

Новый тип “темных” состояний в спектре радиационных магнонных поляронов

С. В. Тарасенко⁺¹⁾, В. Г. Шавров*

⁺ Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина, 83114 Донецк, Украина

* Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 ноября 2021 г.

После переработки 21 ноября 2021 г.

Принята к публикации 3 декабря 2021 г.

Для акустически открытой сэндвич-структуры типа “легкоосный антиферромагнетик–сверхпроводник” появление новых типов связанных (“темных”) состояний в сплошном спектре сдвиговых фононов поля излучения вытекающих магнонных поляронов может определяться относительной ориентацией плоскости падения поперечной упругой волны и направления равновесного вектора антиферромагнетизма в плоскости границы раздела сред. Основой эффекта является эластодипольный механизм формирования магнито-акустического двулучепреломления со сменой полости поверхности рефракции индуцированный симметричным или антисимметричным взаимодействием Дзялошинского.

DOI: 10.31857/S1234567822020057

Интенсивные исследования последних лет в области спинтроники в значительной мере стимулируются многообещающими перспективами использования спиновых, а не зарядовых, токов как возможной новой физической основы для создания широкой гаммы быстродействующих и энергоэффективных устройств, связанных с хранением и обработкой информационных потоков [1, 2]. При этом, в частности, было показано, что магнитоупругое (МУ) взаимодействие, в основе которого лежат спин-орбитальный, диполь-дипольный и обменный механизмы [3], может играть критически важную роль в спиновой динамике магнитных гетероструктур [4, 5]. Как следствие, рассматривая магныны как специальную форму электронных возбуждений, все большее значение приобретает изучение магнонных поляронов-гибридных магнон-фононных состояний, возникающих вследствие когерентного взаимодействия колебаний спиновой и упругой подсистем реальной магнитной среды [6, 7]. Активно анализируется их роль в постоянно расширяющемся круге физических явлений, включая эффекты брэгговского отражения волн (как упругой волны на спиновой, так и наоборот), возможность переноса углового момента распространяющейся упругой волной, прямой и обратный спиновые эффекты Зеебека, процессы термализации неравновесного магнонного газа, формирова-

ние Бозе–Эйнштейновской конденсации магнонов и т.д. [8]. Вместе с тем, несмотря на то, что для практических приложений магноники особый интерес представляют именно радиационные (“вытекающие”) магнонные поляроны, формирующиеся в акустически открытых многослойных гетероструктурах, тем не менее, особенности спектра их фононного поля излучения (в отличие от немагнитных гетероструктур [9, 10]) остаются до сих пор практически не изученными. В то же время, аналогичные аномалии, для случая радиационного фотонного поля в микро- и оптофотонике, представляют собой в настоящий момент объект активно развиваемых научных исследований [11–13]. Одним из наиболее показательных примеров в этом отношении является изучение условий возникновения связанных состояний в континууме (ССК) для поля излучения открытых резонансных структур и сопутствующих динамических эффектов [14]. Как пример можно отметить предложенный в [13] новый подход для получения высокодобротных резонансов в индивидуальных субволновых резонаторах в режиме “суперрезонатора”, существенно использующий особенности формирования ССК, впервые отмеченные в [15]. Согласно [15], ССК могут быть следствием деструктивной интерференции поля излучения, ответственного как за радиационное затухание, так и за взаимодействие вырожденных по частоте резонаторов, если их число больше числа открытых каналов излучения. В частности,

¹⁾e-mail: s.v.tarasenko@mail.ru

как показано в [16], существование подобных “интерференционных” ССК возможно в электродинамике слоистых оптически прозрачных и анизотропных гетероструктур при условии, что слой, поддерживающий формирование объемной вытекающей электромагнитной волны, обладает в исследуемой оптической конфигурации эффектом двулучепреломления. Это может обеспечить вырождение частот радиационных мод открытых резонаторов, необходимое для формирования темных состояний в континууме по механизму, предложенному в [15]. Но это означает, что аналогичный тип ССК в принципе возможен и для акустически открытого упругоизотропного слоя, если вытекающая объемная упругая волна поляризована в плоскости падения, так как в этом случае также возможен эффект акустического двулучепреломления [14, 17]. Что же касается акустически открытого слоя магнитной среды с МУ взаимодействием, то в соответствии с результатами, приведенными в [18–23] можно и в этом случае ожидать формирования дополнительных типов интерференционных ССК в спектре фонованого поля излучения магнитного слоя. Прежде всего, следует отметить ту область спектра магнитоакустических (МА) волн, которая отвечает радиационным магнанным поляронам с вектором упругих смещений \mathbf{u} , ортогональным плоскости падения волны (SH -поляризация). При этом необходимым условием их возникновения является возможность реализации на границе раздела магнитной и немагнитной сред эффекта МА двулучепреломления (двулучеотражения) для сдвиговой объемной упругой волны вследствие различных вариантов гибридизации в магнетике МУ, магнитодипольного и неоднородного обменного взаимодействий. В работах [24, 25] для акустически открытого слоя однородно намагниченного скомпенсированного антиферромагнетика (АФМ) были изучены условия формирования интерференционных ССК в спектре распространяющихся объемных радиационных магнанных поляронов с вектором упругих смещений $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a}$ (\mathbf{a} – нормаль к плоскости падения волны), за счет попарного сочетания каких-либо из указанных выше механизмов косвенного спин-спинового взаимодействия. В качестве примера магнитной среды в [24, 25] рассматривалась двухподрешеточная модель одноосного антиферромагнетика (АФМ) в коллинеарной фазе, легкая магнитная ось которого направлена вдоль нормали к границе раздела сред \mathbf{q} . Магнитоупругие и упругие свойства среды предполагались изотропными. Геометрия задачи, как и структура сечения поверхности волновых векторов (ПВВ) плоскостью падения (вектор нормали \mathbf{a}) в случае

эласто-дипольного механизма формирования эффекта МА двулучепреломления качественно представлены на рис. 1а, б, где $\mathbf{b} = [\mathbf{qa}]$. В [25] $\mathbf{k} \in YZ$, $\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{q} \parallel OZ$, $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a} \parallel OX$, \mathbf{l}_0 – равновесный вектор антиферромагнетизма. Однако результаты [24, 25] были получены в рамках существенных для целей предлагаемой работы ограничений: 1) независимо от механизма формирования ССК во всех случаях, рассмотренных в [24, 25], обе радиационные моды участвующие в формировании “темного” состояния в спектре магнанных поляронов с $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a}$ по своим дисперсионным свойствам являлись волнами прямого типа; 2) условия формирования ССК вследствие гибридизации МУ и магнитодипольного взаимодействий были найдены только для случая, когда на границе раздела, магнитной и немагнитной, возможен эффект МА двулучепреломления без смены полости поверхности рефракции (см. рис. 1б); 3) выбранная в [24, 25] МА конфигурация (см. Рис.1а) характеризуется цилиндрической симметрией относительно главной оси АФМ среды $\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{q} \parallel OZ$, вследствие чего полученные результаты качественно не зависели от того, обладает рассматриваемая одноосная АФМ среда симметричным или антисимметричным взаимодействием Дзялошинского (а значит и от соответствующей структуры пьезомагнитного взаимодействия [26]). Вместе с тем, в [16] было впервые показано, что для электромагнитно открытого слоя оптически одноосной среды в спектре его радиационного излучения становится возможным формирование новых типов ССК за счет гибридизации волн ТМ и ТЕ типа, если указанная ось лежит в плоскости границы раздела сред, но не в плоскости падения волны. Тем не менее, несмотря на все вышесказанное, возможность формирования в спектре радиационных магнанных поляронов индуцированных эласто-дипольным взаимодействием новых типов ССК за счет выбора МА конфигурации, для акустически открытого слоя одноосного АФМ в коллинеарной фазе и $\mathbf{l}_0 \perp \mathbf{q}$ до сих пор не изучалась.

