Письма в ЖЭТФ, том 114, вып. 8, с. 553 – 559

Оптимизация достоверности считывания квантового состояния оптического кубита в ионе иттербия $^{171}Yb^+$

Н. В. Семенин[*+1)], *А. С. Борисенко*[*+], *И. В. Заливако*[*], *И. А. Семериков*[*], *К. Ю. Хабарова*[*×+], *Н. Н. Колачевский*[*×]

[+]*Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), 141701 Долгопрудный, Россия*

[*]*Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия*

[×]*Российский квантовый центр, 121205 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 20 сентября 2021
После переработки 21 сентября 2021 г.
Принята к публикации 22 сентября 2021 г.

Рассмотрена схема детектирования состояния оптического кубита в ионе иттербия $^{171}Yb^+$, построенная на основе лазерной системы для охлаждения. Получены аналитические выражения для достоверности считывания с учетом засветки. Произведена численная оптимизация параметров эксперимента для достижения минимальной ошибки считывания. Обнаружена верхняя граница достоверности, равная 99.4 %, связанная с переходным процессом в начале измерительной процедуры. Приведены характерные значения параметров детектирования, обеспечивающие достаточную близость к максимальному значению.

DOI: 10.31857/S123456782120009X

1. Введение. Прогресс в области создания лазерных источников, более совершенных методов лазерного охлаждения [1–4], а также создания ионных ловушек Пауля с низким уровнем нагрева [5] и возможностью реконфигурации захваченных ионных кристаллов [6] привел к растущему интересу к ультрахолодным ионам как с точки зрения фундаментальной физики, так и прикладных областей. Ионы, например, лежат в основе одних из самых точных оптических атомных часов [7], используются для поиска дрейфа фундаментальных констант и проверки других фундаментальных теорий [8–10], а также являются одной из наиболее перспективных плафторм для создания квантовых вычислителей и симуляторов [6, 11–13]. Причиной тому являются ярко выраженные квантовые свойства одиночных ионов, сильное кулоновское взаимодействие захваченных частиц друг с другом, что обеспечивает удобный способ их квантового перепутывания, а также удобство удержания и перемещения заряженных частиц при помощи переменных и статических электрических полей.

Ион $^{171}Yb^+$ сегодня является одним из наиболее распространенных ионов в области стандартов частоты как микроволнового [14], так и оптического диапазона [15–17], а также лежит в основе многих прототипов квантовых вычислителей [6, 11]. Это опредеяется его электронной структурой, в которой присутствует как удобный микроволновый переход на частоте 12.6 ГГц, позволяющий эффективно кодировать квантовую информацию и служить частотной опорой, так и два узких оптических перехода на длинах волн 435 нм (E2) и 467 нм (E3), которые могут служить для тех же целей. При этом, лазерные источники для охлаждения и считывания квантового состояния этого иона, а также для возбуждения указанных выше переходов, являются относительно простыми и доступны коммерчески. С точки зрения квантовых вычислений большинство современных исследователей используют именно микроволновый переход между сверхтонкими компонентами основного состояния иона в качестве кубита, в то время как в области метрологии активно используются как микроволновый, так и оба упомянутых оптических перехода.

Наша группа ведет исследование квадрупольного перехода $^2S_{1/2}(F = 0, m_F = 0) \rightarrow {}^2D_{3/2}(F = 2, m_F = 0)$ в ионе $^{171}Yb^+$ на длине волны 435 нм и имеющего естественную ширину 3 Гц. В частности, был разработан транспортируемый оптический стандарт частоты на данном переходе [17], а также предложено кодирование квантовой информации в

[1)]e-mail: semeninnv@gmail.com

нем [18] и проведены первые эксперименты по осуществлению однокубитных операций. При этом одной из важных экспериментальных процедур, необходимых как для реализации квантового вычислителя, так и часов, является считывание состояния иона после возбуждения этого перехода [19]. Обычно достоверность считывания оптических кубитов превышает достоверность микроволновых кубитов за счет отсутствия вклада нерезонансных эффектов [20], однако в данном ионе ряд нерезонансных эффектов тем не менее может приводить к дополнительным ошибкам этой операции, что обуславливает важность исследования данного процесса. Достоверность этой операции вносит вклад как в общую достоверность результата выполнения квантового алгоритма в случае квантового компьютера (особенно при наличии в алгоритме промежуточных измерений [21]), так и в стабильность сигнала оптического стандарта частоты.

В данной работе мы теоретически исследуем достоверность процедуры считывания состояния оптического кубита на квадрупольном переходе в ионе $^{171}\mathrm{Yb}^+$ в зависимости от различных параметров эксперимента, таких как эффективность сбора фотонов, время считывания, уровень паразитной засветки, определяем достижимые при разумных параметрах значения ошибок, а также вычисляем фундаментальный предел достоверности этой операции, проистекающий из особенностей процедуры считывания в этом ионе. Нами был расширен формализм исследования достоверности считывания, описанный в [22], что позволило учесть также явления засветки, а также ошибки, возникающие в начальный момент установления равновесной населенности уровней, вносящие существенный вклад в итоговую достоверность.

