

## Авроральное километровое радиоизлучение как средство диагностики свойств магнитосферы

А. А. Чернышов<sup>+\*1)</sup>, Д. В. Чугунин<sup>+</sup>, М. М. Могилевский<sup>+</sup>

<sup>+</sup>Институт космических исследований РАН, 117997 Москва, Россия

<sup>\*</sup>Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, 101000 Москва, Россия

Поступила в редакцию 19 октября 2021 г.

После переработки 24 октября 2021 г.

Принята к публикации 25 октября 2021 г.

В представленной работе авроральное километровое радиоизлучение (АКР) используется как средство дистанционной диагностики процессов в магнитосфере Земли. Используя спутниковые данные и спектр флуктуаций АКР на различных частотах, мы изучаем фрактальные свойства авроральной области магнитосферы в зависимости от высоты источника и частоты генерации излучения. По скейлингу определены фрактальные характеристики (показатель Херста и фрактальная размерность) среды в области генерации АКР и их динамика изменения в зависимости от высоты и частоты. Показано, что с увеличением высоты (или, что то же самое, с уменьшением частоты сигнала) увеличивается значение скейлинга и показателя Херста, в то время как фрактальная размерность уменьшается с высотой. Полученные значения скейлинга и фрактальных параметров указывают на то, что рассматриваемые процессы обнаруживают дальние взаимодействия.

DOI: 10.31857/S1234567822010050

**Введение.** Наблюдения процессов в космической плазме, ставшее возможным с появлением искусственных спутников Земли, привели к открытию и интенсивным исследованиям новых плазменных явлений. Авроральное километровое радиоизлучение (далее АКР) является одним из таких явлений. АКР было впервые обнаружено на спутнике Электрон-2 в 1965 г. [1], его характерные частоты слишком низки, чтобы проникнуть сквозь ионосферу к земной поверхности. Это излучение генерируется в результате сложного взаимодействия волн с частицами в авроральной области (это область, занимаемая полярными сияниями на геомагнитных широтах  $65\text{--}85^\circ$  в зависимости от геомагнитной активности) за счет свободной энергии от высыпающего потока ускоренных авроральных электронов (со средней энергией несколько кэВ). Геомагнитная широта по сути аналогична географической широте, но определяется относительно оси геомагнитного диполя, а не географических полюсов, при этом магнитная ось наклонена к оси вращения Земли на  $\sim 11.5^\circ$ . АКР наблюдается в диапазоне частот  $20\text{--}800$  кГц вблизи локальной циклотронной частоты электронов. Известно, что АКР усиливается во время магнитных возмущений и коррелирует с геомагнитным индексом АЕ [2], который

рассчитывается по данным наблюдений высокоширотных наземных магнитометров, отражая величину тока, протекающего в ионосфере. Для объяснения возникновения АКР был предложен механизм циклотронной мазерной неустойчивости. Такая неустойчивость развивается в авроральной магнитосфере в областях с пониженной плотностью плазмы (кавернах), где электронная плазменная частота меньше, чем локальная циклотронная частота электронов [3].

В отличие от экваториальной и среднеширотной области, высокоширотная часть характеризуется сравнительно низкими значениями электронной концентрации, являясь при этом сильно структурированной средой из-за наличия большого количества неоднородностей различных масштабов, от метров до сотен километров, где может развиваться АКР. Неоднородности возникают вследствие процессов магнитосферно-ионосферного взаимодействия, связанных с авроральной активностью, в частности, с высыпаниями энергичных частиц, а также процессов переноса и разогрева плазмы за счет магнитосферных электрических полей и неустойчивостей макроскопических токовых систем. Индексы геомагнитной активности не позволяют изучать эти неоднородности, поскольку являются усредненными, в то же время АКР может являться индикатором геомагнитных возмущений. Поэтому АКР важен для изуче-

<sup>1)</sup>e-mail: achernyshov@iki.rssi.ru

ния и использования. Более того, околоземная плазма, как природная лаборатория позволяет верифицировать современные нелинейные теории плазменных процессов.