В этой связи целью данной работы является определение на конкретных частных случаях условий при которых гибридизация магнитодипольного и МУ взаимодействий может приводить к возникновению новых типов связанных состояний в спектре вытекающих магнанных поляронов с $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a}$ распространяющихся вдоль акустически открытого слоя одноосного АФМ с легкой магнитной осью компланарной плоскости границы раздела сред.

Будем полагать, что пространственно однородный магнитный слой толщиной $2d$ расположен в неограниченной упругоизотропной немагнитной среде с плотностью свободной энергии [27]:

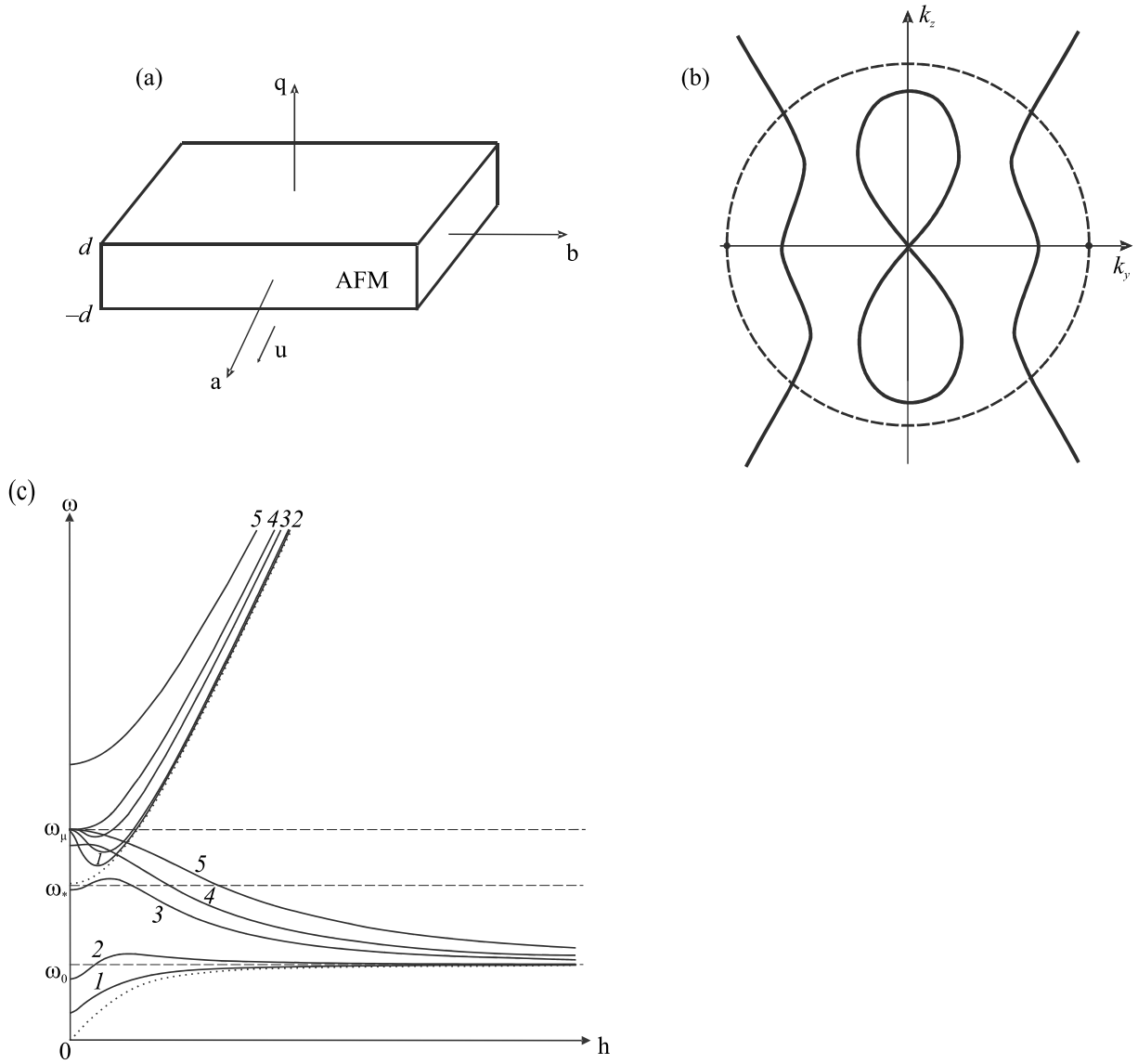


Рис. 1. (а) – Геометрия задачи. (б) – Качественный вид сечения ПВВ сдвиговой упругой волны плоскостью падения в немагнитной среде (штриховые линии) и неограниченном легкоосном АФМ (2) с $\tau = \pm 1$ (5) при эластодипольном механизме МА двулучепреломления (сплошные линии) (в [25] $\tau = 0$). Штриховая окружность – сечение ПВВ для немагнитной среды (1). (с) – Точки вырождения (ССК) в спектре радиационных объемных магнанных поляронов (15), (16), наклонная штриховая прямая – $\omega = \tilde{s}_t h$. Для кривой 1 в (15) – $\kappa_\nu^2 = 0.001$; $\kappa_\nu^2 = 0.01$ – для кривой 2; $\kappa_\nu^2 = 0.03$ – для кривой 3; $\kappa_\nu^2 = 0.05$ для кривой 4; $\kappa_\nu^2 = 0.1$ – для кривой 5; $\omega_0^2 = 0.3\omega_{me}^2$, $\varepsilon = 0.8$

$$\tilde{F} = \frac{\tilde{\lambda}}{2} \tilde{u}_{ii}^2 + \tilde{\mu} \tilde{u}_{ik}^2, \tag{1}$$

где λ, μ – коэффициенты Ламэ, u_{ik} – тензор упругих деформаций, в дальнейшем знак тильда будет относиться к характеристикам немагнитной среды. В качестве примера магнетика рассмотрим двухподрешеточную модель ($|\mathbf{M}_1| = |\mathbf{M}_2| = M_0$, M_0 – намагниченность насыщения подрешеток $\mathbf{M}_{1,2}$) обменно коллинеарного одноосного (ось OZ) АФМ, полагая, как и в [24, 25], для простоты расчетов изотропными

