Релятивистский самозахват экстремального лазерного света в неоднородной плазме

В. Ю. Быченков $^{1)+*}$, М. Г. Лобок $^{*+}$

+ Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

*Центр фундаментальных и прикладных исследований, Федеральное государственное унитарное предприятие "Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова", Росатом, 127030 Москва, Россия

> Поступила в редакцию 22 сентября 2021 г. После переработки 13 октября 2021 г. Принята к публикации 16 октября 2021 г.

С использованием трехмерного кинетического моделирования методом "частица-в-ячейке" доказана возможность реализации режима релятивистского самозахвата лазерного импульса сверхвысокой интенсивности в плазме с неоднородным профилем плотности. Выявлены необходимые для этого условия фокусировки лазерного света в зависимости от градиентной длины плотности плазмы и проведено сравнение эффективности лазерно-инициированного ускорения электронов со случаем однородной плазмы. Последнее показало, что при правильном выборе положения фокуса лазерного света и размера пятна фокусировки на профиле плотности режим релятивистского самозахвата лазерного импульса и его использование для инновационных применений так же эффективны, как и в случае однородной мишени.

DOI: 10.31857/S1234567821220043

1. Проблема устойчивого нелинейного распространения в плазме короткого мощного лазерного импульса на расстояния, значительно превышающие рэлеевскую длину, является критической для так называемого кильватерного ускорения электронов [1, 2], поскольку последнее должно обеспечить достаточно высокую энергию частиц. Кильватерное ускорение - это многообещающий подход к ускорению электронов до высоких энергий на лабораторном масштабе для создания компактных источников рентгеновского и гамма-излучения, а также различных продуктов фотоядерных реакций. Однако в классической схеме кильватерного ускорения заряд ускоренных электронов типично оказывается на уровне, заметно меньшем 1 нК, что сдерживает ее применение для таких приложений. Для них требуется, чтобы, с одной стороны, лазерный импульс устойчиво проходил много рэлеевских длин, а с другой распространяться в достаточно плотной плазме, которая могла бы обеспечить существенно более высокий полный заряд ускоренного сгустка электронов. На этом пути требуется полное понимание достижимости устойчивого распространения релятивистски интенсивных лазерных импульсов с учетом релятивистских эффектов в реальной плазменной среде, отвечающей экспериментальным возможностям ее создания.

Наиболее хорошо известной реализацией трехмерной ускоряющей структуры является так называемый кильватерный баббл ("bubble") [3] – каверна с вытесненными под действием лазерного импульса электронами, в котором имеются продольное электрическое поле (вдоль оси распространения лазерного импульса), которое ускоряет некоторое число электронов, и фокусирующее на ось кулоновское поле. Такая структура хорошо исследована в разреженной плазме, $n_e \ll n_c$, с плотностью электронов n_e , много меньшей критической плотности n_c для лазерных импульсов длиной $L \leq l_p$, короче или порядка плазменной длины волны, $l_p = 2\pi c/\omega_p$ (где ω_p – электронная плазменная частота, а c – скорость света), и поперечной шириной баббла, d > L. Применение таких ускоряющих структур связывается с разработкой источника высокоэнергетичных электронов от суб-гигаэлектронвольтных до мультигигаэлектронвольтных энергий с хорошей коллимированностью и приемлемой монохроматичностью для практических приложений. Однако полный заряд генерируемого сгустка электронов, ускоряемых в баббле, невысок – типично на мульти-пикокулонном уровне, тогда как целый ряд обсуждаемых практических приложений не требует таких высоких энергий электронов и качества генерируемого пучка, но имеет запрос на гораздо большее число ускоренных частиц, пусть и с меньшей энергией, порядка 100 МэВ. Этому требованию удовлетворяют характеристики электронов, достига-

 $^{^{1)}{\}rm e\text{-}mail:}$ by chenkovvy@lebedev.ru

емые при распространении импульса лазерного света в режиме релятивистского самозахвата (PPC), предложенном и идентифицированном в работах [5, 4], где соответствующий заряд электронов оказывается на мульти-нанокулонном уровне.