Для получения медленно меняющихся и усредненных характеристик АКР на спутниках обычно использовались классические методы обработки, основанные на Фурье-преобразовании и построении трехмерных амплитудно-частотно-временных представлений результатов измерений. В представленной работе предполагается применить иной подход, поскольку для авроральной области характерны сильная неоднородность и нестационарность. Это отражается и на результатах измерения АКР – на малых масштабах амплитуда и фаза сигнала сильно флуктуируют. В этом случае полезен фрактальный подход. При таком подходе нельзя говорить о классических характеристиках сигнала – амплитуде, фазе, поляризации и др. Однако сравнение электромагнитных полей на разных частотах (соответственно высотам) может быть выполнено при помощи таких характеристик, как скейлинг, показатель Херста и фрактальная размерность. Методы нелинейной динамики, в частности, фрактальное описание, становятся удобным и эффективным подходом для решения различных физических задач в последнее время, в том числе и задач космической физики. В основе такого подхода лежит понятие самоподобия (скейлинга), масштабной инвариантности, которое подразумевает, что элементы структуры на разных масштабах подобны друг другу. Большим преимуществом фрактального метода является универсальность полученных результатов и независимость от природы возникновения фрактальных структур в рассматриваемой области.

АКР в данной работе применяется для удаленной диагностики процессов, происходящих в авроральной магнитосфере. Ранее, насколько нам известно, фрактальные подходы не использовались для описания процессов, приводящих к АКР. Однако стоит упомянуть статью [4], где исследовались короткие всплески АКР в зависимости от их интенсивности и было продемонстрировано степенное распределение, наблюдаемое в динамических спектрах АКР. Распределение по степенному закону, наблюдаемое в динамических спектрах АКР, указывает на применимость концепции самоорганизованной критичности для анализа процесса генерации АКР [4]. В настоящем исследовании АКР используется как средство дистанционного мониторинга процессов в авроральной области. Такой подход имеет ряд преимуществ по сравнению с непосредственными измере-

ниями (*in situ*), поскольку при условии постоянства потока энергичных частиц из хвоста магнитосферы, высота спутника над источником и раствор конуса излучения определяют длительность спутниковых измерений АКР [5]. Методами нелинейной динамики в представленной работе проводится детальное изучение АКР по спутниковым данным. Для того чтобы проследить эволюцию свойств плазмы в зависимости от высоты, определен спектр флуктуаций АКР на различных частотах, что соответствует высотному разрезу. Затем, зная скейлинг, можно определить фрактальные характеристики плазмы в области генерации АКР и проследить их изменения в зависимости от высоты.

Нужно заметить, что в работах [6, 7] получены значения, описывающие фрактальную геометрию турбулентного токового слоя хвоста магнитосферы вблизи неравновесного стационарного состояния, и был предложен топологический сценарий возникновения суббури. В то время как в [8, 9] методами нелинейной динамики аналитически оценивался наблюдаемый скейлинг флуктуаций электрических полей и авроральных свечений в авроральной ионосфере и указаны ограничения, накладываемые критическим условием перколяции токов Холла и Педерсена. Авроральная магнитосфера, где происходит ускорение заряженных частиц и происходит возбуждение АКР, является “промежуточной” областью между хвостом магнитосферы и высокоширотной ионосферой, для которой не были ранее получены фрактальные параметры, поэтому важно восполнить этот “пробел”.

**Методология.** Как известно, присутствие разных частот и масштабов в разные моменты времени, т.е. нестационарность сигнала, является отличительным признаком турбулентных и флуктуирующих полей. Естественным методом исследования частотно-временных свойств нестационарных сигналов служит вейвлет-преобразование, позволяющее одновременно получить распределение мощности сигнала, как по частотам/масштабам, так и по времени. Необходимость применения вейвлет-преобразования также обусловлена, как правило, ограниченной длиной анализируемых рядов данных. Заметим, что согласно принципу неопределенности, применяя оконное преобразование Фурье, добиться сколько-нибудь значительной локализации мощности сигнала во времени можно только за счет потери локализации спектральной функции по частоте. Это справедливо и для вейвлет-преобразования, преимущество которого заключается лишь в большей гибкости вейвлетов, используемых в качестве базисных функций, так как размер частотно-временных окон в этом случае не

является фиксированным. Зато это позволяет одновременно локализовать во времени резкие градиенты или разрывы в сигнале [10, 11]. Турбулентность относится к явлениям, имеющим сложный нерегулярный характер, с большим числом степеней свободы и разветвленной тонкой структурой, описание которых в рамках подхода, основанного на решении детерминистических уравнений, приводит к значительным трудностям. Однако довольно часто такие явления обнаруживают так называемое сложное поведение, которое характеризуется существенно меньшим числом контролируемых параметров [12]. Оно примечательно тем, что динамика системы обнаруживает масштабную инвариантность, одной из разновидностей которой является самоподобие в определенном смысле упорядоченность, которая проявляется в степенных зависимостях различных характеристик системы от временного (пространственного) масштаба. Аппарат фрактальной геометрии является способом описания систем с самоподобием. Фрактал можно рассматривать как стохастический объект, подобный временным рядам, обладающим свойством самоподобия [13], которое понимается в статистическом смысле, а именно: статистические характеристики имеют структурное сходство при ее измерении на разных масштабах.