его упругие и МУ (константа γ) свойства. Плотность свободной энергии такого АФМ в терминах векторов ферро- $\mathbf{m} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2)/2M_0$ и антиферромагнетизма $\mathbf{l} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)/2M_0$ с учетом инвариантов второго порядка согласно [23, 26] имеет вид

$$F = M_0^2 \times \left(\frac{\delta}{2} \mathbf{m}^2 - \frac{b}{2} l_z^2 + \gamma l_i l_k u_{ik} + d(m_x l_y + \tau m_y l_x) - 2\mathbf{m}\mathbf{h} \right) + \frac{\lambda}{2} u_{ii}^2 + \mu u_{ik}^2. \tag{2}$$

Здесь δ , b – константы междоузельного обмена и легкоосной магнитной анизотропии ($b > 0$), \mathbf{h} – приведенное магнитное поле, d – константа взаимодействия Дзялошинского с антисимметричной (в (2) $\tau = -1$) или симметричной (в (2) $\tau = 1$) структурой. Магнито-упругая динамика рассматриваемой модели АФМ среды (2), как известно, описывается замкнутой системой уравнений, состоящей из уравнений Ландау–Лифшица для векторов \mathbf{m} и \mathbf{l} , основного уравнения механики сплошной среды и уравнений магнитостатики [18–20]. Если нормаль к границе раздела АФМ и немагнитной сред $\mathbf{q} \parallel OY$, то для распространяющейся в АФМ (2) плоской упругой волны с вектором упругих смещений $\mathbf{u} \parallel OX$, частотой ω и волновым вектором $\mathbf{k} \in YZ$, соответствующие уравнения связи при $\mathbf{l}_0 \parallel OZ$ ($|\mathbf{l}_0| = 1$) и $\tau = \pm 1$ могут быть представлены в виде:

$$\sigma_{zx} = \mu_{\perp} \frac{\partial u_x}{\partial z} + (\tau\beta - i\beta_*)h_y, \quad \sigma_{xy} = \mu \frac{\partial u_x}{\partial y},$$

$$B_y = \mu_{\perp} h_y - 4\pi(\tau\beta + i\beta_*) \frac{\partial u_x}{\partial z}, \quad B_z = h_z, \quad (3)$$

$$\begin{cases} c_{\perp} \equiv \frac{\omega_*^2 - \omega_{me}^2 - \omega^2}{\omega_*^2 - \omega^2}, & \omega_{me}^2 \equiv \frac{g^2 M_0^2 \delta \gamma^2}{\mu}, & \omega_*^2 \equiv \omega_0^2 + \omega_{me}^2, \\ \beta \equiv \frac{g^2 M_0^2 \gamma d}{\omega_*^2 - \omega^2}, & \beta_* \equiv \frac{g M_0 \gamma \omega}{\omega_*^2 - \omega^2}; & \mu_{\perp} \equiv 1 + \frac{\varepsilon \omega_*^2}{\omega_*^2 - \omega^2}, \end{cases} \quad (4)$$

где $\bar{\sigma}$ – тензор упругих деформаций, \mathbf{B} – магнитная индукция, μ_{\perp} – эффективный упругий модуль, β , β_* – эффективные пьезомагнитные модули, μ_{\perp} – компоненты тензора магнитной проницаемости, ω_0 – индуцированная одноосной анизотропией энергия активации спиновой волны, ω_{me} – МУ щель, $\varepsilon \equiv 16\pi/\delta$, ω_* – частота АФМ резонанса [28]. Для рассматриваемой модели АФМ расчет с учетом (3)–(4) показывает, что при направлении распространения вдоль OX сдвиговой волны с $\mathbf{u} \parallel OX$, $\mathbf{l}_0 \parallel OZ$ и $\mathbf{k} \in YZ$, $\mathbf{q} \parallel OY$, связь характера ее локализации в АФМ среде $\eta^2 \equiv k_y^2 > 0$ с частотой ω и продольным волновым числом h определяется следующим уравнением ($\omega_d \equiv gM_0d$, $s_t^2 \equiv \mu/\rho$, $\mathbf{k} = \{0, \eta, h\}$, $k_0^2 \equiv \omega^2/s_t^2$, ρ – плотность):

$$[c_{\perp} h^2 + \eta^2 - k_0^2][\mu_{\perp} \eta^2 + h^2] + \frac{4\pi}{\mu} (\beta^2 + \beta_*^2) \eta^2 h^2 = 0$$

$$(\tau = \mp 1). \quad (5)$$

Во Введении уже отмечалось, что в электродинамике оптически анизотропных слоистых структур, одним из возможных механизмов формирования связанных состояний в сплошном спектре фотонного излучения может быть наличие эффекта оптического

двулучеотражения (двулучепреломления) как минимум в среде, формирующей слой [16]. Что же касается рассматриваемого случая, то из (5) следует (см. также рис. 1b), что при падении извне на поверхность АФМ (2) в выбранной МА конфигурации ($\mathbf{q} \parallel OY$, $\mathbf{k} \in YZ$, $\mathbf{u} \parallel OX$) плоской объемной сдвиговой волны эффект МА двулучепреломления со сменой ветви (полости поверхности рефракции нормальной МА волны в АФМ среде с $\tau = \mp 1$) за счет эластодипольного взаимодействия возможен для таких сочетаний частоты и угла падения при которых в (3)–(4) одновременно

$$c_{\perp} h^2 - k_0^2 < 0, \quad \mu_{\perp} < 0. \quad (6)$$

Таким образом из (5)–(6) следует, что при формальном переходе к эластостатическому пределу $k_0 \rightarrow 0$ возможность для формирования данного механизма МА двулучепреломления для падающей извне плоской сдвиговой упругой волны в АФМ среду (3)–(4) отсутствует. Это значит, что для данной МА конфигурации имеется критическая частота $\omega = \omega_*$, ниже которой возможность формирования “темных” мод в спектре радиационных объемных магнанных поляронов за счет обсуждаемого варианта эластодипольного механизма отсутствует (независимо от знака τ в (2), (3)).