Полученные результаты верны не только для оптического кубита на ионе иттербия, но и для более сложных методов кодирования квантовой информации, например – оптического кудита [23] на базе квадрупольного перехода в этом ионе. Процедура считывания такого кудита практически идентична считыванию кубита, за исключением того, что она повторяется несколько раз с приложением дополнительных промежуточных лазерных импульсов.

2. Теоретическая модель. Оптический кубит в ионе иттербия основан на квадрупольном оптическом переходе $^2S_{1/2}(F=0) \to {}^2D_{3/2}(F=2)$ с длиной волны 435 нм. Процедура детектирования состояния представлена на схеме уровней (рис. 1). Охлаждающий лазерный пучок с длиной волны 369 нм имеет две частотные компоненты, связывающие сверхтонкие уровни состояний $^2S_{1/2}$ и $^2P_{1/2}$. Перекачивающий пучок с длиной волны 935 нм связывает состояния $^2D_{3/2}(F=1)$ и $^3[3/2]_{1/2}(F=0)$ для предотвращения заселения уровня $^2D_{3/2}(F=1)$. Если кубит в начале процедуры считывания находился в состоянии $^2S_{1/2}$, ион начнет эффективно рассеивать фотоны с длиной волны 369 нм. В случае же, если кубит был в состоянии $^2D_{3/2}$, рассеяние происходить не будет. Поэтому нижнее и верхнее состояния кубита называются соответственно светлым (bright) и темным (dark). Фотоны флуоресценции во время этой операции собираются некоторой оптической системой и регистрируются при помощи высокочувствительного детектора, после чего на основании количества обнаруженных фотонов принимается решение о результате измерения. Это чаще всего делается обычным сравнением зарегистрированного количества фотонов с некоторым пороговым значением – дискриминатором.

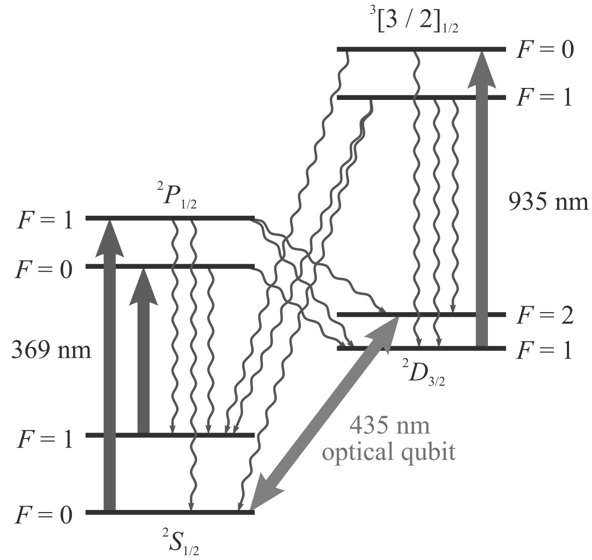

Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема детектирования состояния кубита в ионе $^{171}\mathrm{Yb}^+$. Волнистые линии обозначают разрешенные спонтанные переходы

Дальнейшее описание динамики процесса детектирования основано на формализме скоростных уравнений. Такое рассмотрение справедливо в том случае, когда когерентными эффектами можно пренебречь. В частности, образование лямбда-схем из магнитных подуровней перехода $^2S_{1/2}(F=1) \to {}^2P_{1/2}(F=0)$ приводит в общем случае к возникновению эффекта когерентного пленения населенности между ними и, соответственно, снижению эффективности охлаждения и сигнала флуоресценции. По этой причине в экспериментах с данным ионом он обычно находится в магнитном поле с индукцией около

5 Гс, которое дестабилизирует суперпозиционные состояния и подавляет когерентные эффекты [24, 25]. Будем считать, что это условие выполнено. Помимо этого, примем предположение о равномерном распределении интенсивности волны лазеров по всем поляризациям.

Пусть ион изначально находится в светлом состоянии $^2S_{1/2}(F = 0)$. В дальнейшем для краткости будем обозначать термы и их сверхтонкие компоненты символами L и $L(F)$ соответственно, где L и F взяты из соответствующих стандартных обозначений. Рассмотрим ситуации, в которых ион из светлого состояния самопроизвольно переходит в темное, что приводит к возникновению ошибок считывания. Установление равновесия в системе после приложения лазерных полей можно рассмотреть в два этапа. Первый этап – взаимодействие с охлаждающим лазером, в результате которого практически вся населенность переносится на уровни $S(1)$ и $P(0)$ за время порядка $1/\Gamma_P$, где Γ_P – ширина уровня P. В главном порядке на данном этапе пренебрежем распадом в состояние D, который происходит с относительной вероятностью $\alpha_P = 0.5\,\%$, а также нерезонансными переходами. Это приближение справедливо, если параметр насыщения охлаждающего пучка сравним с единицей. Поскольку состояние $P(1)$ является единственным сверхтонким уровнем терма P, с которого разрешен переход в темное состояние $D(2)$, а его населенность на данном этапе сначала меняется от нуля до некоторого предельного значения, затем снова падает до нуля за счет распада в $S(1)$, существует конечная вероятность по окончании первого этапа оказаться в темном состоянии. Вероятности переходов между сверхтонкими уровнями $F \to F'$ выражаются через полную вероятность перехода $J \to J'$ по формуле [26]