Самоподобные свойства временного ряда  $X(t)$  основываются на факте, что  $X(at)$  идентичен по распределению с  $a^H X(t)$ ,  $\forall t \geq 0, \forall a > 0$ , где  $H$  – показатель Херста. Инкрементный процесс  $\Delta X = X(k+t) - X(k)$ ,  $k \geq 0$  называется фрактальным гауссовым шумом (ФГШ) и является стационарным гауссовым процессом и демонстрирует долговременную зависимость (LRD – *long-range dependence*). Отметим, что в случае  $0 < H < 0.5$  между инкрементами случайной функции  $X(t)$  имеется отрицательная корреляция (антиперсистентный процесс). Если же показатель Херста  $0.5 < H < 1$ , то корреляция инкрементов положительна (персистентный процесс). В последнем случае соответствующий фрактальный гауссов шум, обнаруживает дальние взаимодействия (LRD). Вообще, дальние взаимодействия (или долговременная зависимость) – это свойство определенного класса стационарных случайных процессов типа ФГШ, полученных как приращения фрактального броуновского движения (ФБД) с  $0.5 < H < 1$ . ФБД – это гауссовский процесс с нулевым средним и стационарными инкрементами с  $H \in [0, 1]$ , который рассматривается как естественное расширение обычного броуновского движения с  $H = 1/2$ .

Метод Абри–Вейтча [14, 15], далее АВ, позволяет обнаружить, идентифицировать и количественно

оценить свойства масштабирования (скейлинг) данных. Разные проявления скейлинга могут быть эффективно идентифицированы и количественно оценены в рамках единого подхода, основанного на дискретном вейвлет преобразовании (ДВП) данных. Такая эффективность в значительной степени обусловлена тем, что в качестве базисных функций при анализе сигнала используются вейвлеты, которые, в отличие от многих других базисных функций, сами по себе обладают свойством масштабной инвариантности. Именно с этим связана несмещенность и малая погрешность оценки индекса масштабирования, полученной методом АВ [14]. Условие допустимости для материнского вейвлета, а также требование обращения в нуль первых моментов, заложенное в процедуру создания некоторых семейств вейвлетов (например, вейвлетов Добеши [16]), позволяют эффективно устранять тренды, т.е. неслучайные функции, присутствующие в данных и приводящие к искажению истинного скейлинга.

Ранее метод АВ хорошо зарекомендовал себя в [17] при исследовании турбулентности по данным измерений вариаций магнитного поля в плазменном слое магнитосферы, при изучении скейлинга электрических полей в полярной шапке и авроральной зоне [10, 18], при обнаружении скейлинговых свойств в структуре полярных сияний [19, 20], а также при описании пространственной структуры ионосферной проводимости [8, 21, 22].

Для ДВП стационарного процесса  $X(t)$  детализирующие вейвлет-коэффициенты  $d_{j,k}$  на масштабном уровне  $j$  можно найти как:

$$d_{j,k} = 2^{j/2} \sum_{i=1}^{n_j} X_i \psi_0(2^{-j}n - k). \quad (1)$$

В (1)  $\psi_0$  – базисный вейвлет, а  $n_j = 2^{-j}n$  – число вейвлет-коэффициентов при заданном  $j$  ( $j = 0, 1, 2, \dots$  также называется уровнем разрешения или октавой). В методе Абри–Вейтча [14, 15] для каждой октавы  $j$  вычисляется дисперсия детализирующих вейвлет-коэффициентов:

$$\mu_j = \frac{1}{n_j} \sum_{k=1}^{n_j} |d_{j,k}|^2. \quad (2)$$

Далее оценивается индекс масштабирования (скейлинг)  $\alpha$  из наклона регрессионной зависимости  $y_j = \log_2(\mu_j)$  от  $j$  (масштабная диаграмма второго порядка или логарифмическая диаграмма). Признаком самоподобия считается наличие линейных участков на полученной зависимости. Такой подход, как отмечалось выше, в отличие от традиционного

