стробирования с разрешением по частоте на основе генерации второй гармоники (SHG-XFROG). (b) – Спектральная интенсивность (синяя сплошная) и спектральная фаза (красная сплошная) импульса холостой волны ОПУ, восстановленные методом спектральной интерферометрии. (c) – Временная структура поля; (d) – спектральная интенсивность (сплошная линия) и фаза (штриховая линия); (e) – $f-2f$ интерферограмма предельно короткого импульса на выходе полого ФК-световода при энергии лазерного импульса 27.5 мкДж. (f) – Гистограмма и временной трейс скачков фазы поля предельно короткого импульса на выходе полого ФК-световода

жет быть вычислена независимо при калибровочном измерении $\Omega = 0$: $I_{AC}^0 = |E_1||E_2| \cos(\pm\Delta K)$.

Для восстановления спектральной интенсивности ИК излучения $I(\omega)$ (рис. 3e) и разности фазы $\Delta\varphi(\omega) = \varphi(\omega) - \varphi(\omega - \Omega)$ (рис. 3d) необходимо поочередно выделять при помощи цифрового прямоугольного фильтра пики DC и AC, после чего произвести обратное двумерное преобразование Фурье. Восстановление спектральной фазы происходит при вычислении $\varphi(\omega) = \int \Delta\varphi(\omega) d\omega / \Omega$ вдоль каждой пространственной компоненты. В итоге удастся получить информацию о пространственном распределении мощности и спектральной фазы ИК излучения вдоль одной из координат пучка суперконтинуума, генерируемого на выходе полого световода.

На рисунке 4b представлены спектр и спектральная фаза импульса холостой волны ОПУ. Профиль спектральной фазы, представленный на этом рисунке, восстановлен с помощью метода спектральной интерферометрии. На рисунке 4a производится сравнение временной огибающей импульса, полученной путем преобразования Фурье спектра интенсивности, представленного на рис. 4b, с профилем временной огибающей, полученной в результате характеристики холостой волны ОПУ методом оптического стро-

бирования с разрешением по частоте на основе генерации второй гармоники (SHG-FROG). Как видно из произведенного сравнения, результаты характеристики сверхкоротких импульсов на основе этих методик полностью совпадают. На рисунках 4c и d изображены результаты восстановления спектра и спектральной фазы (рис. 4d) с помощью описанного метода X-SEA-F-SPIDER, а также восстановленная временная структура огибающей предельно короткого импульса (рис. 4c).

На рисунке 5 представлены результаты спектрально-временной характеристики импульсов, формируемых на выходе полого ФК-волновода с диаметром сердцевинки D , варьируемым от 50 до 70 мкм. Давление аргона в этих экспериментах изменялось в диапазоне от 1 до 15 бар. Длина световодов варьировалась в пределах от 200 до 300 мм. Распространение лазерных импульсов в световодах с такими параметрами сопровождалось эффективным спектральным уширением. Излучение, регистрируемое на выходе полых ФК-световодов при таких условиях, характеризовалось непрерывным спектром с высокочастотным крылом, достигающим диапазона длин волн 1.0–1.1 мкм, и низкочастотной границей в области 2.8 мкм. Мощность и