Пусть имеется два полупространства, занятые упруго изотропным диэлектриком, плотность свободной энергии которого имеет вид (1), а на границе между ними расположен слой толщиной $2d$ и вектором нормали к поверхности $\mathbf{q} \parallel OY$ одноосного пространственно однородного АФМ (2)–(4). Будем полагать, что для рассматриваемой упругой волны SH -типа с $\mathbf{k} \perp \mathbf{u} \parallel OX$, на границах раздела магнитной (2) (при $|y| \leq d$) и немагнитной (1) (при $|y| > d$) сред выполнена следующая система граничных условий:

$$\bar{\mathbf{q}} \bar{\sigma} \mathbf{a} = \bar{\mathbf{q}} \bar{\sigma} \mathbf{a}, \quad \mathbf{u} \mathbf{a} = \bar{\mathbf{u}} \mathbf{a}, \quad \mathbf{B} \mathbf{q} = 0. \quad (7)$$

Это отвечает слою толщиной $2d$, обе поверхности которого имеют сплошной акустический контакт с неограниченной средой, а на границе раздела магнитной и немагнитной сред расположен акустически ультратонкий слой идеального диамагнетика [29]. Начнем со случая, когда легкая магнитная ось АФМ (2) ортогональна нормали к плоскости падения \mathbf{a} ($\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{b} \parallel OZ$). Для такой МА конфигурации ($\mathbf{q} \parallel OY$, $\mathbf{k} \in YZ$, $\mathbf{a} \parallel \mathbf{u} \parallel OX$ на рис. 1a), пространственное распределение поля сдвиговых упругих смещений в рас-

сматриваемой АФМ пластине с $\mathbf{q} \parallel OY$, $\tau = \mp 1$ и $\mathbf{k} = \{0, \eta_\alpha, h\}$, $\alpha = 1, 2$ с учетом (5), (7) имеет вид

$$\begin{aligned} u_x &= \sum_{j=1}^2 (A_j c_{jy} + B_j s_{jy}) \exp[i\psi], \\ \varphi &= \sum_{j=1}^2 \Phi^{(j)} (A_j s_{jy} + B_j c_{jy}) \exp[i\psi], \quad \psi \equiv hz - \omega t, \\ B_y &= \sum_{j=1}^2 B_y^{(j)} (A_j c_{iy} + B_j s_{jy}) \exp[i\psi], \\ \sigma_{yx} &= \sum_{j=1}^2 \sigma_{yx}^{(j)} (A_j s_{jy} + B_j c_{jy}) \exp[i\psi], \end{aligned} \quad (8)$$

где при $\eta_{1,2}^2 < 0$, $c_{iy} \equiv \text{ch}(|\eta_j|y)$, $s_{jy} \equiv \text{sh}(|\eta_j|y)$, $j = 1, 2$, $B_y^{(j)}$, $\Phi_y^{(j)}$, $\sigma_{yx}^{(j)}$ – амплитуда для B_y , φ , σ_{yx} соответственно рассчитанная из уравнений движения неограниченной АФМ среды (2) как линейный отклик на парциальную амплитуду из $\mathbf{u} \parallel OX$ с поперечным волновым числом η_j (определяется из (5)) и пространственной структурой, отвечающей (8). В результате, для рассматриваемой упругой волны SH -типа и слоя толщиной $2d$ АФМ среды (2), (5), (8) пространственную структуру соответствующей матрицы перехода можно, используя подход, развитый в [29, 30], с учетом магнитостатических граничных условий в (7) представить как

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u} \mathbf{a} \\ \mathbf{q} \bar{\sigma} \mathbf{a} \end{pmatrix}_{y=d} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \mathbf{a} \\ \mathbf{q} \bar{\sigma} \mathbf{a} \end{pmatrix}_{y=-d}, \quad (9)$$

$$\bar{T} = \bar{S}(y=d) \bar{S}^{-1}(y=-d) \quad (\tau = \mp 1), \quad (10)$$

$$S_{11} = c_{1y} + F_{AA} c_{2y}, \quad S_{12} = s_{1y} + F_{BB} s_{2y},$$

$$F_{AA} \equiv -\frac{B_y^{(1)} c_{1d}}{B_y^{(2)} c_{2d}}; \quad F_{BB} \equiv -\frac{B_y^{(1)} s_{1d}}{B_y^{(2)} s_{2d}}; \quad (11)$$

$$S_{21} = \sigma_{yz}^{(1)} s_{1y} + \sigma_{yz}^{(2)} F_{AA} s_{2y}, \quad S_{22} = \sigma_{yz}^{(1)} c_{1y} + \sigma_{yz}^{(2)} F_{BB} c_{2y}.$$

Таким образом, в соответствии с общими положениями теории волновых процессов в слоистых средах [30], для заданных значений внешних параметров $\omega - h$ и $\tilde{Z}_{SH} \equiv \mathbf{q} \bar{\sigma} \mathbf{a} / \mathbf{u} \mathbf{a}$ в зависимости от знака \tilde{Z}_{SH}^2 вдоль рассматриваемого АФМ слоя (4), (7), (9)–(11) возможно распространение собственной или несобственной [31] (вытекающей) сдвиговой МА волны (радиационного магннного полярона) со спектром

$$\begin{aligned} (S_{21} - i\tilde{Z}_{SH} S_{11})(S_{22} - i\tilde{Z}_{SH} S_{12}) &= 0, \\ \tilde{Z}_{SH} &\equiv \tilde{\mu} \sqrt{\omega^2 / \tilde{s}_t^2 - h^2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\tilde{s}_t^2 \equiv \tilde{\mu} / \tilde{\rho}$, а условие резонансной прозрачности такого слоя определяется как

$$T_{21} = -\tilde{Z}_{SH}^2 T_{12}. \quad (13)$$

Факторизация спектра связана с тем, что в данном случае возможно независимое распространение МА волн SH -типа, поле упругих напряжений в которых может быть симметричным или антисимметричным относительно срединной плоскости магнитного слоя. Если в (10)–(12) $\omega < \tilde{s}_t h$, то они определяют спектр собственной [31] сдвиговой объемной МА волны с $\mathbf{u} \parallel OX$, $\mathbf{l}_0 \parallel OZ$ распространяющейся вдоль слоя АФМ (2)–(5), погруженного в неограниченную немагнитную среду (1) [30]. В частности, в случае $\tilde{Z}_{SH} = \infty$, (10)–(12) отвечает спектру МА волны SH -типа в АФМ слое, обе поверхности которого жестко закреплены [30, 32], а $B_y(y = \pm d) = 0$. Если же в (10)–(12) $\omega > \tilde{s}_t h$, то вдоль рассматриваемого магнитного слоя распространяется в общем случае несобственная (вытекающая) сдвиговая МА волна, конечная ширина линии которой обусловлена излучением объемной сдвиговой упругой волны с $\tilde{\mathbf{u}} \parallel OX$ и $\mathbf{k} \in YZ$ в неограниченную среду (1) (открытый радиационный канал [14, 15]). Анализ (9)–(12) показывает, что при выполнении