спектрального метода, позволяет получить несмещенную оценку масштабного показателя  $\alpha$ . Далее, зная  $\alpha$ , можно определить показатель Херста  $H$  и фрактальную размерность  $D$ . Показатель Херста имеет важное значение в теории самоподобных процессов, поскольку является индикатором самоподобия случайного процесса и характеризует свойства долговременной зависимости. Фрактальная или дробная размерность понимается обычно как размерность Хаусдорфа–Безинковича [13].

**Полученные результаты и их анализ.** В работе использовались результаты измерений электромагнитного поля на спутнике Интербол-2, который был запущен 29 августа 1996 г. на высокоапогейную орбиту: начальные значения высот перигея – 769 км и апогея – 19211 км, наклонение –  $62.8^\circ$  к плоскости земного экватора. Орбита спутника Интербол-2 была выбрана таким образом, что длительное время спутник находился на одной магнитной оболочке, что позволило проводить измерения АКР до нескольких часов. Эти измерения позволили отследить долговременную эволюцию процессов в авроральных зонах, используя АКР как средство дистанционного мониторинга [11]. Такой подход имеет ряд преимуществ по сравнению с измерениями *in situ* для исследования длиннопериодных процессов и методически близок к оптическим измерениям свечения ионосферы в различных спектральных каналах. В настоящем исследовании мы используем измерения АКР для мониторинга авроральной области. Используя то, что генерация АКР происходит на локальной гирочастоте электронов, можно оценить изменения фрактальных свойств с высотой.

Рассмотрим случай регистрации АКР на спутнике Интербол-2 от 22 ноября 1997 г. при умеренной геомагнитной активности,  $AE \sim 500\text{--}600$  нТл, в вечернем секторе магнитосферы  $\sim 19\text{--}20$  MLT. Измерения проводились при движении космического аппарата с высоты 18900 до 15600 км с максимальной геомагнитной широтой  $\sim 80^\circ$ . На рисунке 1 (верхняя панель) представлена динамическая спектрограмма АКР в интервале времени 05 : 36 – 06 : 36 UT. Интегральная интенсивность излучения более высокая в интервале 05 : 45 – 06 : 10 UT и достигает значений порядка  $10^{-15}$  Вт/м<sup>2</sup>·Гц. Наибольшая интенсивность наблюдается в диапазоне частот 119–537 кГц.

Для каждой частоты спектра излучения, полученного со спутника (как правило, это 240 или 480 частотных каналов) [23], был применен метод АВ на основе вейвлет-преобразования и построены логарифмические диаграммы, из которых определен скейлинг  $\alpha$ . Пример логарифмической диаграммы

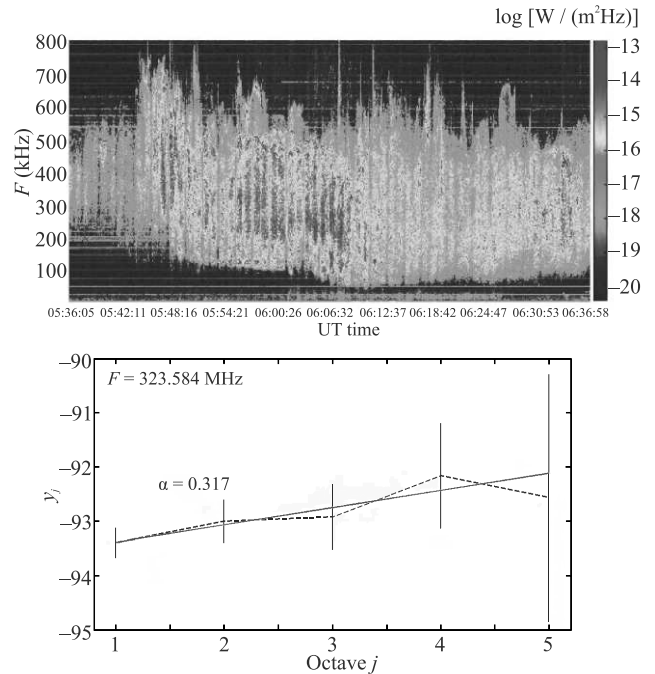


Рис. 1. (Цветной онлайн) Верхняя панель – динамическая спектрограмма мощности АКР по измерениям со спутника Интербол-2 за 22 ноября 1997 г. Нижняя панель – логарифмическая диаграмма, полученная с помощью метода АВ, для частоты 323.584 МГц, из которой следует, что скейлинг  $\alpha = 0.317$