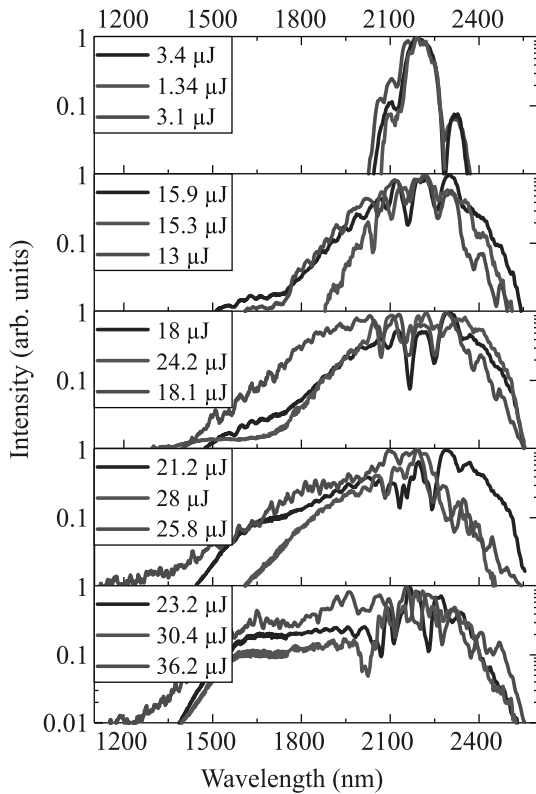


Рис. 5. (Цветной онлайн) Спектры излучения на выходе полого ФК-световода с диаметром сердцевины 50 мкм (синяя кривая), 56 мкм (красная кривая) и 60 мкм (зеленая кривая). Световод заполнен аргоном под давлением 10 бар (синяя и красная кривые) и 8 бар (зеленая кривая)

интенсивность импульсов, спектрально-временное преобразование которых может быть осуществлено с помощью полого ФК-световода, оказываются ограничены эффектами ионизации, приводящими к резкому падению пропускания световода при больших интенсивностях поля. В частности, для полых ФК-световодов с диаметром сердцевины $D = 50$ и 56 мкм пропускание резко уменьшается при достижении входной энергии импульса на уровне 20 и 28 мкДж, соответственно, что соответствует интенсивности поля на уровне 20–25 ТВт/см².

Для измерения стабильности фазы поля сверхкоротких импульсов, формируемых в полом ФК-световоде, использовалась схема $f-2f$ интерферометрии. Для этой цели импульсы, формируемые на выходе ФК-световода, пропускались через кристалл ВВО толщиной около 100 мкм. Получаемое при этом широкополосное излучение второй гармоники использовалось для получения картины интерференции с высокочастотной частью спектра излучения, выходящего из полого ФК-световода. На рисун-

ке 4е представлена характерная интерференционная картина, записанная с помощью ИК-спектрометра. Определяемое по этой спектрохронограмме среднеквадратичное отклонение сдвига фазы поля излучения на выходе полого ФК-световода составляет приблизительно 400 мрад (рис. 4f), что немного превышает среднеквадратичное отклонение фазы холостой волны (350 мрад), однако свидетельствует о высокой стабильности фазы несущей поля относительно огибающей в сверхкоротком импульсе на выходе из микроструктурированного волновода.

Таким образом, реализованная в настоящей работе методика прямого измерения светового поля позволяет выяснить особенности временной структуры однопериодных импульсов, формируемых в результате солитонной самокомпрессии импульсов ближнего и среднего ИК-диапазонов. Широкополосная аномальная дисперсия, необходимая для солитонного преобразования импульсов ближнего и среднего ИК-диапазонов, обеспечивается структурой световодной системы, оптимизируемой в классе полых фотонно-кристаллических световодов с антирезонансной оболочкой. Для структуры поля импульсов, формируемых в таких условиях, характерно наличие центрального, наиболее интенсивного полупериода поля, воспроизводимости которого от импульса к импульсу обеспечивается устойчивостью фазы поля относительно огибающей.

Исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 20-21-00131, 20-52-53046), а также Министерства науки и высшего образования РФ (Госконтракт 075-15-2020-801). Исследования в области каскадных спектрально-временных преобразований сверхкоротких лазерных импульсов поддержаны грантом Российского научного фонда # 20-12-00088.

1. E. Goulielmakis, M. Schultze, M. Hofstetter, V. S. Yakovlev, J. Gagnon, M. Uiberacker, A. L. Aquila, E. M. Gullikson, D. T. Attwood, R. Kienberger, F. Krausz, and U. Kleineberg, *Science* **320**, 1614 (2008).
2. M. Th. Hassan, T. T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A. M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, and E. Goulielmakis, *Nature* **530**, 66 (2016).
3. A. Zheltikov, *J. Opt. Soc. Am. B* **36**, A168 (2019).
4. A. Baltuška, Th. Udem, M. Uiberacker, M. Hentschel, E. Goulielmakis, Ch. Gohle, R. Holzwarth, V. S. Yakovlev, A. Scrinzi, T. W. Hänsch, and F. Krausz, *Nature* **421**, 611 (2003).