$$(|S_{21}| + |S_{11}|)(|S_{22}| + |S_{12}|) = 0, \quad (14)$$

на плоскости внешних параметров “ $\omega - h$ ” возможно формирование таких точек в сплошном спектре объемных упругих волн SH -типа немагнитной среды (1) (т.е. при $\omega > \tilde{s}_t h$), в которых распространяющаяся вдоль АФМ слоя объемная сдвиговая МА волна с $\mathbf{u} \parallel OX$ (9)–(12) становится собственной (ее радиационное поле излучения в среде (1) строго равно нулю). Расчет показывает, что для рассматриваемой модели магнитоупругой динамики АФМ слоя (2)–(5), (7)–(11) подобные “темные” состояния (ССК) магннных поляронов являются результатом эластодипольного механизма деструктивной интерференции в открытом канале фононного излучения, что отвечает редуцированному варианту модели [15]. При $\omega > \tilde{s}_t h$ в окрестности точек вырождения спектра магннных поляронов (9)–(12), (14) для заданной частоты волны ω корень (12) можно представить как $h = h'(\omega) + ih''(\omega)$, где $S_{21}(\omega, h') = 0$, а $h'' = -\tilde{Z}_{SH} S_{11} / (\partial S_{21} / \partial h)$ (если же $S_{22}(\omega, h') = 0$, то $h'' = -\tilde{Z}_{SH} S_{12} / (\partial S_{22} / \partial h)$). При этом предполагается, что ω совпадает с определяемой (14) одной из частот вырождения мод спектра магннных поляронов (12). В частности, если это частота вырождения дисперсионных кривых мод с номерами ν и

ρ ($\nu, \rho = 1, 2, \dots$), то, в соответствии с (12), (14), для радиационных магннных поляронов структура спектра симметричных (или антисимметричных) мод одной и той же симметрии вблизи точки $h'_\nu = h'_\rho$ с учетом введенных обозначений может быть представлена как $h = h'_\nu$, $h = h'_\nu + i(h''_\nu + h''_\rho)$ (см. также [14]). Таким образом, согласно (12), (14), если h будет стремиться к значению, определяемому из (14) как $h'_\nu = h'_\rho$, то при приближении к такому “темному” состоянию ширина линии, обусловленная радиационным затуханием магннного полярона, будет уменьшаться вплоть до нуля. Это позволяет, следуя терминологии [11], говорить о том, что в данном случае в рамках рассматриваемой модели АФМ среды становится возможной реализация фоновно-го типа высокодобротных (“суперрезонаторных”) состояний в спектре радиационных магннных поляронов с $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a}$. Данное обстоятельство, как показывает расчет, может существенно отражаться и на резонансных характеристиках рассматриваемого акустически открытого магннного слоя. В частности, если из немагнитной среды (1) на рассматриваемый АФМ слой падает плоская объемная упругая волна SH -типа ($\mathbf{k} \in YZ$, $\mathbf{q} \parallel OY$, $\mathbf{l}_0 \parallel OZ$, $\mathbf{u} \parallel OX$), то для нее зависимость от частоты амплитудного коэффициента прохождения $W_{SH}(\omega, h)$ вследствие (12)–(14) имеет характерную для резонанса Фано асимметричную форму. При этом расчет показал, что в зависимости от относительной величины внешних параметров возможно не только раздельное, но при выполнении (14) и одновременное обращение в нуль и числителя и знаменателя в $W_{SH}(\omega, h)$ (что, согласно [33], отвечает МА варианту коллапса резонанса Фано). Из совместного анализа (9)–(12) следует, что спектр объемных безобменных эласто-дипольных магннных поляронов распространяющихся вдоль слоя АФМ среды (2)–(5), (7) с $\tau = \mp 1$ и $u_x(y = \pm d) = 0$ при $\mathbf{k} \in YZ$, $\mathbf{q} \parallel OY$, $\mathbf{b} \parallel \mathbf{l}_0 \parallel OZ$, $\mathbf{u} \parallel OX$, может быть представлен в виде ($\kappa_\nu \equiv \pi\nu/(2d)$, $\nu = 1, 2, \dots$):

$$D_\nu(\omega, h) = 0, \quad D_\nu(\omega, h) \equiv \quad (15) \\
 \equiv [c_\perp h^2 + \kappa_\nu^2 - k_0^2][\mu_\perp \kappa_\nu^2 + h^2] + \frac{4\pi(\beta^2 + \beta_*^2)}{\mu} \kappa_\nu^2 h^2 = 0.$$

Отметим, что, как следует из (15), если толщина магннного слоя больше, чем $\pi\sqrt{1 + 4\pi(\beta^2 + \beta_*^2)/\mu}/k_0$ на частоте $\omega = \omega_\mu$ (т.е. если $\mu_\perp = 0$), то номер моды, начиная с которого, неограниченное счетное множество ветвей спектра (15) будет иметь при $h = 0$ длинноволновую точку окончания спектра, определяется как целая часть соотношения $k_0 d / (\pi\sqrt{1 + 4\pi(\beta^2 + \beta_*^2)/\mu}) \equiv \nu_*$ при $\omega = \omega_\mu$. Одновременно с этим, во-первых, в интервале частот

$0 < \omega \leq \omega_\mu$ номера мод спектра (15), которые при $h = 0$ имеют не вырожденные между собой и с $\omega = \omega_\mu$ длинноволновые точки окончания спектра, отвечают условию $\nu < \nu_*$, а во-вторых, моды спектра (15) с номерами $\nu > \nu_*$ в интервале частот $\omega > \omega_\mu$ имеют не вырожденные между собой и с $\omega = \omega_\mu$ длинноволновые точки окончания спектра при $h = 0$. В результате для данной МА конфигурации сочетания ω, h , которым отвечает появление индуцированных эласто-дипольным взаимодействием “темных” состояний в сплошном спектре радиационных магннных поляронов с $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a}$ для слоя АФМ с $\tau = \pm 1$ определяются из (14), (15) соотношением

$$\omega > \tilde{s}_t h, \quad D_\nu(\omega, h) = D_\rho(\omega, h), \quad \nu \neq \rho, \quad \nu, \rho = 1, 2, \dots \quad (16)$$

Отметим, что выполнение (16) обеспечивает также и выполнение $|W_{SH}(\omega, h)| = 1$, т.е. условие полной акустической прозрачности рассматриваемого АФМ слоя (7) для падающей из среды (1) плоской объемной SH -волны. Таким образом, в данной магннной структуре, отвечающие эласто-дипольному типу ССК (14) сочетания ω и h с учетом (9)–(12), (15), (16), помимо $\omega > \tilde{s}_t h$, определяются также и условием

$$k_0^2 - c_\perp h^2 = \kappa_\nu^2 + \kappa_\rho^2 + \frac{h^2}{\mu_\perp} \left[\frac{4\pi}{\mu} (\beta^2 + \beta_*^2) + 1 \right], \\
 \nu \neq \rho, \quad \nu, \rho = 1, 2, \dots \quad (17)$$

Качественно характер формирования этих ССК в спектре вытекающих объемных магннных поляронов с $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a}$ и распространяющихся вдоль слоя рассматриваемого АФМ с граничными условиями (7) $\mathbf{k} \in YZ$, $\mathbf{q} \parallel OY$, $\mathbf{l}_0 \parallel OZ$, $\mathbf{u} \parallel OX$ на плоскости внешних параметров $\omega - h$ представлен на рис. 1с.