$$\Gamma_{FF'} = (2F'+1)(2J+1)\begin{Bmatrix} J & F & I \\ F' & J' & 1 \end{Bmatrix}^2 \Gamma_{JJ'}, \tag{1}$$

где $I = 1/2$ – спин ядра изотопа ^{171}Yb. С учетом (1) вышеупомянутая вероятность представляется в виде

$$p_{bd} = \frac{5}{6}\alpha_P\Gamma_P \int\limits_0^{+\infty} \rho_{P(1)}(t)\,dt, \tag{2}$$

где под $\rho_{L(F)}$ подразумевается населенность уровня $L(F)$. Для вычисления этого интеграла достаточно записать скоростное уравнение для суммарной населенности $S(0)$ и $P(1)$:

$$\dot\rho_{P(1)} + \dot\rho_{S(0)} = -\frac{2}{3}\Gamma_P\rho_{P(1)} \tag{3}$$

и проинтегрировать его по времени с учетом граничных условий $\rho_{P(1)}(0) = \rho_{P(1)}(+\infty) = \rho_{S(0)}(+\infty) = 0$, $\rho_{S(0)}(0) = 1$:

$$-1 = -\frac{2}{3}\Gamma_P \int\limits_0^{+\infty} \rho_{P(1)}(t)\,dt, \tag{4}$$

отсюда

$$p_{bd} = \frac{5}{4}\alpha_P. \tag{5}$$

Второй этап – установление равновесия в циклической системе уровней $S(1)$, $P(0)$, $D(1)$ и $[3/2](0)$ с учетом перекачивающего излучения. Скоростные уравнения для этого случая имеют вид:

$$\dot\rho_{S(1)} = \Gamma_{\text{UV}}\left(\rho_{P(0)} - \frac{\rho_{S(1)}}{3}\right) + (1-\alpha_P)\Gamma_P\rho_{P(0)} + {} + (1-\alpha_{[3/2]})\Gamma_{[3/2]}\rho_{[3/2](0)}; \tag{6}$$

$$\dot\rho_{P(0)} = \Gamma_{\text{UV}}\left(\frac{\rho_{S(1)}}{3} - \rho_{P(0)}\right) - \Gamma_P\rho_{P(0)}; \tag{7}$$

$$\dot\rho_{D(1)} = \Gamma_{\text{IR}}\left(\rho_{[3/2](0)} - \frac{\rho_{D(1)}}{3}\right) + \alpha_P\Gamma_P\rho_{P(0)} + {} + \alpha_{[3/2]}\Gamma_{[3/2]}\rho_{[3/2](0)}; \tag{8}$$

$$\dot\rho_{[3/2](0)} = \Gamma_{\text{IR}}\left(\frac{\rho_{D(1)}}{3} - \rho_{[3/2](0)}\right) - \Gamma_{[3/2]}\rho_{[3/2](0)}. \tag{9}$$

Коэффициенты 1/3 учитывают статвеса состояний с $F = 1$. В данных уравнениях $\Gamma_{[3/2]}$ – ширина уровня $[3/2]$, $\alpha_{[3/2]} = 1.8\,\%$ – относительная вероятность перехода $[3/2] \to D$, а скорости накачки Γ_{UV} и Γ_{IR} определяются следующими формулами:

$$\Gamma_{\text{UV}} = \Gamma_P\frac{s_{\text{UV}}}{3}\frac{(\Gamma_P/2)^2}{(\Gamma_P/2)^2 + \delta_{\text{UV}}^2}, \tag{10}$$

$$\Gamma_{\text{IR}} = \alpha_{[3/2]}\Gamma_{[3/2]}\frac{s_{\text{IR}}}{3}\frac{(\Gamma_{[3/2]}/2)^2}{(\Gamma_{[3/2]}/2)^2 + \delta_{\text{IR}}^2}, \tag{11}$$

