

# Расщепление сверхтекучего перехода в жидком $^3\text{He}$ нематическим аэрогелем

И. А. Фомин<sup>1)</sup>

Институт физических проблем им. П. Л. Капицы РАН, 119334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 9 июля 2021 г.

После переработки 14 июля 2021 г.

Принята к публикации 14 июля 2021 г.

Рассмотрено влияние неоднородных возмущений, создаваемых нематическим аэрогелем в жидком  $^3\text{He}$  на вид параметра порядка, возникающего при переходе жидкости в сверхтекучее состояние. Показано, что граница устойчивости полярно искаженной АБМ (Андерсон–Бринкман–Морела) фазы в зависимости от свойств нематического аэрогеля может начинаться непосредственно от линии сверхтекучего перехода. Приведен симметричный аргумент для отбора аэрогелей, наиболее подходящих для стабилизации полярной фазы.

DOI: 10.31857/S1234567821160102

**1. Введение.** В последние годы в жидком  $^3\text{He}$  были успешно стабилизированы новые сверхтекучие фазы [1] (см. также обзор [2]). Возможность образования разных фаз – это типичное проявление необычного куперовского спаривания. В случае  $^3\text{He}$  – это спаривание в состоянии с орбитальным моментом  $l = 1$  и спином  $s = 1$ . Соответствующий параметр порядка пропорционален комплексной  $3 \times 3$  матрице  $A_{\mu j}$ , ее первый индекс нумерует одну из трех возможных проекций спина, а второй – из трех возможных проекций орбитального момента. Согласно теории Ландау фазовый переход происходит, когда меняет знак коэффициент при инварианте второго порядка в разложении выигрыша свободной энергии по степеням параметра порядка. В  $^3\text{He}$  член второго порядка в этом разложении  $-\delta f \sim a(P, T) A_{\mu j}^* A_{\mu j}$ . Температура перехода  $T_c$  при заданном давлении  $P$  определяется из условия  $a(P, T_c) = 0$ . Найденная таким образом температура “вырождена” в том смысле, что при этой температуре нормальная фаза неустойчива по отношению к образованию куперовских пар с тремя возможными проекциями спина  $s_z = 0, s_z = \pm 1$  и тремя проекциями орбитального момента:  $l_z = 0, l_z = \pm 1$ . Надлежащая комбинация этих базисных функций находится путем минимизации вклада инвариантов четвертого порядка в выигрыш энергии. В  $^3\text{He}$  таких инвариантов 5:  $I_1 = A_{\mu j} A_{\mu j} A_{\nu l}^* A_{\nu l}^*$ ,  $I_2 = A_{\mu j} A_{\mu j}^* A_{\nu l} A_{\nu l}^*$ ,  $I_3 = A_{\mu j} A_{\nu j} A_{\mu l}^* A_{\nu l}^*$ ,  $I_4 = A_{\mu j} A_{\nu j}^* A_{\nu l} A_{\mu l}^*$ ,  $I_5 = A_{\mu j} A_{\nu j}^* A_{\mu l} A_{\nu l}^*$ . В свободную энергию они входят в виде комбинации  $\sum_{s=1}^5 \beta_s I_s$ , где  $\beta_1, \dots, \beta_5$  – феноме-

нологические коэффициенты. В общем случае у этой комбинации много экстремумов и среди них несколько минимумов [3, 4]. При тех значениях коэффициентов  $\beta_1, \dots, \beta_5$ , которые реализуются в  $^3\text{He}$ , фактически используются только два минимума. Они соответствуют фазам Андерсона–Бринкмана–Морела (АБМ) и Бальяна и Вертхаммера (БВ) [4].