для частоты 323.584 МГц показан на рис. 1 (нижняя панель). В этом случае скейлинг  $\alpha = 0.317$ . При построении логарифмических диаграмм в данной работе использовались вейвлеты Добеши [16]. Для дальнейшего анализа в настоящем исследовании мы брали только те значения, когда оценки достоверности  $Q$  взвешенной линейной регрессии по критерию хиквадрат дают значения больше  $\geq 0.5$ . Поэтому далее на рис. 2 (верхняя панель) представлены только те значения  $\alpha$  от частоты (или высоты), когда  $Q \geq 0.5$ . Зная частоты излучения АКР, можно оценить высоту генерации этого излучения в приближении дипольного геомагнитного поля. Значение магнитного поля на поверхности считалось 0.6 Гс, так как АКР генерируется на высоких широтах. Для наглядности на рис. 2 на оси абсциссы представлены как частоты, так и высоты излучения АКР. Видно, что с высотой (или, что то же самое, с уменьшением частоты) увеличивается значение  $\alpha$ . Важно отметить, что  $\alpha \in [0; 1]$ , что означает, что рассматриваемый процесс с конечной дисперсией обнаруживает дальние взаимодействия [14]. Между процессами с самоподобием и процессами с дальними взаимодействиями существует взаимосвязь. Поскольку процессы с  $0.5 < H < 1$  обнаруживают дальние взаимодействия, то

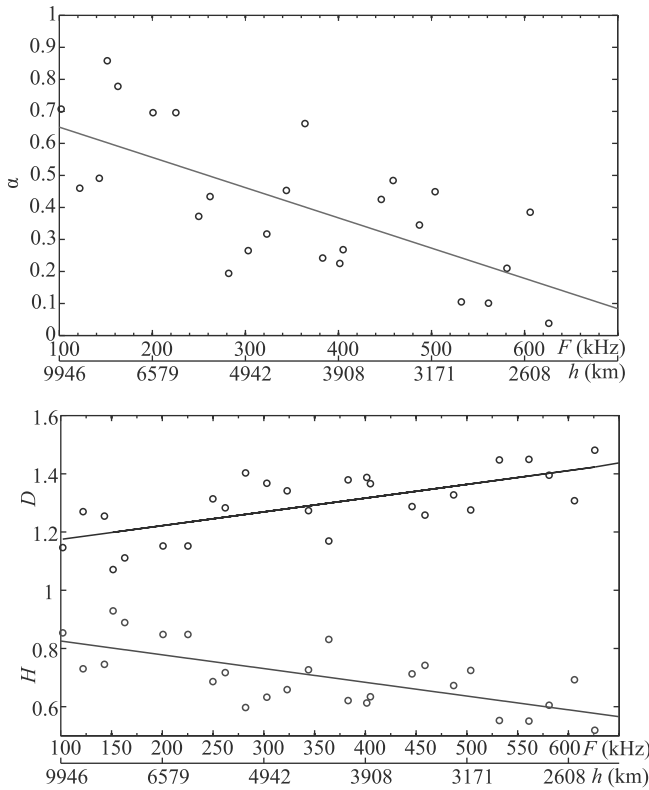


Рис. 2. (Цветной онлайн) Верхняя панель – зависимость скейлинга  $\alpha$  от высоты и частоты (приведены только те значения оценки достоверности  $Q$  линейной регрессии, когда  $Q \geq 0.5$ ). Нижняя панель – зависимость фрактальной размерности  $D$  и показателя Херста  $H$  от высоты и частоты

их спектральный индекс связан с  $H$  соотношением:  $\alpha = 2H - 1$ . Таким образом, возможно оценить показатель Херста:  $y_j = \log_2(\mu_j) \sim (2H - 1)j + \text{const}$ . Откуда следует, что при долговременной зависимости ряда с показателем Херста  $H$ , график зависимости  $\log_2(\mu_j)$  от  $j$  имеет тангенс угла наклона  $\alpha = 2H - 1$ . Показатель Херста  $H$  в нашем случае связан с фрактальной размерностью  $D$  соотношением  $D = 2 - H$  (формула Берри [24]).