где $s_{\text{UV}}, s_{\text{IR}}$ – параметры насыщения охлаждающего и перекачивающего пучков соответственно, $\delta_{\text{UV}}, \delta_{\text{IR}}$ – их отстройки от центра линии. Коэффициенты 1/3 учитывают равномерное распределение интенсивности лазерных полей по поляризациям. В равновесии при нулевых отстройках населенности уровней $S(1)$ и $D(1)$, в приближении $\alpha_P, \alpha_{[3/2]} \ll 1$, равны

$$\rho_{S(1)} = \frac{9 + 3s_{\text{UV}}}{9 + 4s_{\text{UV}} + \varepsilon}, \tag{12}$$

$$\rho_{D(1)} = \frac{\varepsilon}{9 + 4s_{\text{UV}} + \varepsilon}, \tag{13}$$

где ε – поправка на перекачивающее излучение, равная

$$\varepsilon = 9\frac{\alpha_P}{\alpha_{[3/2]}}\frac{\Gamma_P}{\Gamma_{[3/2]}}\frac{s_{\text{UV}}}{s_{\text{IR}}}. \tag{14}$$

Потеря иона из основного цикла осуществляется через нерезонансно заселяющиеся состояния $P(1)$ и $[3/2](1)$, населенность которых можно получить из формул (10) и (11), подставив отстройки, равные сверхтонким расщеплениям соответствующих термов (Δ_P и $\Delta_{[3/2]}$), и воспользовавшись приближениями $\Delta_P \gg \Gamma_P$, $\quad \Delta_{[3/2]} \gg \Gamma_{[3/2]}$:

$$\rho_{P(1)} = \rho_{S(1)} \frac{\Gamma_{\mathrm{UV}}}{\Gamma_P} \left(\frac{\Gamma_P}{2\Delta_P}\right)^2, \tag{15}$$

$$\rho_{[3/2](1)} = \rho_{D(1)} \frac{\Gamma_{\mathrm{IR}}}{\Gamma_{[3/2]}} \left(\frac{\Gamma_{[3/2]}}{2\Delta_{[3/2]}}\right)^2. \tag{16}$$

Скорость ухода из цикла тогда будет равна

$$\begin{gathered} \gamma_b = \frac{5}{6}(\alpha_P \Gamma_P \rho_{P(1)} + \alpha_{[3/2]}\Gamma_{[3/2]}\rho_{[3/2](1)}) = \\ = \frac{5}{6}\frac{\alpha_P \Gamma_P s_{\mathrm{UV}}}{9+4s_{\mathrm{UV}}+\varepsilon}\left[(3+s_{\mathrm{UV}})\left(\frac{\Gamma_P}{2\Delta_P}\right)^2 + \right. \\ \left. + 3\alpha_{[3/2]}\left(\frac{\Gamma_{[3/2]}}{2\Delta_{[3/2]}}\right)^2\right]. \end{gathered} \tag{17}$$

Теперь пусть ион изначально находится в темном состоянии $D(2)$. Существует два механизма ухода иона из него. Первый из них – нерезонансное возбуждение уровня $[3/2](1)$ с последующим уходом в основной цикл. Этот процесс происходит со скоростью

$$\Gamma_{\mathrm{IR}} \left(\frac{\Gamma_{[3/2]}}{2(\Delta_{[3/2]} + \Delta_D)}\right)^2. \tag{18}$$

Второй механизм – прямой квадрупольный распад, происходящий со скоростью Γ_Q. Таким образом, для скорости распада темного состояния получаем

$$\gamma_d = \Gamma_Q + \frac{s_{\mathrm{IR}}}{3}\alpha_{[3/2]}\Gamma_{[3/2]}\left(\frac{\Gamma_{[3/2]}}{2(\Delta_{[3/2]}+\Delta_D)}\right)^2. \tag{19}$$

Пусть полная эффективность сбора фотонов равна η, а время детектирования – τ_D. В модели экспоненциального распада состояния статистика фотонов для темного ($p_d(n)$) и светлого ($p_b(n)$) состояний была найдена в [22]. Модификация этой статистики с учетом (5) имеет вид:

$$\begin{gathered} p_d(n) = e^{-\alpha_d\lambda_0}\left[\delta_n + \right. \\ \left. + \frac{\alpha_d}{(1-\alpha_d)^{n+1}} I(n+1, (1-\alpha_d)\lambda_0)\right], \end{gathered} \tag{20}$$

$$\begin{gathered} p_b(n) = \frac{5}{4}\alpha_P p_d(n) + \left(1 - \frac{5}{4}\alpha_P\right)\left[\frac{e^{-(1+\alpha_b)\lambda_0}\lambda_0^n}{n!} + \right. \\ \left. + \frac{\alpha_b}{(1+\alpha_b)^{n+1}} I(n+1, (1+\alpha_b)\lambda_0)\right], \end{gathered} \tag{21}$$

где $\lambda_0 \propto \tau_D$ – среднее количество собранных фотонов на длине волны охлаждающего лазера для случая, когда ион все время τ_D находится в основном цикле, $\alpha_b = \gamma_b \tau_D/\lambda_0$, $\alpha_d = \gamma_d \tau_D / \lambda_0$, а функция I — нормализованная нижняя неполная гамма-функция, равная по определению

$$I(z,a) = \frac{1}{\Gamma(z)} \int_0^a t^{z-1} e^{-t}\, dt. \tag{22}$$

В присутствие засветки, статистика которой принимается пуассоновской со средним $\lambda_{\mathrm{DC}} \propto \tau_D$, итоговая статистика будет представлять собой свертку:

$$p'_d(n) = \sum_{m=0}^{n} p_d(m) \frac{e^{-\lambda_{\mathrm{DC}}}\lambda_{\mathrm{DC}}^{n-m}}{(n-m)!}, \tag{23}$$