До сих пор обсуждался лишь случай, когда эласто-дипольный механизм формирования эффекта МА двулучепреломления со сменой полости поверхности рефракции на границе раздела магннной и немагннной сред приводит к возникновению нового типа связанных состояний в спектре фоновно-го излучения вытекающих магннных поляронов с $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a}$ для слоя АФМ, легкая магннная ось которого одновременно лежит и в плоскости слоя и в плоскости падения ($\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{b} \parallel OZ$). Однако анализ показывает, что с учетом знака τ в (2) обсуждаемый вариант эласто-дипольного механизма формирования ССК в спектре радиационных магннных поляронов с $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a}$ для рассматриваемого слоя АФМ среды (2) может обладать существенной зависимостью от относительной ориентации $\mathbf{l}_0 \parallel OZ$ и $\mathbf{a} \parallel \mathbf{u}$. Как пример, рассмотрим для АФМ слоя с $\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{a} \parallel OZ$, граничными условиями (7)

и $\tau = \pm 1$ в (2) возможность формирования эффекта МА двулучепреломления со сменой полости поверхности рефракции и, как следствие, к возникновению нового типа связанных состояний в спектре фононного излучения вытекающих магнанных поляронов с $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a}$. Стандартный расчет показывает, что для такой МА конфигурации (на рис. 1а $\mathbf{q} \parallel OY$, $\mathbf{k} \in XY$, $\mathbf{u} \parallel \mathbf{l}_0 \parallel OZ$) уравнения связи при $\tau = \pm 1$ в (2) с учетом обозначений, введенных в (2)–(4) принимают вид:

$$\begin{cases} \sigma_{zx} = \mu c_{\perp} \frac{\partial u_z}{\partial x} + (\tau\beta - i\beta_*)h_y \\ \sigma_{zy} = \mu c_{\perp} \frac{\partial u_z}{\partial y} + (\beta + i\beta_*)h_x \\ B_x = \mu_{\perp} h_x - 4\pi(\beta - i\beta_*) \frac{\partial u_z}{\partial y} \\ B_y = \mu_{\perp} h_y - 4\pi(\tau\beta + i\beta_*) \frac{\partial u_z}{\partial x} \end{cases} \quad (18)$$

Если учесть, что теперь $\mathbf{k} = \{h, \eta, 0\}$, то для неограниченного АФМ (18) получаем следующее дисперсионное уравнение для нормальной МА волны с $\mathbf{u} \parallel \mathbf{l}_0 \parallel OZ$, $\mathbf{k} \in XY$:

$$(\eta^2 + h^2) \left[c_{\perp} + \frac{4\pi\beta^2}{\mu\mu_{\perp}} \frac{4\eta^2 h^2}{(\eta^2 + h^2)^2} \right] = k_0^2 \quad (\tau = 1), \quad (19)$$

$$c_{\perp}(\eta^2 + h^2) = k_0^2, \quad k_0^2 \equiv \omega^2/s_t^2 \quad (\tau = -1).$$

В результате, в отличие от случая АФМ с $\tau = -1$ для АФМ с $\tau = 1$ индуцированный эластодипольным взаимодействием эффект МА двулучепреломления со сменой ветви спектра нормальной МА волны с $\mathbf{u} \parallel OZ$ и $\mathbf{k} \in XY$ также возможен при условии, что одновременно

$$\begin{aligned} 2h^2(1 + 2\chi^2) < k_0^2/c_{\perp}, \quad h^2 > k_0^2/c_{\perp}, \\ \chi^2 \equiv 4\pi\beta^2/(\mu\mu_{\perp}c_{\perp}). \end{aligned} \quad (20)$$

Следует подчеркнуть, что теперь не только при $2k_0d > \pi$, но даже при формальном переходе в (19)–(20) к эластостатическому пределу $k_0 \rightarrow 0$ сохраняется возможность для формирования рассматриваемого механизма МА двулучепреломления для падающей извне плоской сдвиговой упругой волны в АФМ среде с $\tau = 1$ при $c_{\perp}\mu_{\perp} < 0$ ($\chi^2 < 0$). Это значит, что в этом случае также имеется принципиальная возможность формирования “темных” состояний в спектре радиационных магнанных поляронов $\mathbf{k} \in XY$, но теперь и в области частот ниже частоты однородного АФМ резонанса ($\omega = \omega_*$). При $\eta^2 > 0$ соотношения (19) определяют в зависимости от частоты форму сечения поверхности волновых векторов (ПВВ) нормальной сдвиговой МА волны плоскостью падения ($\mathbf{k} \in XY$) для неограниченной АФМ среды (2) с $\tau = \pm 1$ и уравнениями связи (3), (4) и (18), (4), соответственно (как с учетом (при $k_0 \neq 0$), так и без учета

(при $k_0 \rightarrow 0$) эффекта акустического запаздывания). Как и в случае рис. 1б, особый интерес представляет частотно-зависимое появление участков с отрицательной гауссовой кривизной, характерное для формирования эффекта акустического двулучеотражения (см. также [21–24]). С учетом того, что теперь $\mathbf{k} \in XY$, $\mathbf{q} \parallel OY$, $\mathbf{q} \parallel OY$, $\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{a} \parallel OZ$, качественно зависимость от частоты характера сечений ПВВ плоскостью падения для сдвиговой упругой волны в легкоосном АФМ (2) с $\tau = 1$ для отвечающего (4), (19) варианта эласто-дипольного МА двулучепреломления со сменой поверхности рефракции показана на рис. 2а. В этом случае из расчета, аналогичного (8)–(12), следует, что поскольку теперь $\mathbf{k} = \{h, \eta, 0\}$, то спектр объемной МА волны, распространяющейся вдоль такой ограниченной АФМ среды (2)–(5) с $\tau = \pm 1$ и граничными условиями $B_y(y = \pm d) = 0$, $u_z(y = \pm d) = 0$, может быть представлен в виде ($\kappa_{\nu} \equiv \pi\nu/(2d)$, $\nu = 1, 2, \dots$):

$$\begin{aligned} D_{\nu}(\omega, h) &= 0, \quad D_{\nu}(\omega, h) \equiv (\kappa_{\nu}^2 + h^2) \times \\ &\times \left[c_{\perp} + \frac{4\pi\beta^2}{\mu\mu_{\perp}} \frac{4\kappa_{\nu}^2 h^2}{(\kappa_{\nu}^2 + h^2)^2} \right] - k_0^2 \quad (\tau = 1), \quad (21) \\ D_{\nu}(\omega, h) &\equiv c_{\perp}(\kappa_{\nu}^2 + h^2) - k_0^2 \quad (\tau = -1). \end{aligned}$$