Вообще такое поведение фрактальной размерности и скейлинга является характерным для области генерации АКР. Для примера в данной работе на рис. 3 показан другой случай АКР, зарегистрированный 13 октября 1997 г. также на спутнике Интеребол-2, для которого использовалась аналогичная процедура обработки измерений АКР. Для этого события интенсивность АКР была на порядок меньше по сравнению с первым случаем. Верхняя панель рис. 3 демонстрирует динамическую спектрограмму мощности АКР в частотно-временном пространстве в интервале 08 : 39 – 11 : 29 УТ. Изменения значе-

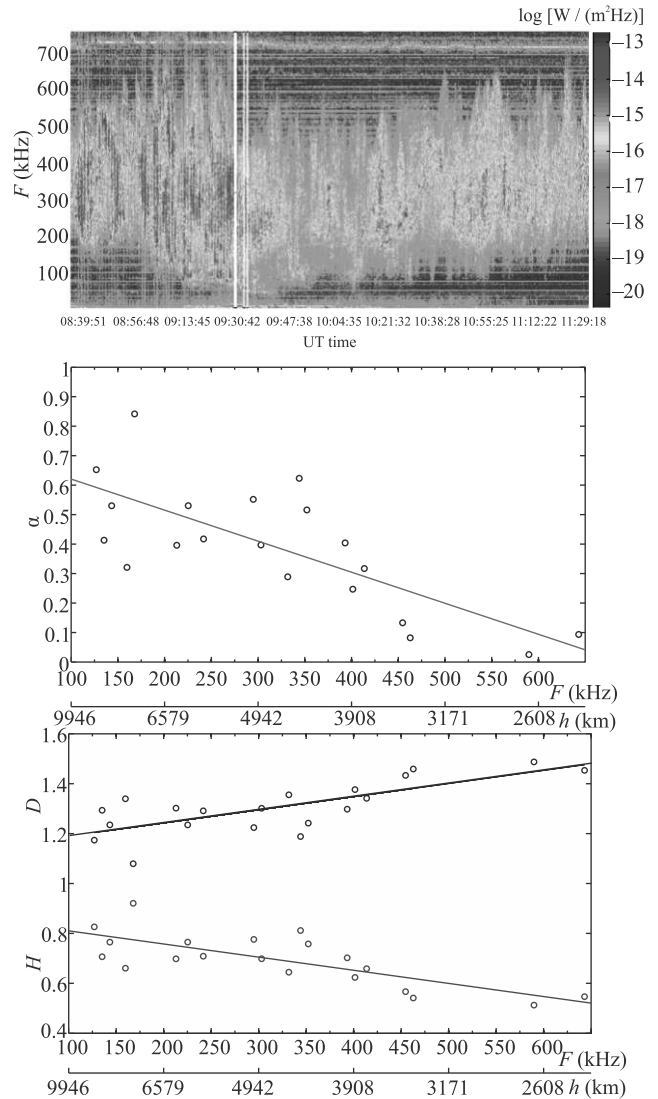


Рис. 3. (Цветной онлайн) Верхняя панель – динамическая спектрограмма мощности АКР за 13 октября 1997 г. Средняя панель – изменение значений скейлинга  $\alpha$  от высоты и частоты. Нижняя панель – динамика фрактальной размерности  $D$  и показателя Херста  $H$  от высоты и частоты

ний скейлинга  $\alpha$ , полученные методом АВ, приведены на рис. 3 (средняя панель), а на нижней панели рис. 3 можно проследить, как изменяется фрактальная размерность  $D$  и индекс Херста  $H$  с частотой и высотой, отложенных, как и ранее, по оси абсцисс. Снова заметно, что с высотой увеличивается значение скейлинга и показатель Херста, в то время как фрактальная размерность уменьшается, что указывает на наличие дальних взаимодействий.