аналогичная формула верна и для светлого состояния. Для выражений (20) и (21) эта свертка принимает вид

$$\begin{gathered} p'_d(n) = e^{-\alpha_d\lambda_0}\left[\frac{e^{-\lambda_{\mathrm{DC}}}\lambda_{\mathrm{DC}}^n}{n!} + \frac{\alpha_d e^{-\alpha_d \lambda_{\mathrm{DC}}}}{(1-\alpha_d)^{n+1}} \times \right. \\ \left. \times Q(n+1, (1-\alpha_d)\lambda_{\mathrm{DC}}, (1-\alpha_d)(\lambda_{\mathrm{DC}}+\lambda_0))\right], \end{gathered} \tag{24}$$

$$\begin{gathered} p'_b(n) = \frac{5}{4}\alpha_P p'_d(n) + \\ + \left(1 - \frac{5}{4}\alpha_P\right)\left[\frac{e^{-(1+\alpha_b)\lambda_0 - \lambda_{\mathrm{DC}}}(\lambda_{\mathrm{DC}}+\lambda_0)^n}{n!} + \right. \\ + \frac{\alpha_b e^{\alpha_b \lambda_{\mathrm{DC}}}}{(1+\alpha_b)^{n+1}} \times \\ \left. \times Q(n+1, (1+\alpha_b)\lambda_{\mathrm{DC}}, (1+\alpha_b)(\lambda_{\mathrm{DC}}+\lambda_0))\right], \end{gathered} \tag{25}$$

где функция Q определяется как

$$Q(z,a,b) = \frac{1}{\Gamma(z)} \int_a^b t^{z-1} e^{-t}\, dt. \tag{26}$$

На практике для определения состояния иона, в котором он находился перед началом процесса детектирования, подсчитывается количество фотонов, зарегистрированных за время измерения τ_D, и сравнивается с дискриминатором — пороговым числом D собранных фотонов, выше которого состояние классифицируется как светлое, в противном случае – как темное. Тогда теоретическая достоверность корректной идентификации начального состояния кубита выражается формулой

$$F_d = \sum_{n=0}^{D} p'_d(n) \tag{27}$$

для темного состояния и

$$F_b = 1 - \sum_{n=0}^{D} p'_b(n) \quad (28)$$

для светлого. Окончательные выражения после подстановки (24) и (25) принимают вид

$$F_d = e^{-\alpha_d \lambda_0} \Big[e^{\alpha_d \lambda_0} \widetilde{Q}(D+1, \lambda_{\rm DC} + \lambda_0) + \\ + \frac{e^{-\alpha_d \lambda_{\rm DC}}}{(1-\alpha_d)^{D+1}} \times \\ \times Q(D+1, (1-\alpha_d)\lambda_{\rm DC}, (1-\alpha_d)(\lambda_{\rm DC}+\lambda_0)) \Big], \quad (29)$$

$$F_b = 1 - \frac{5}{4}\alpha_P F_d - \left(1 - \frac{5}{4}\alpha_P\right) \Big[\widetilde{Q}(D+1, \lambda_{\rm DC}) - \\ - \frac{e^{\alpha_b \lambda_{\rm DC}}}{(1+\alpha_b)^{D+1}} \times \\ \times Q(D+1, (1+\alpha_b)\lambda_{\rm DC}, (1+\alpha_b)(\lambda_{\rm DC}+\lambda_0)) \Big], \quad (30)$$

где

$$\widetilde{Q}(z, a) = \frac{1}{\Gamma(z)} \int_a^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} \, dt. \quad (31)$$

3. Численная оптимизация параметров считывания. Среднее число считанных фотонов за время τ_D пропорционально населенности уровня P_0:

$$\lambda_0 = \eta \tau_D \Gamma_P \rho_{P(0)} = \eta \tau_D \Gamma_P \frac{s_{\rm UV}}{9 + 4 s_{\rm UV} + \varepsilon}. \quad (32)$$

Отсюда находим α_b и α_d:

$$\alpha_b = \frac{5}{6} \frac{\alpha_P}{\eta} \left[(3 + s_{\rm UV}) \left(\frac{\Gamma_P}{2\Delta_P} \right)^2 + 3\alpha_{[3/2]} \times \\ \times \left(\frac{\Gamma_{[3/2]}}{2\Delta_{[3/2]}} \right)^2 \right], \quad (33)$$

$$\alpha_d = \frac{9 + 4 s_{\rm UV} + \varepsilon}{\eta \Gamma_P s_{\rm UV}} \Big[\Gamma_Q + \frac{s_{\rm IR}}{3} \alpha_{[3/2]} \Gamma_{[3/2]} \times \\ \times \left(\frac{\Gamma_{[3/2]}}{2(\Delta_{[3/2]} + \Delta_D)} \right)^2 \Big]. \quad (34)$$

Засветку будем характеризовать *коэффициентом засветки* N, равным отношению $\lambda_{\rm DC}/\lambda_0$:

$$\lambda_{\rm DC} = N \lambda_0. \quad (35)$$

Поскольку оба количества фотонов пропорциональны времени детектирования, N от него не зависит.