Исследование с использованием трехмерного моделирования методом "частица-в-ячейке" (PIC, "particle in cell") [4, 5] выявило возможность реализации распространения релятивистски интенсивного лазерного импульса в однородной плазме с околокритической плотностью в виде солитона, как движущейся со скоростью, близкой к скорости света плазменной каверны, заполненной лазерным светом ("лазерная пуля"), с вытолкнутыми его электромагнитным давлением электронами. Лазерная пуля устойчиво проходит расстояние порядка десяти рэлеевских длин в рассматриваемой достаточно плотной плазме, пока из-за потерь не происходит полное истощение лазерного импульса. В РРС дифракционная расходимость сбалансирована релятивистской нелинейностью среды таким образом, что самофокусировки на ось не происходит и самосогласованно устанавливающийся радиус каверны остается практически неизменным в течение всего времени распространения импульса, вплоть до его истощения. При этом длина лазерного импульса заметно превышает как плазменную длину волны, так и его ширину. Такой режим распространения, по существу, аналогичен выявленному почти 60 лет назад самозахвату слабых лазерных импульсов с кубической нелинейностью [6-8], и поэтому был назван релятивистским самозахватом [5, 4]. Отметим, что формирование световой пули свойственно и конденсированным средам [9], но если в них ее формирование происходило по мере распространения излучения, то в рассматриваемом случае сильных световых полей входящий в плазму импульс так и распространялся на большие расстояния, практически сохраняя, благодаря релятивистской нелинейности, свою исходную форму.

В настоящей работе мы дополняем исследование [5, 4] изучением устойчивости реализации РРС применительно к случаю, когда граница на входе лазерного импульса не резкая, а имеет вид преплазмы. Дело в том, что типичной мишенью для кильватерного ускорения электронов служит газовая микроструя и если однородность плотности газа по ее сечению – вопрос уже решенный, то вблизи границы с вакуумом имеет место естественная неоднородность. Современные технологии допускают тонкое манипулирование профилем плотности газовой мишени [10–12], однако такое манипулирование вряд ли будет возможным на масштабах нескольких лазерных длин волн. В этой

связи, естественно, возникают вопросы, не разрушит ли преплазма РСС и, если нет, то насколько может снизиться его эффективность в плане возможности генерации электронных сгустков с зарядом, сопоставимым с получаемым в однородной плазме. Здесь мы численно исследуем, как конечный градиент плотности и месторасположение фокуса на профиле плотности влияют на формирование лазерной пули. Мы ставим своей целью определить условия, обеспечивающие устойчивое вхождение лазерного импульса в мишень и максимальный заряд ускоренного сгустка высокоэнергетичных электронов, а также условия, при которых РРС не реализуется, рассматривая два характерных случая: (1) резкий градиент плотности, с градиентной длиной L порядка рэлеевской длины, на входе в среду лазерного импульса и (2) существенно более плавный градиент.

2. Проведенное в последние годы трехмерное численное PIC моделирование показало, что устойчивое распространение в однородной плазме релятивистски интенсивного лазерного импульса, т.е. с безразмерной амплитудой поля $a_0 \gg 1$, на расстояние, много большее рэлеевской длины, требует определенного согласования между поперечным размером распространяющегося баббла, плотностью плазмы и интенсивностью лазерного импульса (см., например, [4, 13–15]). Именно только при этом оказывается возможным эффективное ускорение электронов, самоинжектирующихся в плазменную каверну в условиях полной кавитации электронов, что типично для рассматриваемого ультра-релятивистского случая, $a_0 \gg 1$. Впоследствии было доказано, что выявленное в численных экспериментах согласование лазерно-плазменных параметров, с нелинейнооптической точки зрения, отвечает самозахватной моде в плазме с релятивистской нелинейностью [5, 16]. Обнаруженное лазерно-плазменное согласование записывается в виде соотношения

$$R \simeq \alpha \frac{c}{\omega_p} \sqrt{a_0} = \alpha \frac{c}{\omega} \sqrt{a_0 \frac{n_c}{n_e}},\tag{1}$$