Известно, что в околоземной среде отсутствуют повторяющиеся и воспроизводимые условия наблюдений, и состояние авроральной плазмы зависит от

многих факторов сложным образом. Это приводит к неоднородности условий генерации вдоль магнитных силовых линий в области аврорального ускорения частиц. Однако, несмотря на это, заметно наличие четкого тренда на уменьшение фрактальной размерности  $D$  с высотой во время возбуждения АКР сигналов. Возможно, это связано с тем, что чем ближе к Земле источник генерации АКР, тем большее влияние оказывают восходящие потоки из ионосферы. Это, в свою очередь, влияет на инкремент циклотронной мазерной неустойчивости и приводит к изменениям условий в области генерации АКР, что сказывается на скейлинге и самоподобии. Другими словами, в результате сложного нелинейного взаимодействия ионосферной и магнитосферной плазмы, условия для возбуждения АКР будут разные на разных высотах, что и отражается в изменении фрактальных характеристик, полученных с помощью метода АВ.

На изменения скейлинга с высотой может влиять функция распределения электронов. При движении потоков электронов в сторону Земли, в область увеличения магнитного поля, их питч-углы возрастают в силу сохранения первого адиабатического инварианта. В результате этого, на функции распределения электронов появляется пик на больших питч-углах и провал на маленьких, что в итоге приводит к “подковообразному” распределению, которое отвечает за более эффективную передачу энергии электронов волнам. Кроме того, условие для плазменной  $f_p$  и циклотронной  $f_c$  частот  $f_p/f_c > 1$  выполняется в большинстве областей магнитосферы, а обратное соотношение  $f_p/f_c < 1$  в относительно небольшой области авроральной магнитосферы, области ускорения энергичных частиц, из которой продольное электрическое поле “выталкивает” фоновую плазму. При приближении к Земле плотность фоновой плазмы возрастает настолько, что условия для возбуждения АКР нарушаются, что определяет верхнюю частотную границу спектра излучения. Другими словами, рассматриваемые процессы являются нестационарными и неоднородными по высоте и это сказывается на развитии циклотронной мазерной неустойчивости и генерации АКР.

Несмотря на то, что были рассмотрены сильно разные случаи АКР, обнаруженные на спутнике Интербол-2, в нашем исследовании получается, что имеется самоподобный процесс с долговременной зависимостью, т.е. процесс типа ФГШ с  $0.5 < H < 1$  и  $1.5 < D < 2$ . Фрактальные (дробные) шумы – это семейство случайных процессов со статической зависимостью, т.е. их значения в моменты времени,

даже далекие друг от друга, имеют небольшую, но не пренебрежимую корреляцию. Классически белый шум определяется как случайный процесс, имеющий спектральную плотность, не зависящую от частоты  $f$ , его записывают как  $f^{-0}$ . В результате интеграл и производная белого шума имеют спектральную плотность вида  $f^{-\beta}$ , где  $\beta$  – целое число (для фликкер, или розового шума  $f^{-1}$ ). В то же время, дробные шумы определяются как имеющие спектральную плотность той же формы  $f^{-\beta}$ , но  $\beta$  не является целым числом.  $\beta$  может быть записан как  $1 - 2H$ . (Классический белый шум возникает, когда  $H = 0.5$ ). Таким образом, электромагнитные поля, наблюдаемые во время АКР, нельзя считать окрашенными шумами, типа фликкер- или белым шумом. Нами впервые продемонстрировано свойство масштабной инвариантности в сигнале АКР в высокоширотной области Земли. Необходимо заметить, что обнаружение ранее масштабной инвариантности флуктуаций аврорального свечения [25] и скейлинга в авроральной ионосфере [8], указывает на то, что масштабная инвариантность может быть как раз таки следствием скейлинга в электромагнитных полях и потоках заряженных частиц в области ускорения, приводящих впоследствии к структурированной авроре и проводимости.

**Заключение.** В данном исследовании АКР используется как средство дистанционной диагностики процессов в магнитосфере Земли. Для этого впервые использовался фрактальный подход для области ускорения заряженных частиц в авроральной зоне. В работе определены фрактальная размерность и показатель Херста в области генерации АКР и их эволюция в зависимости от частоты и высоты. Рассмотрены разные случаи регистрации АКР при различных геомагнитных условиях, когда интенсивность АКР отличалась на порядок, однако при этом наблюдается устойчивый тренд на уменьшение фрактальной размерности с высотой во время генерации АКР. Кроме того, полученные значения скейлинга и фрактальных параметров явно указывают на то, что рассматриваемые процессы обнаруживают самоподобие и дальние взаимодействия. Скорее всего, это говорит о том, что свойства процесса (развития циклотронной мазерной неустойчивости) генерации АКР мало меняются.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта 18-29-21037. А. Чернышов благодарен Фонду развития теоретической физики и математики “Базис” за поддержку. Работа М. Могилевского поддержана грантом Министерства

высшего образования и науки РФ 075-15-2020-780 (# 13.1902.21.0039).