Среди других минимумов имеется *полярная* фаза. Эта фаза соответствует куперовскому спариванию с проекцией орбитального момента  $l_z = 0$  и ее параметр порядка имеет вид  $A_{\mu j} = \Delta \exp(i\varphi) d_\mu m_j$ , где  $\Delta$  – общая амплитуда,  $d_\mu$  – единичный спиновый вектор, а  $m_j$  – единичный вектор в пространстве волновых векторов. В свободном от примесей объеме жидкого  $^3\text{He}$  этот минимум по энергии сильно проигрывает двум другим и не может реализоваться. Вместе с тем соответствующая ему фаза обладает интересными физическими свойствами, такими как топологически устойчивая линия нулей в спектре фермиевских возбуждений [5], возможность существования в этой фазе полуквантовых вихрей [6] (и ссылки в статье) и т.п.

Аояма и Икеда [7] предложили теоретически метод, позволяющий стабилизировать полярную фазу в некотором интервале температур вблизи  $T_c$ . Идея метода состоит в том, чтобы понизить симметрию нормальной фазы от сферической до аксиальной. Тогда возможные сверхтекучие фазы и соответствующие им температуры переходов будут классифицироваться не по абсолютной величине орбитального момента  $l$ , а по его проекции  $l_z$  на ось симметрии. Если теперь добиться того, чтобы самой высокой была температура перехода для  $l_z = 0$ , то в некотором интервале

<sup>1)</sup>e-mail: fomin@kapitza.ras.ru

температур ниже этой  $T_c$  должна быть устойчивой полярная фаза. Для понижения орбитальной симметрии жидкого  ${}^3\text{He}$  Аояма и Икеда предложили использовать ориентированные анизотропные примеси. Конкретно они рассмотрели ансамбль примесей, для которых среднее сечение рассеяния фермиевских квазичастиц имеет вид:  $\sigma(\hat{k}) \sim [1 + \delta(\hat{k} \cdot \hat{z})^2]$ . Здесь  $\hat{z}$  – это направление анизотропии, а  $\hat{k}$  – передача импульса при рассеянии. Следуя рассуждениям теории сверхпроводящих сплавов [8], Аояма и Икеда пришли к выводу, что температура перехода расщепится на две –  $T_{c0}$ , соответствующую проекции  $l_z = 0$  и  $T_{c1}$  – проекциям  $l_z = \pm 1$ . Если  $\delta < 0$ , то  $T_{c0} > T_{c1}$  и даже при небольших значениях  $\delta$  для каждого давления существует конечный интервал температур, начинающийся от  $T_c$ , в котором куперовские пары имеют  $l = 1$  и  $l_z = 0$ , т.е. в этом интервале температур должна реализовываться полярная фаза  ${}^3\text{He}$ . Этот результат стимулировал эксперименты по стабилизации полярной фазы (см. обзор [2]). Глобальная анизотропия в этих экспериментах создавалась с помощью различных образцов так называемых *нематических* аэрогелей. Эти аэрогели образованы длинными и почти параллельными нитями. В первых экспериментах использовались образцы “обнинского” аэрогеля [9]. Нити этого аэрогеля имеют диаметры  $d \approx 9$  нм, они состоят из аморфного  $\text{AlOOH}$ . Степень анизотропии этого аэрогеля, если судить по отношению длин свободных пробегов фермиевских квазичастиц вдоль и поперек нитей  $l_{\parallel}/l_{\perp} \approx 1.4$ , намного превышает ту, которую предполагали в своих расчетах Аояма и Икеда. Тем не менее при переходе гелия в сверхтекучее состояние возникала не полярная, а полярно-искаженная АБМ-фаза, которая содержит компоненты всех трех проекций орбитального момента. Когда в последующих экспериментах для создания анизотропии в  ${}^3\text{He}$  был использован другой нематический аэрогель *нафен*, имеющий еще большую анизотропию, была успешно стабилизирована полярная фаза, которая впоследствии наблюдалась и в других экспериментах [10, 6].

Цель настоящей работы – попытаться понять, какие именно свойства и характеристики заданного нематического аэрогеля, погруженного в жидкий  ${}^3\text{He}$ , определяют вид среднего параметра порядка той фазы, которая возникает при переходе  ${}^3\text{He}$  в сверхтекучее состояние.