где ω – частота лазера, n_e – электронная плотность плазмы, $a_0 = eE_L/m_e\omega c$ – стандартная безразмерная амплитуда (E_L) лазерного поля, n_c – нерелятивистская критическая плотность для лазерного излучения, ω_p – стандартная (ленгмюровская) частота плазмы, R – самосогласованный радиус каверны, а α – численный коэффициент порядка единицы. Таким образом, только определенный радиус каверны для заданных интенсивности и плотности плазмы отвечает стабильному распространению импульса. Результаты моделирования показали: $\alpha \approx 1.12$ [13] и $\alpha \approx 2$ [14, 15, 4]. С физической точки зрения соотношение (1) следует из согласования дифракционного угла (θ_d) расходимости лучей лазерного света из фокального пятна радиуса R с числовой апертурой (NA) релятивистского плазменного волновода с вытолкнутыми из сердцевины электронами (в плазме, описываемой релятивистским показателем преломления n_p)

$$\theta_d \simeq NA, \text{ где } \theta_d = \frac{2c}{\omega R} \text{ и } NA = \sqrt{1 - n_p^2}, \quad (2)$$

$$n_p = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\gamma_e \omega^2}}, \text{ где } \gamma_e = \sqrt{1 + \frac{a_0^2}{2}} \simeq \frac{a_0}{\sqrt{2}}.$$

Такое согласование качественно отвечает теоретичекой модели [5, 16]. При этом условие релятивистского самозахвата (1), благодаря устойчивому распространению лазерного импульса, обеспечивало генерацию ультрарелятивистских электронов с максимальным полным зарядом.

3. Мы изучили ускорение электронов в режиме лазерной пули с помощью трехмерного PIC-моделирования высокопроизводительным релятивистским электромагнитным кодом VSim, подобно [4, 5], с тем отличием, что лазерный импульс падает на однородный слой плазмы с экспоненциальным профилем электронной плотности преплазмы, $n_e(x) \propto \exp(x/L)$ (см. рис. 1). Целью являлось



Рис. 1. (Цветной онлайн) Лазерно-плазменная геометрия численного моделирования для пологого (кривая *1*) и резкого (кривая *2*) профилей плотности преплазмы

выяснение, каким образом и насколько можно приблизиться к получению высокоэнергетичного (> 30 МэВ) электронного сгустка с зарядом (числом частиц), близким к тому, который достигается в случае однородной плазмы [4, 5]. Лазерный импульс с энергией $\simeq 4 \, \text{Дж}$, линейно поляризованный по оси z, распространялся вдоль оси x и имел следующие характеристики: длину волны $\lambda = 2\pi c/\omega_l = 1$ мкм,

гауссовскую временную огибающую длительности по полувысоте (FWHM) $\tau = 30 \, \mathrm{dc}$ (характерную длину ст = 9 мкм) и гауссовский амплитудный профиль фокального пятна с FWHM размером, d, который варьировался от 3λ до 6λ . Например, для $d = 4\lambda$ безразмерная амплитуда лазерного поля, $a_0 = 24$, соответствовала максимальной интенсивности лазерного импульса $\simeq 8 imes 10^{20} \, \mathrm{Br/cm^2}$ и мощности 135 ТВт, которая сейчас достигается на большом числе установок. Лазерный импульс фокусировался на различные участки неоднородного профиля плазменной мишени, состоящей из электронов и ионов гелия, чтобы определить оптимальное положение фокуса, которое приводило бы к наименьшему отличию энергии и заряда ускоренных электронов от идеального случая однородной мишени с резкой границей. Плотность электронов однородной части мишени соответствовала условию согласования (1), $n_e \simeq 0.1 n_c$, которое в случае однородной полуограниченной плазмы обеспечивало стабильное распространение лазерного импульса на многих рэлеевских длинах и генерацию сгустка электронов с максимальным полным зарядом ($Q \lesssim 8\,\mathrm{nKr}$) ультрарелятивистских частиц ($\varepsilon_e \gtrsim 30 \,\mathrm{MəB}$) [4, 5]. Моделирование проводилось с использованием метода движущегося окна с шагом пространственной сетки 0.02λ × 0.1λ × 0.1λ в окне моделирования $X \times Y \times Z = 58\lambda \times 44\lambda \times 44\lambda.$