1. Е. А. Бенедиктов, Г. Г. Гетманцев, Ю. А. Сазонов, А. Ф. Тарасов, *Космические исследования* **3**, 614 (1965).
2. G. R. Voots, D. A. Gurnett, and S. I. Akasofu, *J. Geophys. Res.* **82**(16), 2259 (1977).
3. C. S. Wu and L. C. Lee, *Astrophys. J.* **230**, 621 (1979).
4. M. Marek and R. Schreiber, *Planetary Radio Emissions VIII*, ed. by G. Fischer, G. Mann, M. Panchenko, and P. Zarka, Austrian Academy of Sciences Press, Vienna (2017), p. 269.
5. М. М. Могилевский, Т. В. Романцова, Я. Ханаш, Т. М. Буринская, Р. Шрайбер, *Письма в ЖЭТФ* **86**(11), 819 (2007).
6. Л. М. Зеленый, А. В. Милованов, *УФН* **47**(8), 749 (2004).
7. A. V. Milovanov, L. M. Zelenyi, P. Veltri, G. Zimbardo, and A. L. Taktakishvili, *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.* **63**, 705 (2001).
8. А. А. Чернышов, М. М. Могилевский, and В. В. Козелов, *Journal of Geophysical Research (Space Physics)* **118**, 4108 (2013).
9. А. А. Чернышов, В. В. Козелов, and М. М. Могилевский, *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.* **161**, 127 (2017).
10. И. В. Головчанская, Б. В. Козелов, И. В. Дэшпирак, *Геомагнетизм и Аэрономия* **52**(4), 474 (2012).
11. Д. В. Чугунин, А. А. Чернышов, И. Л. Моисеенко, М. Е. Викторов, М. М. Могилевский, *Геомагнетизм и Аэрономия* **60**(5), 538 (2020).
12. T. Chang, C. C. Wu, J. Podesta, M. Echim, H. Lamy, and S. W. Y. Tam, *Nonlinear Process. Geophys.* **17**(5), 545 (2010).
13. J. Feder, *Fractals*, Plenum Press, N.Y. (1988).
14. P. Abry, P. Flandrin, M. S. Taqqu, and D. Veitch, in *Self-Similar Network Traffic and Performance Evaluation*, ed. by K. Park and W. Willinger, Wiley, N.Y. (2000).
15. D. Veitch and P. Abry, *IEEE Transactions on Information Theory* **45**, 03 (2000).
16. I. Daubechies, *Ten Lectures on Wavelets*, CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, USA (1992).
17. Z. Vörös, W. Baumjohann, R. Nakamura, M. Volwerk, A. Runov, T. L. Zhang, H. U. Eichelberger, R. Treumann, E. Georgescu, A. Balogh, B. Klecker, and H. Réme, *Journal of Geophysical Research (Space Physics)* **109**(A11), A11215 (2004).
18. И. В. Головчанская, Б. В. Козелов, *Геомагнетизм и Аэрономия* **50**(5), 576 (2010).
19. B. V. Kozelov, I. V. Golovchanskaya, and O. V. Mingalev, *Ann. Geophys.* **29**, 1349 (2011).
20. B. V. Kozelov and I. V. Golovchanskaya, *Journal of Geophysical Research (Space Physics)* **115**, 2204 (2010).
21. А. А. Чернышов, М. М. Могилевский, and В. В. Козелов, *J. Phys. Conf. Ser.* **574**, 012128 (2015).
22. А. А. Чернышов, М. М. Могилевский, Б. В. Козелов, *Физика плазмы* **39**, 562 (2013).
23. Я. Ханаш, З. Кравчик, М. М. Могилевский, Р. Шрайбер, Э. Де Фероди, К. Дудинский, Т. В. Романцова, В. Новакевич, А. Крайнюк, М. Барылка, А. Бучковска, Ю. Юхневич, В. Н. Назаров, Н. И. Михалев, *Космические исследования* **36**, 617 (1998).
24. M. V. Berry, *Journal of Physics A: Mathematical and General* **12**(6), 781 (1979).
25. B. V. Kozelov, *Ann. Geophys.* **21**, 2011 (2003).