Численные значения атомных параметров:

$$\Gamma_P = 2\pi \cdot 19.6 \text{ МГц}, \quad \Gamma_{[3/2]} = 2\pi \cdot 4.2 \text{ МГц};$$
$$\alpha_P = 0.5 \cdot 10^{-2}, \quad \alpha_{[3/2]} = 1.8 \cdot 10^{-2};$$
$$\Delta_P = 2\pi \cdot 2.105 \text{ ГГц}, \quad \Delta_{[3/2]} = 2\pi \cdot 4.2 \text{ ГГц};$$
$$\Gamma_Q = 2\pi \cdot 3.02 \text{ Гц}, \quad \Delta_D = 2\pi \cdot 0.86 \text{ ГГц}.$$

Для характерных значений параметров насыщения $s_{\rm UV}, s_{\rm IR} = 1$ и эффективности считывания $\eta = 10^{-3}$ выражения (33) и (34) равны соответственно

$$\alpha_b = 4 \cdot 10^{-4}, \quad \alpha_b = 4 \cdot 10^{-3}. \quad (36)$$

Результаты численной оптимизации, изложенной далее, слабо зависят от параметров насыщения (при условии, что они не слишком малы), поэтому в дальнейшем примем их значения постоянными и равными $s_{\rm UV}, s_{\rm IR} = 1$.

Общая достоверность считывания равна минимальной из двух достоверностей (29), (30) и достигает оптимального значения при их равенстве:

$$F_d = F_b. \quad (37)$$

Данное уравнение можно численно решить относительно τ_D при фиксированном D, а затем максимизировать F_d или F_b по D при оптимальном времени $\tau_D(D)$, либо, что то же самое, минимизировать ошибку $1 - F_{b(d)}$. Существование оптимального значения D при конечной засветке следует из рис. 2, на

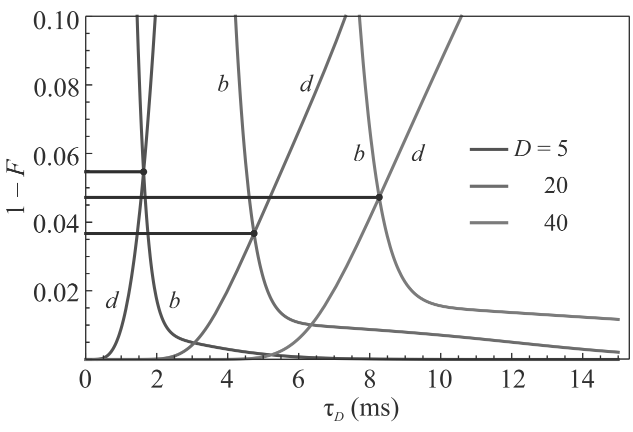

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость ошибки считывания от τ_D при различных значениях D. Буквы b и d указывают на графики для светлого и темного состояний соответственно. Точки пересечения графиков – оптимальные ошибки

котором видна немонотонная зависимость оптимальной (по τ_D) ошибки от D. При построении взяты следующие значения параметров: $\eta = 10^{-3}, N = 0.3$.

Таким образом можно для каждых η и N выбрать оптимальную пару (τ_D, D) и вычислить минимальную для данного набора параметров величину $1-F$. Результаты оптимизации представлены на рис. 3–5.