Как видно из табл. 1А, в случае относительно небольшой преплазмы, $L = 10 \lambda$ (1 вариант), с характерным масштабом неоднородности, меньшим рэлеевской длины, $X_R \approx d^2/\lambda$, фокусировка лазерного излучения в пятно $d \simeq 4$ мкм (как в случае однородной плазмы [5]) в определенную область преплазмы не приводит к сколько-нибудь существенному изменению заряда и полной энергии (коэффициента конверсии) ускоряемого сгустка электронов высоких энергий ($\varepsilon_e \gtrsim 30 \,\mathrm{MeB}$) по сравнению со случаем однородной мишени, также иллюстрируемым табл. 1Б, отличаясь от него лишь в пределах ~ 20 %. Эта область плотностей выделена на рис. 1 штриховкой $(-20\lambda \lesssim x \lesssim -5\lambda)$. Интерес к энергиям электронов $\varepsilon_e \gtrsim 30 \,\mathrm{M}$ эВ связан с возможностью их использования для ряда важных приложений [17]. Таблица 1 также показывает, что коррекцией размера фокального пятна можно добиться вообще отсутствия снижения полного заряда высокоэнергетичных электронов и коэффициента конверсии в быстрые электроны (табл. 1В), которые даже могут быть несколько выше, чем в случае однородной мишени (см. случай d = 5.6 мкм). Последнее достигается при согласовании размера пятна фокусировки с плотностью плазмы в фокусе для заданной энергии импульса (4Дж) и более плавным вхождением импульса в неоднородную плазму, тогда как для полуограниченной среды возникают некоторые потери при "ударе" импульса по мишени. Наиболее оптимальные режимы отмечены полужирным шрифтом в табл. 1. Отметим, что при фокусировке света на область x = -10 мкм оптимальный диаметр фокального пятна d = 5.6 мкм как раз отвечает локальному выполнению условия согласования (1).

Таблица 1. Характеристики эффективности (η, Q) генерации высокоэнергетичных электронов для разных условий фокусировки

А	L = 10 мкм, $d = 4$ мкм	
Положение	Конверсия в	Заряд (нКл)
фокуса	электроны	электронов
(мкм)	$> 30 \text{ M} \Im B$	$> 30 \mathrm{MəB}$
x = -20	$\eta=17.0\%$	Q = 6.7
x = -10	$\eta=17.9\%$	Q=7.0
x = -5	$\eta=15.8\%$	Q = 6.9
x = 0	$\eta = 14.4\%$	Q = 6.4
Б	L = 0 мкм, $d = 4$ мкм	
x = -10	$\eta=18.9\%$	Q = 7.9
$0^{[5]}$	$\eta = 19.1\%$	Q = 7.0
x = 10	$\eta=14.9\%$	Q = 7.0
В	L = 10 мкм, $x = -10$ мкм	
d = 3	$\eta=15.7\%$	Q = 7.2
d = 4	$\eta=17.9\%$	Q = 7.0
d=5	$\eta=19.6\%$	Q = 7.0
d = 5.6	$\eta=19.5\%$	Q = 8.0

На рисунке 2 показано вхождение лазерного импульса из вакуума в мишень с преплазмой (вверху и внизу) и без (посредине) для двух последующих моментов времени (слева – направо). Для мишени с преплазмой при оптимальной фокусировке в пятно $(d = 5.6\lambda)$ на плоскость $x = -10\lambda$ (рис. 2, вверху) видно, что вошедший лазерный импульс (верхний, справа) испытывает несколько меньшие возмущения по сравнению с тем, что имеет место при менее удачной фокусировке (рис. 2, посредине и внизу, справа). Такие возмущения выражаются в том, что в последних случаях импульс теряет свою энергию сильнее и не так эффективно ускоряет электроны, причем качество пучка ускоренных электронов ухудшается как для однородной (рис. 2, посредине), так и неоднородной (рис. 2, внизу) мишеней. Если в оптимальном случае потери лазерной энергии в области плазменного канала ($|y| < 3\lambda$) пренебрежимо малы, то для однородной плазмы они составляют (5-7) % (посредине, справа), а для случая $d=4\lambda$ и $x=10\lambda$ уже около 20 %.