**2. Локальная анизотропия.** В большинстве теоретических работ, где обсуждается в рамках теории Ландау фазовая диаграмма сверхтекучего  ${}^3\text{He}$  [11–13], аэрогель считается непрерывной средой, анизотропной, но не киральной, т.е. не различающей

правую и левую ориентации. В этом случае член второго порядка в разложении выигрыша свободной энергии по степеням параметра порядка можно записать как  $\delta f \sim \Lambda_{jl}(P, T) A_{\mu j}^* A_{\mu l}$ , где  $\Lambda_{jl}(P, T)$  – это *вещественная симметричная* матрица. Такую матрицу можно диагонализировать, причем ее диагональные элементы  $\tau_x(P, T), \tau_y(P, T), \tau_z(P, T)$  вещественны. Направления ее собственных векторов, которые также вещественны и взаимно ортогональны, можно выбрать в качестве направлений координатных осей. Формально можно определить три температуры перехода, когда один из диагональных элементов меняет знак. Фактически переход происходит при наибольшей из трех температур. В цитированных выше статьях аэрогель считался аксиально симметричным, таким что  $z$  – ось симметрии, а  $\tau_x(P, T) = \tau_y(P, T)$ . Такое “среднеполевое” описание влияния аэрогеля не учитывает эффекты, связанные с дискретной структурой аэрогеля, в частности, возможное пространственное изменение параметра порядка на масштабах порядка расстояния между нитями.

В соответствии с результатами работы [14] нити аэрогеля возмущают конденсат вблизи себя на расстояниях порядка длины корреляции  $\xi_0$ . В сверхтекучем  ${}^3\text{He}$  в зависимости от давления эта длина изменяется в интервале  $20 \div 80$  нм. Конденсат реагирует на это возмущение на расстояниях порядка зависящей от температуры длины когерентности, которая вблизи  $T_c$  удовлетворяет условию  $\xi(T) \gg \xi_0$ . При таком условии произведенное нитью возмущение можно считать локальным и описывать дополнительным членом в разложении свободной энергии вида  $f_{ag} = N(0) \Lambda_{jl}(\mathbf{r}) A_{\mu j}^* A_{\mu l}$ . Здесь  $N(0)$  – плотность состояний на уровне Ферми. Матрица  $\Lambda_{jl}(\mathbf{r})$  зависит от координаты  $\mathbf{r}$  и должна быть *эрмитовой*, поскольку плотность свободной энергии – вещественна. Предполагается, что нити аэрогеля не взаимодействуют непосредственно со спинами квазичастиц. В экспериментах [2] такое взаимодействие исключалось путем покрытия нитей тонкой пленкой  ${}^4\text{He}$ . Удобно представить матрицу  $\Lambda_{jl}(\mathbf{r})$  в виде суммы ее среднего по ансамблю  $\tau_{jl} = \langle \Lambda_{jl} \rangle$  и флуктуирующей локальной анизотропии  $\eta_{jl}(\mathbf{r}) = \Lambda_{jl}(\mathbf{r}) - \tau_{jl}$  так, что  $\langle \eta_{jl} \rangle = 0$ . В дальнейшем будет считаться, что рассматриваемые аэрогели в среднем не обладают киральностью, т.е. не различают правую и левую ориентации. В этом случае матрица  $\tau_{jl}$  – симметричная и вещественная, ее главные значения  $\tau_x, \tau_y, \tau_z$  – вещественные функции температуры, а главные направления, как было объяснено выше, можно принять за направления координатных осей  $(x, y, z)$ :  $\tau_{jl} = \tau_x \hat{x}_j \hat{x}_l + \tau_y \hat{y}_j \hat{y}_l + \tau_z \hat{z}_j \hat{z}_l$ .