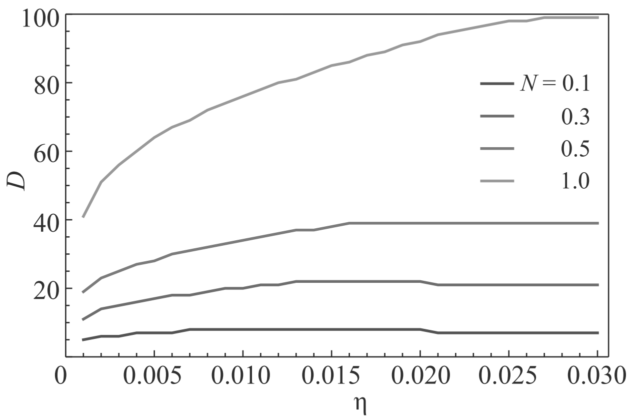

Рис. 3. (Цветной онлайн) Оптимальные значения порога дискриминатора

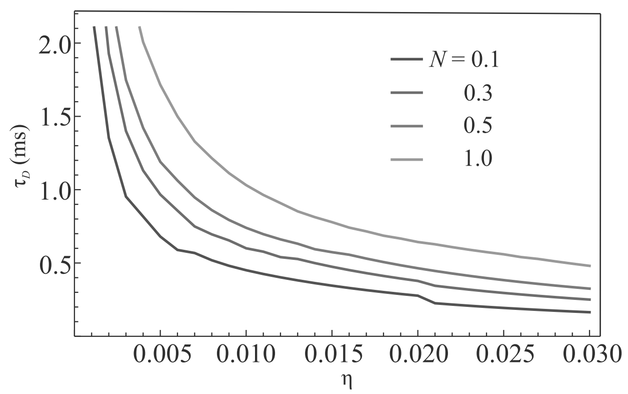

Рис. 4. (Цветной онлайн) Оптимальные значения времени детектирования

Из графиков на рис. 3, 4 следует особенность, заключающаяся в том, что при повышении η оптимальный порог дискриминатора выходит на постоянное значение, зависящее только от N, а время детектирования уменьшается таким образом, чтобы оно компенсировало увеличение η, и среднее количество собранных фотонов оставалось примерно постоянным. При увеличении уровня засветки монотонно увеличивается как порог дискриминатора, так и оптимальное время, что находится в согласии с тем рассуждением, что при увеличении λ_{DC} необходимо большее время детектирования, чтобы "разнести" пики распределения на уровнях λ_{DC} и $\lambda_{\mathrm{DC}}+\lambda_0$ для темного и светлого состояний соответственно (см. слагаемые вида распределения Пуассона в формулах (24)

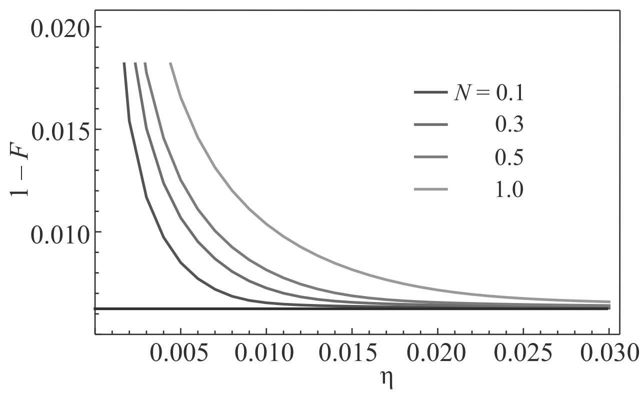

Рис. 5. (Цветной онлайн) Оптимальные значения ошибки детектирования. Пунктирной линией обозначен уровень $p_{bd} = 0.6\,\%$

и (25)), и, следовательно, больший порог дискриминатора.

Анализ графиков на рис. 5 позволяет указать на два момента. Первый – существование верхней границы оптимальной достоверности, соответствующей вероятности p_{bd}. Таким образом, при данной схеме считывания эта вероятность представляет собой фундаментальное ограничение. Второй момент – эта граница достигается достаточно быстро в терминах эффективности сбора в стандартных условиях засветки (при уровне засветки $N = 0.5$ и эффективности сбора $\eta = 1\,\%$ ошибка составляет $0.8\,\%$ при граничном значении $p_{bd} = 0.6\,\%$). Однако и при больших засветках ошибка остается на уровне меньше процента, если эффективность сбора больше процента.

4. Заключение. В данной работе было проанализировано, что несмотря на небольшое естественное время жизни верхнего кубитного состояния и нерезонансные процессы, возможно достижение достоверности считывания оптического кубита на квадрупольном переходе в ионе иттербия больше $99\,\%$ при разумных параметрах эксперимента. Было также показано, что при данной технике считывания, повсеместно используемой сегодня в оптических часах на этом переходе, а также в экспериментах по квантовым вычислениям на оптическом кубите, на начальном этапе процедуры происходит нежелательное накачивание светлого состояния в темное, что определяет предельную достижимую достоверность считывания в $99.4\,\%$. При необходимости дальнейшего увеличения достоверности эту проблему можно решить, например, переводя перед считыванием населенность из уровня ${}^2S_{1/2}(F=0)$ в ${}^2S_{1/2}(F=1)$ при помощи микроволнового импульса методом быстрого адиабатического прохода (rapid adiabatic passage), что не накладывает каких-либо серьезных требований на стабильность частоты и амплитуды прикладываемого поля и не сильно усложняет установку. Также эти результаты могут использоваться для оценки достоверности считывания не только кубита, но и кудита на базе данного перехода.

Оптимизация и исследование зависимости достоверности от различных параметров эксперимента были выполнены А. С. Борисенко при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта # 20-32-90020. Разработка теоретической модели процедуры считывания была осуществлена остальными соавторами при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках гранта # 19-12-00274.