5. H. R. Telle, G. Steinmeyer, A. E. Dunlop, J. Stenger, D. H. Sutter, and U. Keller, *Appl. Phys. B* **69**, 327 (1999).
6. M. Schultze, E. M. Bothschafter, A. Sommer, S. Holzner, W. Schweinberger, M. Fiess, M. Hofstetter, R. Kienberger, V. Apalkov, V. S. Yakovlev, M. I. Stockman, and F. Krausz, *Nature* **493**, 75 (2013).
7. T. Balciunas, C. Fourcade-Dutin, G. Fan, T. Witting, A. A. Voronin, A. M. Zheltikov, F. Gerome, G. G. Paulus, A. Baltuska, and F. Benabid, *Nature Commun.* **6**, 6117 (2015).
8. A. M. Желтиков, *УФН* **191**, 386 (2021).
9. E. Goulielmakis, M. Uiberacker, R. Kienberger, A. Baltuska, V. Yakovlev, A. Scrinzi, T. Westerwalbesloh, U. Kleineberg, U. Heinzmann, M. Drescher, and F. Krausz, *Science* **305**, 1267 (2004).
10. A. В. Митрофанов, Д. А. Сидоров-Бирюков, М. В. Рожко, А. А. Воронин, П. Б. Глек, С. В. Рябчук, Е. Е. Серебрянников, А. Б. Федотов, А. М. Желтиков, *Письма в ЖЭТФ* **112**, 22 (2020).
11. А. В. Митрофанов, Д. А. Сидоров-Бирюков, А. А. Воронин, М. В. Рожко, П. Б. Глек, М. М. Назаров, Е. Е. Серебрянников, А. Б. Федотов, and А. М. Желтиков, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 304 (2021).
12. E. A. Stepanov, A. A. Lanin, A. A. Voronin, A. V. Fedotov, and A. M. Zheltikov, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 043901 (2016).
13. A. D. Pryamikov, A. S. Biriukov, A. F. Kosolapov, V. G. Plotnichenko, S. L. Semjonov, and E. M. Dianov, *Opt. Express* **19**, 1441 (2011).
14. C. Wei, R. J. Weiblen, C. R. Menyuk, and J. Hu, *Adv. Opt. Photonics* **9**, 504 (2017).
15. U. Elu, M. Baudisch, H. Pires, F. Tani, M. H. Frosz, F. Köttig, A. Ermolov, P. S. J. Russell, and J. Biegert, *Optica* **4**, 1024 (2017).
16. M. Cassataro, D. Novoa, M. C. Gunendi, N. N. Edavalath, M. H. Frosz, J. C. Travers, and P. S. J. Russell, *Opt. Express* **25**, 7637 (2017).
17. E. A. Stepanov, A. A. Voronin, F. Meng et al. (Collaboration), *Phys. Rev. A* **99**, 033855 (2019).
18. N. M. Litchinitser, A. K. Abeeluck, C. Headley, and B. J. Eggleton, *Opt. Lett.* **27**, 1592 (2002).
19. A. M. Zheltikov, *Phys.-Uspekhi* **51**, 591 (2008).
20. M. Zeisberger and M. A. Schmidt, *Sci. Rep.* **7**, 1 (2017).
21. A. A. Voronin and A. M. Zheltikov, *Phys. Rev. A* **94**, 023824 (2016).
22. A. A. Voronin and A. M. Zheltikov, *Sci. Rep.* **10**, 12253 (2020).
23. A. A. Voronin and A. M. Zheltikov, *Sci. Rep.* **7**, 36263 (2017).
24. C. Iaconis and I. A. Walmsley, *Opt. Lett.* **23**(10), 792 (1998).
25. E. M. Kosik, A. S. Radunsky, I. A. Walmsley, and C. Dorrer, *Opt. Lett.* **30**, 326 (2005).
26. G. Fan, T. Balciunas, C. Fourcade-Dutin, S. Haessler, A. A. Voronin, A. M. Zheltikov, F. Gerome, F. Benabid, A. Baltuska, and T. Witting, *Opt. Express* **24**, 12713 (2016).