В результате отвечающий (16), (21) характер формирования данного типа ССК в спектре вытекающих объемных магнанных поляронов с $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a}$ и распространяющихся вдоль слоя рассматриваемого АФМ с $\tau = 1$ и граничными условиями (7) при $\mathbf{k} \in XY$, $\mathbf{q} \parallel OY$, $\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{u} \parallel OZ$ на плоскости внешних параметров $\omega - h$ для $\omega > \tilde{s}_t h$ качественно представлен на рис. 2б. Если $k_0 \rightarrow 0$, то в (21) $D_{\nu}(\omega, h) = 0$ будет определять спектр объемных безобменных эласто-дипольных магнанных распространяющихся вдоль слоя АФМ с $\tau = 1$ и двусторонним покрытием внешних поверхностей идеальным диамагнетиком. Подчеркнем, что в этом случае формирование “темных” мод в спектре радиационных магнанных поляронов SH -типа становится возможным, если $1 + 4\chi^2 < 0$, а значит, согласно (4), в двух частотных диапазонах, поскольку необходимым условием выполнения (20) является $c_{\perp}\mu_{\perp} < 0$ ($\chi^2 < 0$). Причем, что в данном случае формирование обсуждаемого типа ССК возможно даже при $k_0 \rightarrow 0$, т.е. в эластостатическом пределе. Число мод спектра объемных МА волн рассматриваемого слоя, для которых в интервале $\omega_* < \omega \leq \omega_{\mu}$ длинноволновые точки окончания спектра не совпадают с $\omega = \omega_{\mu}$, определяется условием $\nu < \nu_*$, где ν_* – целая часть от $d\omega_{\mu}/\pi s_t$. Что касается остальных мод этого спектра с номерами $\nu \geq \nu_*$, то в интервале $\omega_* < \omega \leq \omega_{\mu}$ их

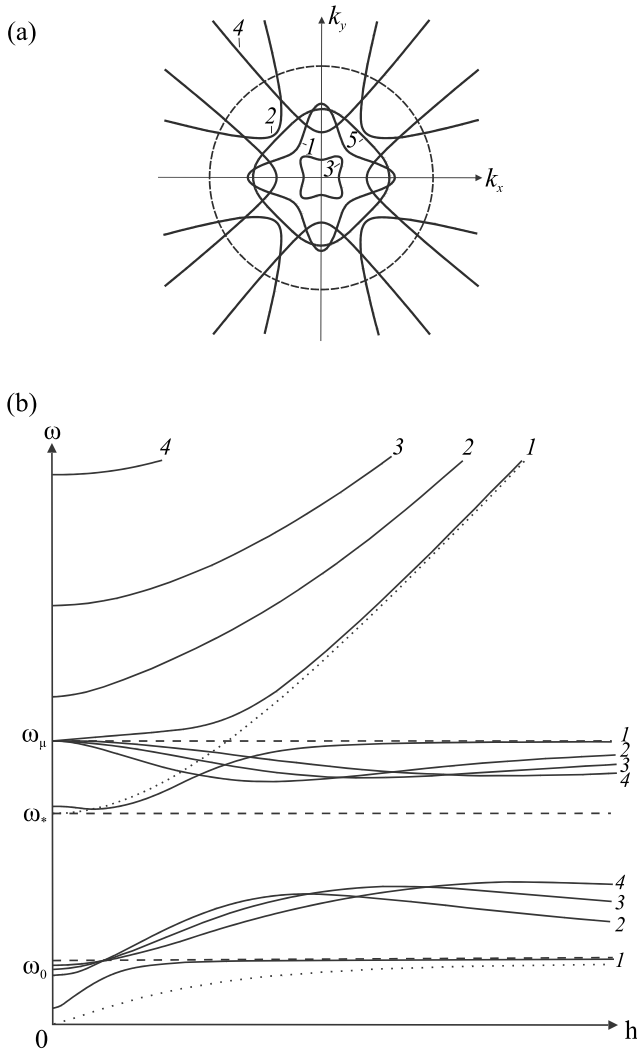


Рис. 2. (а) – Качественный вид зависимости от ω характера сечений плоскостью падения $\mathbf{k} \in XY$ ПВВ сдвиговой упругой волны с $\mathbf{u} \parallel \mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{a} \parallel OZ$ в легкоосном АФМ (2) с $\tau = 1$ (19) при эласто-дипольном механизме МА двулучепреломления (сплошные линии) (19): 1 – $c_\perp > 0$, $\mu_\perp > 0$ ($\chi^2 > 1/3$); 2 – $c_\perp < 0$, $\mu_\perp > 0$; 3 – $\mu_\perp < 0$, $c_\perp > 4\pi\beta^2/(\mu|\mu_\perp|)$, $|\chi^2| > 1/3$; 4 – $0 < c_\perp < 4\pi\beta^2/(\mu|\mu_\perp|)$, $\mu_\perp < 0$; 5 – $c_\perp > 0$, $\mu_\perp > 0$, $\chi^2 < 1/3$. (б) – ССК – точки вырождения в спектре радиационных объемных магнонных поляронов с $\mathbf{a} \parallel \mathbf{l}_0 \parallel OZ$ и $\mathbf{q} \parallel OY$ для (16), (21) с $\tau = 1$. Для кривой 1 в (21) с $\tau = 1 - \kappa_\nu^2 = 0.002$; для кривой 2 – $\kappa_\nu^2 = 0.04$; для кривой 3 – $\kappa_\nu^2 = 0.08$; для кривой 4 – $\kappa_\nu^2 = 0.16$, $\omega_0^2 = 0.3\omega_{me}^2$, $\varepsilon = 0.8$

длинноволновые точки окончания спектра совпадают с $\omega = \omega_\mu$. Одновременно, в интервале $\omega \geq \omega_\mu$ имеется $\nu < \nu_*$ мод, длинноволновые точки окончания спектра которых совпадают с $\omega = \omega_\mu$. Наконец, моды спектра объемных МА волн рассматриваемого слоя с номерами $\nu \geq \nu_*$ и лежащие в интервале

$\omega \geq \omega_\mu$ не имеют длинноволновую точку окончания спектра при $\omega = \omega_\mu$.

Пусть имеется погруженная в немагнитную среду (1) акустически сплошная система из N идентичных слоев АФМ (2) с $\tau = \pm 1$ связанных между собой ультратонкими слоями идеального диамагнетика, а на внешних поверхностях такой структуры с $\mathbf{q} \parallel OY$ выполнены граничные условия (7) (см. также [29]). Расчет, аналогичный проведенному выше, показывает, что если $\mathbf{l}_0 \parallel OZ$, то для обеих рассмотренных выше МА конфигураций и для каждого из найденных выше для уединенного АФМ слоя сочетаний ω , h , отвечающих эластодипольному варианту ССК (15), (16), (21), в спектре излучения ($\omega > \tilde{s}_t h$) радиационных магнонных поляронов с $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a}$ появится система из $N - 1$ “темных” состояний с теми же значениями ω , h , но различным характером пространственного распределения поля упругих смещений $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a}$ по толщине слоистой магнитной гетероструктуры. Эти вырожденные “темные” состояния для соответствующей МА конфигурации также будут определять условия формирования коллапса МА резонанса Фано, если из среды (1) на поверхность рассматриваемой многослойной структуры падает плоская объемная волна с $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a}$.