В этих обозначениях разложение плотности свободной энергии в окрестности температуры неустойчивости нормальной фазы можно записать как:

$$\frac{f_S - f_N}{N(0)} = [\tau_{jl} + \eta_{jl}(\mathbf{r})] A_{\mu j}^* A_{\mu l} + \xi_s^2 \left( \frac{\partial A_{\mu l}^*}{\partial x_n} \frac{\partial A_{\mu l}}{\partial x_n} \right) + \frac{1}{2} \sum_{s=1}^5 \beta_s I_s. \quad (1)$$

Чтобы избежать несущественных усложнений для вклада градиентных членов, здесь принято модельное изотропное выражение. Равновесный параметр порядка находится из уравнений

$$[\tau_{jl} + \eta_{jl}(\mathbf{r})] A_{\mu l} - \xi_s^2 \left( \frac{\partial^2 A_{\mu j}}{\partial x_n^2} \right) + \frac{1}{2} \sum_{s=1}^5 \beta_s \frac{\partial I_s}{\partial A_{\mu j}^*} = 0. \quad (2)$$

При решении системы уравнений (2) ограничимся случаем, когда случайную анизотропию  $\eta_{jl}(\mathbf{r})$  можно считать возмущением. Решение уравнения (2) будем искать в виде  $A_{\mu j}(\mathbf{r}) = \bar{A}_{\mu j} + a_{\mu j}(\mathbf{r})$ , где  $\bar{A}_{\mu j}$  – это усредненный по ансамблю параметр порядка. Это среднее значение следует рассматривать как параметр порядка рассматриваемой фазы  ${}^3\text{He}$  в аэрогеле, оно описывает термодинамические свойства жидкости. Флуктуирующая часть параметра порядка  $a_{\mu j}(\mathbf{r})$  при усреднении исчезает. Условие неустойчивости нормальной фазы  ${}^3\text{He}$  следует выразить непосредственно через  $\bar{A}_{\mu j}$ . Для этого надо подставить  $A_{\mu j} = \bar{A}_{\mu j} + a_{\mu j}(\mathbf{r})$  в уравнение (2) и усреднить его, удерживая члены не выше второго порядка по  $a_{\mu j}$  и  $\eta_{jl}(\mathbf{r})$  и линейные по  $\bar{A}_{\mu j}$ . В результате получится:

$$\tau_{jl} \bar{A}_{\mu l} + \langle \eta_{jl}(\mathbf{r}) a_{\mu l}(\mathbf{r}) \rangle = 0. \quad (3)$$

Греческий индекс  $\mu$  входит в написанное уравнение как параметр. Для фаз, обсуждавшихся в связи с экспериментами [2] параметр порядка факторизуется на спиновую и орбитальную части. Спиновая часть – это вещественный вектор  $d_\mu$ . Орбитальная анизотропия влияет на ориентацию  $d_\mu$  только через слабое дипольное взаимодействие, которое здесь не учитывается. В дальнейшем будет рассматриваться только орбитальная часть  $A_{\mu j}$  и индекс  $\mu$  будет опускаться:

$$\tau_{jl} \bar{A}_l + \langle \eta_{jl} a_l \rangle = 0. \quad (4)$$

Флуктуирующая часть  $a_l$  находится из линейного уравнения

$$\tau_{jl} a_l - \xi_s^2 \left( \frac{\partial^2 a_j}{\partial x_n^2} \right) = -\eta_{jl} \bar{A}_l, \quad (5)$$

оно решается переходом к фурье-образам

$$a_l(\mathbf{k}) = -(\tau_{ln} + \delta_{ln} \xi_s^2 k^2)^{-1} \eta_{nm}(\mathbf{k}) \bar{A}_m. \quad (6)$$

Подстановка этого решения в

$$\langle \eta_{jl} a_l \rangle = \int \eta_{jl}(-\mathbf{k}) a_l(\mathbf{k}) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \quad (7)$$

даёт линейное уравнение для параметра порядка в точке неустойчивости нормальной фазы:

$$(\tau_{jl} - V_{jl}) \bar{A}_l = 0, \quad (8)$$

где

$$V_{jl} = \left\langle \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \eta_{mj}^*(\mathbf{k}) (\tau_{mn} + \delta_{mn} \xi_s^2 k^2)^{-1} \eta_{nl}(\mathbf{k}) \right\rangle. \quad (9)$$