1. R. Lechner, C. Maier, C. Hempel, P. Jurcevic, B. P. Lanyon, T. Monz, M. Brownnutt, R. Blatt, and C. F. Roos, Phys. Rev. A **93**, 1 (2016).
2. L. A. Akopyan, I. V. Zalivako, K. E. Lakhmanskiy, K. Y. Khabarova, and N. N. Kolachevsky, JETP Lett. **112**, 585 (2020).
3. J. S. Chen, K. Wright, N. C. Pisenti, D. Murphy, K. M. Beck, K. Landsman, J. M. Amini, and Y. Nam, Phys. Rev. A **102**, 43110 (2020).
4. M. K. Joshi, A. Fabre, C. Maier, T. Brydges, D. Kiesenhofer, H. Hainzer, R. Blatt, and C. F. Roos, New J. Phys. **22**, 103013 (2020).
5. M. Niedermayr, K. Lakhmanskiy, M. Kumph, S. Partel, J. Edlinger, M. Brownnutt, and R. Blatt, New J. Phys. **16** (2014).
6. J. M. Pino, J. M. Dreiling, C. Figgatt, J. P. Gaebler, S. A. Moses, M. S. Allman, C. H. Baldwin, M. Foss-Feig, D. Hayes, K. Mayer, C. Ryan-Anderson, and B. Neyenhuis, Nature **592**, 209 (2021).
7. S. M. Brewer, J. S. Chen, A. M. Hankin, E. R. Clements, C. W. Chou, D. J. Wineland, D. B. Hume, and D. R. Leibrandt, Phys. Rev. Lett. **123**, 1 (2019).
8. T. Rosenband, D. B. Hume, P. O. Schmidt et al. (Collaboration), Science **319**, 1808 (2008).
9. R. Lange, N. Huntemann, J. M. Rahm, C. Sanner, H. Shao, B. Lipphardt, C. Tamm, S. Weyers, and E. Peik, Phys. Rev. Lett. **126**, 11102 (2021).
10. V. A. Dzuba, V. V. Flambaum, M. S. Safronova, S. G. Porsev, T. Pruttivarasin, M. A. Hohensee, and H. Häffner, Nat. Phys. **12**, 465 (2016).
11. K. Wright, K. M. Beck, S. Debnath et al. (Collaboration), Nat. Commun. **10**, 1 (2019).
12. J. Zhang, G. Pagano, P. W. Hess, A. Kyprianidis, P. Becker, H. Kaplan, A. V. Gorshkov, Z. X. Gong, and C. Monroe, Nature **551**, 601 (2017).
13. I. Pogorelov, T. Feldker, C. D. Marciniak et al. (Collaboration), PRX Quantum **2**, 1 (2021).
14. P. D. D. Schwindt, Y. Y. Jau, H. Partner, A. Casias, A. R. Wagner, M. Moorman, R. P. Manginell, J. R. Kellogg, and J. D. Prestage, Rev. Sci. Instrum. **87**, 053112 (2016).
15. T. Schneider, E. Peik, and C. Tamm, Phys. Rev. Lett. **94**, 230801 (2005).
16. N. Huntemann, C. Sanner, B. Lipphardt, C. Tamm, and E. Peik, Phys. Rev. Lett. **116**, 063001 (2016).
17. I. A. Semerikov, K. Y. Khabarova, I. V. Zalivako, A. S. Borisenko, and N. N. Kolachevsky, Bull. Lebedev Phys. Inst. **45**, 337 (2018).
18. I. V. Zalivako, I. A. Semerikov, A. S. Borisenko, M. D. Aksenov, K. Y. Khabarova, and N. N. Kolachevsky, JETP Lett. **114**, 53 (2021).
19. B. I. Bantysh, A. Y. Chernyavskiy, and Y. I. Bogdanov, JETP Lett. **111**, 512 (2020).
20. T. P. Harty, D. T. Allcock, C. J. Ballance, L. Guidoni, H. A. Janacek, N. M. Linke, D. N. Stacey, and D. M. Lucas, Phys. Rev. Lett. **113**, 2 (2014).
21. J. P. Gaebler, C. H. Baldwin, S. A. Moses, J. M. Dreiling, C. Figgatt, M. Foss-Feig, D. Hayes, and J. M. Pino, *Suppression of mid-circuit measurement crosstalk errors with micromotion* (2021), URL http://arxiv.org/abs/2108.10932.
22. M. Acton, K. A. Brickman, P. C. Haljan, P. J. Lee, L. Deslauriers, and C. Monroe, Quantum Information and Computation **6**, 465 (2006).
23. P. J. Low, B. M. White, A. A. Cox, M. L. Day, and C. Senko, Phys. Rev. Research **2**, 033128 (2020).
24. S. Ejtemaee, R. Thomas, and P. C. Haljan, Physical Review A – Atomic, Molecular, and Optical Physics **82**, 1 (2010).
25. D. J. Berkeland and M. G. Boshier, Physical Review A – Atomic, Molecular, and Optical Physics **65**, 13 (2002).
26. I. I. Sobelman, *Atomic spectra and radiative transitions*, Springer Science & Business Media, Berlin (2012).