Таким образом, в данной работе впервые определены условия, при выполнении которых возможен новый механизм формирования интерференционных связанных состояний в континууме [12, 15] радиационных магнонных поляронов акустически открытой слоистой магнитной гетероструктуры типа “антиферромагнетик-идеальный диамагнетик”. Это результат деструктивной интерференции полей фоновонного излучения распространяющихся вытекающих сдвиговых объемных МА волн вследствие наличия на границе раздела магнитной и немагнитной сред эласто-дипольного механизма акустического двулучепреломления со сменой полости поверхности рефракции. При этом в окрестности подобных ССК одна из распространяющихся вытекающих сдвиговых объемных МА волн может быть волной прямого, тогда как вторая – обратного типа. Одновременно с реализацией найденного типа интерференционных ССК становится возможным и формирование эффекта коллапса магнитоакустического резонанса Фано (одновременно обращаются в ноль как числитель, так знаменатель амплитудного коэффициента прохождения). В окрестности указанных “темных” состояний ширина линии, связанной с радиационным затуханием соответствующей вытекающей объемной МА волны, в рамках рассматриваемой бездиссипативной модели может быть сколь угодно

малой (см. также [15]). Это по аналогии с фотоникой [11–13] можно рассматривать как появление в его окрестности ССК суперрезонансных состояний в фононном спектре излучения вытекающих магнетонных поляронов. Найденный в работе тип “темных” состояний может лежать и в частотном диапазоне ниже минимальной критической частоты для объемной сдвиговой упругой волны, распространяющейся вдоль магнитного слоя. Наконец этот тип ССК существует уже в эластостатическом пределе (пренебрежении конечностью скорости распространения сдвиговой упругой волны в неограниченном магнетике) как результат гибридизации в магнитном слое фононного и дипольного механизмов спин-спинового взаимодействия. Все выше перечисленные эффекты зависят от относительной ориентации плоскости падения упругой волны SH -типа и легкой магнитной оси антиферромагнетика, лежащей в плоскости границы раздела сред. В качестве примера магнитной среды рассмотрен одноосный антиферромагнетик в коллинеарной фазе, спиновая структура которого может быть четной или нечетной относительно направления легкой магнитной оси лежащей в плоскости границы раздела сред. Следует особо подчеркнуть, что механизмы формирования ССК, изученные ранее в [24, 25], для рассмотренных в рецензируемой статье МА конфигураций и модели антиферромагнетика вообще невозможны.

Работа выполнена в рамках государственного задания.

1. A. Hirohata, K. Yamada, Y. Nakatani, I.-L. Prejbeanu, V. Diény, P. Pirro, and B. Hillebrands, *JMMM* **509**, 166711 (2020).
2. Y. Li, W. Zhang, V. Tyberkevych, W.-K. Kwok, A. Hoffmann, and V. Novosad, *J. Appl. Phys.* **128**, 130902 (2020).
3. А. Г. Гуревич, Г. А. Мелков, *Магнитные колебания и волны*, Наука, М. (1994).
4. W.-G. Yang and H. Schmidt, *Appl. Phys. Rev.* **8**, 021304 (2021).
5. K. Yu, N. X. Fang, G. Huang, and Q. Wang, *Adv. Mater.* **30**, 1706348 (2018).
6. A. Kamra, H. Keshtgar, P. Yan, and G. E. W. Bauer, *Phys. Rev. B* **91**, 104409 (2015).
7. Y. Li, C. Zhao, W. Zhang, A. Hoffmann, and V. Novosad, *APL Mater.* **9**, 060902 (2021).
8. D. A. Bozhko, V. I. Vasyuchka, A. V. Chumak, and A. A. Serga, *ФНТ* **46**, 462 (2020).
9. A. A. Lyapina, D. N. Maksimov, A. S. Pilipchuk, and A. F. Sadreev, *J. Fluid Mech.* **780**, 370 (2015).
10. I. Deriy, I. Toftul, M. Petrov, and A. Bogdanov, arXiv preprint arXiv:2104.05539 (2021).
11. M. Rybin and Y. Kivshar, *Nature* **541**, 164 (2017).
12. S. I. Azzam and A. V. Kildishev, *Adv. Opt. Mater.* **9**, 2001469 (2021).
13. K. Koshelev, S. Kruk, E. Melik-Gaykazyan, J.-H. Choi, A. Bogdanov, H.-G. Park, and Y. Kivshar, *Science* **367**, 288 (2020).
14. C. W. Hsu, B. Zhen, A. D. Stone, J. D. Joannopoulos, and M. Soljačić, *Nature Reviews Materials* **1**, 16048 (2016).
15. H. Friedrich and D. Wintgen, *Phys. Rev. A* **32**, 3231 (1985).
16. J. Gomis-Bresco, D. Artigas, and L. Torner, *Nat. Photonics* **11**, 232 (2017).
17. С. В. Тарасенко, В. Г. Шавров, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 345 (2021).
18. H. van de Vaart and H. Matthews, *Appl. Phys. Lett.* **16**, 153 (1970).
19. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, *Изв. вузов. Физика* **31**, 6 (1988).
20. Б. Н. Филипов, *Препринт ИФМ УНЦ АН СССР # 80/1*, Свердловск (1980).
21. М. К. Балакирев, И. А. Гилинский, *Волны в пьезокристаллах*, Наука, Новосибирск (1982).
22. J. P. Parekh and H. L. Bertoni, *J. Appl. Phys.* **44**, 2866 (1973).
23. Ю. В. Гуляев, С. В. Тарасенко, В. Г. Шавров, *УФН* **181**, 595 (2011).
24. С. В. Тарасенко, В. Г. Шавров, *ФНТ* **46**, 976 (2020).
25. О. С. Сухорукова, А. С. Тарасенко, С. В. Тарасенко, В. Г. Шавров, *Письма в ЖЭТФ* **112**, 458 (2020).
26. Е. А. Туров, А. В. Колчанов, В. В. Меньшенин, И. Ф. Мирсаев, В. В. Николаев, *Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков*, Наука, М. (2001).
27. Ю. И. Сиротин, М. П. Шаскольская, *Основы кристаллофизики*, Наука, М. (1979).
28. Е. А. Туров, В. Г. Шавров, *УФН* **140**, 429 (1983).
29. V. I. Alshits and A. L. Shuvalov, *Phys. Lett. A* **177**, 253 (1993).
30. Л. М. Бреховских, *Волны в слоистых средах*, Изд-во АН СССР, М. (1957).
31. Т. Tamir and A. A. Oliner, *Proc. Inst. Electr. Eng.* **110**, 310 (1963).
32. М. А. Исаакович, *Общая акустика*, Наука, М. (1973).
33. Ч. С. Ким, А. М. Сатанин, Ю. С. Джое, Р. М. Косби, *ЖЭТФ* **116**, 263 (1999).