Спектр высокоэнергетичных электронов (серая кривая) для мишени с короткой преплазмой в условиях оптимальной фокусировки на нее лазерного излучения ($d = 5.6\lambda$, $x = -10\lambda$) показан на рис. 3 в сравнении со случаями менее удачной фокусировки $(d = 4\lambda, x = -5\lambda)$ и однородной мишени (прерывистая кривая). По числу частиц и характерному диапазону энергий этот спектр демонстрирует такую же эффективную, и даже слегка лучшую, генерацию высокоэнергетичных электронов (ср. соответствующие кривые в диапазоне энергий 150 МэВ $\gtrsim \varepsilon_e \gtrsim 30 \,\mathrm{M}$ эВ), как и в случае однородной полуограниченной плазмы, и такую же, платообразного вида, форму, свидетельствующую об обогащении спектра высокоэнергетичными частицами. Отметим, что при фокусировке лазера на плоскость $x = -20\lambda$ в самосогласованное пятно размером $d = 7.8\lambda$ полный заряд высокоэнергетичных электронов и коэффициент конверсии оказываются существенно ниже, чем в случае $d = 5.6\lambda$, $x = -10\lambda$. В этом случае для рассматриваемого градиента плотности исходное пятно фокусировки ($d = 7.8\lambda$) оказывается слишком большим, чтобы самосогласованно уменьшаться по мере проникновения импульса в плазму, не допуская его филаментации, как в случае $d = 5.6\lambda$, $x = -10\lambda$.

В целом, в случае рассмотренного короткой преплазмы, не превышающего по размеру рэлеевской длины, фокусировка на него лазерного излучения не приводит к существенному изменению основных характеристик генерируемого электронного пучка, причем при соответствующем подборе области фокусировки и размера фокального пятна возможно и небольшое улучшение их характеристик. Такая стабильность в генерации электронного сгустка хорошего качества связана с подавлением филаментационной неустойчивости для размеров фокального пятна в пределах, определяемых условием РРС (1), и пренебрежимой малостью потерь энергии лазера в короткой плазменной короне, $L_d \gg L$. Длина истощения, L_d , находилась в [17],

$$L_d \simeq a_0(c\tau) n_c/8n_e \,, \tag{3}$$

соответствуя теоретической оценке [18] по порядку величины и скейлингу от лазер-плазменных параметров. Например, для случая $d = 5.6\lambda$ ($a_0 \simeq 17$) ($x = -10\lambda$) имеем $L_d \simeq 190$ мкм $\gg L = 10$ мкм.

4. Мы также провели исследование, подобное вышеприведенному, но для случая значительно более плавного изменения профиля плотности плазмы, $L = 50\lambda$, который, безусловно, легче реализу-



Рис. 2. (Цветной онлайн) Вхождение в мишень лазерного импульса в случае короткой преплазмы для фокусировки с $d = 5.6\lambda$, $x = -10\lambda$ (вверху) и $d = 3\lambda$, $x = -10\lambda$ (внизу), а также для полуограниченной однородной плазмы для фокусировки с $d = 4\lambda$, $x = 10\lambda$ (посредине)

ем на практике. В отличие от короткой преплазмы, чтобы добиться отсутствия потерь в заряде и коэффициенте конверсии в высокоэнергетичные электроны (>30 MэB) требуется подгонка размера лазерного пятна под электронную плотность плазмы в области фокуса, в соответствии с (1). Результаты численного PIC моделирования иллюстрируются рис. 4, на котором показан полный заряд электронного сгустка с энергией частиц > 30 МэВ в зависимости от расстояния для нескольких вариантов фокусировки четырехджоульного лазерного импульса на неоднородный профиль плотности плазмы с указанием соответствующих коэффициентов конверсии, η . На рисунке 4 четко прослеживается улучшение эффективности ускорения электронов в однородной части мишени (x > 0) при оптимизации фокусировки (см. кривые снизу вверх). В целом, выход высокоэнергетичных электронов и коэффициент конверсии оказываются более критичны к выбору условий фокусировки на неоднородный профиль плотности, чем в



Рис. 3. Спектр высокоэнергетичных электронов (пунктирная кривая) в неоднородной мишени с короткой преплазмой ($L = 10\lambda$) для оптимальной фокусировки лазерного излучения при $d = 5.6\lambda$ и $x = -10\lambda$ в сравнении со спектрами для менее удачной фокусировки на профиль плотности ($d = 4\lambda$ и $x = -5\lambda$; черная сплошная кривая) и для однородной мишени ($d = 4\lambda$ и x = 0; серая кривая)



Рис. 4. Заряд сгустка высокоэнергетичных электронов, генерируемых в неоднородной мишени с характерным масштабом неоднородности плотности, $L = 50\lambda$ для следующих вариантов фокусировки: $d = 7.8\lambda$, $x = -100\lambda$, $\eta = 21.3$ (пунктирная кривая); $d = 5.6\lambda$, $x = -50\lambda$, $\eta = 12.7$ (сплошная черная кривая); $d = 4\lambda$, $x = -50\lambda$, $\eta = 8.5$ (серая кривая)

случае короткой преплазмы. Вместе с тем, при оптимальном ($d = 7.8\lambda$ и $x = -100\lambda$) условии согласования (1) по-прежнему возможно добиться высокого полного заряда ускоренных электронов и высокого коэффициента конверсии, не отличающихся от значений для полуограниченной однородной мишени и даже несколько их превосходящих. Это связано с тем, что, несмотря на существенное возрастание лазерных потерь, длина истощения импульса (1) в оптимальном случае все еще остается существенно больше расстояния от области фокуса до однородной части мишени, $L_d > |x|$. Это подтверждает устой-

Письма в ЖЭТФ том 114 вып. 9-10 2021

чивость РРС, отвечающего структуре типа солитона в бездиссипативной среде [19]. На рисунке 5 оп-



Рис. 5. Спектр высокоэнергетичных электронов, генерируемых в неоднородной плазме ($L = 50\lambda$) для условий оптимальной фокусировки, $d = 7.8\lambda$ и $x = -100\lambda$ (черная прерывистая кривая) в сравнении со спектром для однородной плазмы [20] (серая кривая)

тимальный спектр ускоренных электронов для случая преплазмы сравнивается со спектром для случая однородной среды, из сравнения которых легко убедиться, что при правильно выбранной фокусировке наличие преплазмы не ухудшает параметры ускоренных электронов. Как и в случае короткой преплазмы, мы отмечаем необходимость нахождения оптимального положения фокуса лазера с самосогласованным размером горячего пятна, (1), на неоднородном профиле плотности для реализации "идеального" РРС. При этом, благодаря условию согласования (1), не требуется иметь такое же малое фокальное пятно, как в случае однородной плазмы, что благоприятно для эксперимента.

5. Подводя итог проведенному исследованию, отметим, что нами получен ответ на возможность реализации РРС лазерного импульса в неоднородной плазме, что важно для проведения соответствующих целенаправленных экспериментов. Если для стандартного кильватерного ускорения в разреженной газовой плазме этот вопрос давно снят проведенными экспериментами, то для рассматриваемого случая мишени с околокритической плотностью было неясно, насколько в реальной ситуации неоднородной плазмы можно рассчитывать на преимущество получения электронных сгустков ультрарелятивистских энергий с рекордным полным зарядом при использовании обсуждаемого режима самозахвата лазерного света. Теперь можно утверждать, что РРС может быть реализован при фокусировке мощного лазерного импульса на мишень с околокритической плотностью, естественно, имеющей неоднородный профиль на границе с вакуумом. Это обосновывает возможность создания эффективного источника высокоэнергетичных электронов для таких социально значимых приложений, как глубокая гаммарадиография плотных объектов [20], электронная радиотерапия [21] и ядерная фармакология [22]. При этом важно отметить, что если в случае однородной мишени достижение необходимой для РРС высокой интенсивности импульса требует фокусировки в достаточно малое пятно, то на естественно возникающем профиле плотности на границе мишень-вакуум достаточно иметь пятно большего размера, что легче реализовать в эксперименте.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда # 17-12-01283.

- T. Tajima and J. M. Dawson, Phys. Rev. Lett. 43, 267 (1979).
- E. Esarey, P. Sprangle, J. Krall, and A. Ting, Rev. Mod. Phys. 81, 1229 (2009).
- A. Pukhov and J. Meyer-ter-Vehn, Appl. Phys. B 74, 355 (2002).
- M.G. Lobok, A.V. Brantov, D.A. Gozhev, and V.Yu. Bychenkov, Plasma Phys. Control. Fusion 60, 084010 (2018).
- V. Yu. Bychenkov, M. G. Lobok, V. F. Kovalev, and A. V. Brantov, Plasma Phys. Control. Fusion 61, 124004 (2019).
- В.И. Таланов, Известия ВУЗов. Радиофизика 7, 564 (1964).
- R.Y. Chiao, E. Garmire, and C. Townes, Phys. Rev. Lett. 13, 479 (1964).
- С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов, ЖЭТФ 50, 1537 (1966).

- Е. Д. Залозная, А. Е. Дормидонов, В. О. Компанец, С. В. Чекалин, В. П. Кандидов, Письма в ЖЭТФ 113, 817 (2021).
- M.-W. Lin, Y.-M. Chen, C.-H. Pai, C.-C. Kuo, K.-H. Lee, J. Wang, S.-Y. Chen, and J.-Y. Lin, Phys. Plasmas 13, 110701 (2006).
- J. Faure, C. Rechatin, O. Lundh, L. Ammoura, and V. Malka, Phys. Plasmas 17, 083107 (2010).
- B. Guo, Z. Cheng, S. Liu, X.N. Ning, J. Zhang, C.H. Pai, J.F. Hua, H.H. Chu, J. Wang, and W. Lu, Plasma Phys. Control. Fusion **61**, 035003 (2019).
- S. Gordienko and A. Pukhov, Phys. Plasmas 12, 043109 (2005).
- W. Lu, M. Tzoufras, C. Joshi, F.S. Tsung, W.B. Mori, J. Vieira, R.A. Fonseca, and L.O. Silva, Phys. Rev. Accel. Beams 10, 061301 (2007).
- P. E. Masson-Laborde, M. Z. Mo, A. Ali, S. Fourmaux, P. Lassonde, J. C. Kieffer, W. Rozmus, D. Teychenné, and R. Fedosejevs, Phys. Plasmas 21, 123113 (2004).
- V. F. Kovalev and V. Yu. Bychenkov, Phys. Rev. E 99, 043201 (2019).
- M.G. Lobok, A.V. Brantov, and V.Yu. Bychenkov, Phys. Plasmas 26, 123107 (2019).
- C. D. Decker, W. B. Mori, K. C. Tzeng, and T. Katsouleas, Phys. Plasmas 3, 2047 (1996).
- 19. В. Ф. Ковалев, В. Ю. Быченков, Изв. ВУЗов. Радиофизика, **63**, 825 (2020).
- M.G. Lobok, A.V. Brantov, and V.Yu. Bychenkov, Phys. Plasmas 27, 123103 (2020).
- L. Labate Luca, D. Palla, D. Panetta, F. Avella,
 F. Baffigi, F. Brandi, F. Di Martino, L. Fulgentini,
 A. Giulietti, P. Köster, D. Terzani, P. Tomassini,
 C. Traino, and L. A. Gizzi, Sci. Rep. 10, 17307 (2020).
- 22. Zh. Ma, H. Lan, W. Liu, S. Wu, Y. Xu, Zh. Zhu, and W. Luo, Matter Radiat. Extremes 4, 064401 (2019).