Здесь было использовано соотношение  $\eta_{jl}(-\mathbf{k}) = \eta_{lj}^*(\mathbf{k})$ . Уравнение (8) имеет решение, если

$$\det(\tau_{jl} - V_{jl}) = 0. \quad (10)$$

Таким образом, это – задача на собственные значения по отношению к температуре перехода  $T = T_c$ , от которой зависит  $\tau_{jl}$ . Для решения задачи можно использовать стандартную теорию возмущений (см., например, [15]). В нулевом приближении  $\tau_{jl} \bar{A}_l = 0$  имеются три собственных значения  $\tau_x = 0$ ,  $\tau_y = 0$ ,  $\tau_z = 0$  с соответствующими им собственными векторами  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$  и  $(0, 0, 1)$ . Допустим, что  $\tau_x \geq \tau_y > \tau_z$  и при понижении температуры первым происходит переход в точке  $\tau_z(T = T_c) = 0$ . В духе теории Ландау  $\tau_z(T)$  можно разложить в окрестности  $T_c$ . Можно выбрать нормировку так, что  $\tau_z = (T - T_c)/T_c$ . Поправка первого порядка к температуре перехода имеет вид  $(T - T_c) = T_c V_{zz}$ . Возникающий при переходе параметр порядка в этом приближении имеет следующие компоненты  $\bar{A}_x = \frac{V_{13}}{\tau_x}$ ,  $\bar{A}_y = \frac{V_{23}}{\tau_y}$  и  $\bar{A}_z = 1$ . Согласно определению (9) матрица  $V_{jl}$  эрмитова. Это значит, что ее симметричная часть  $(V_{jl} + V_{lj})/2$  вещественна, а антисимметричная  $-(V_{jl} - V_{lj})/2$  – чисто мнимая. Если элементы  $V_{13}$  и  $V_{23}$  вещественны, то их возникновение можно рассматривать как изменение направления  $\bar{A}_l$ . Возникающая фаза – полярная, но с измененной ориентацией. Мнимые добавки к поперечным компонентам нельзя включить в параметр порядка полярной фазы. Вместе с  $z$ -компонентой  $\bar{A}_z = 1$  они образуют параметр порядка полярно-искаженной АБМ-фазы, которая при дальнейшем понижении температуры переходит в АБМ-фазу непрерывно, без дальнейших фазовых переходов. Чисто полярная фаза образуется, если  $V_{13} = V_{31}$  и  $V_{23} = V_{32}$ . Это условие выполняется для обсуждавшихся в литературе [7, 16] модельных выражений  $\eta_{jl}(\mathbf{k})$ . Рассмотренные модели основаны на обобщениях теории сверхпроводящих

сплавов [8], где аэрогель считается ансамблем независимых примесей, причем тензор  $\eta_{jl}(\mathbf{r})$  в них – вещественный симметричный. Это требование обеспечивает отсутствие мнимой части  $V_{jl}$ , но ему трудно найти физическое обоснование. Симметричные аргументы позволяют понять, каким должен быть идеальный для стабилизации полярной фазы аэрогель. Это – нематический аэрогель с бесконечно длинными и гладкими нитями. Такой аэрогель обладает симметрией по отношению к отражению в плоскости, ортогональной нитям. В этом случае при преобразовании  $z \rightarrow (-z)$  компоненты  $V_{xz}$  и  $V_{yz}$  тензора  $V_{jl}$  должны изменить знак, но в силу предполагаемой симметрии они не могут измениться, т.е. эти компоненты должны быть равными нулю. Согласно обзору [2] аэрогели нафен и муллит имеют структуру более близкую к идеальной, чем обнинский аэрогель. Этим может объясняться то, что полярную фазу наблюдают в двух первых случаях и не наблюдали в последнем. Полезно также иметь в виду, что идеальный нематический аэрогель не должен понижать температуру перехода  $^3\text{He}$  в сверхтекучее состояние [17] и величина понижения  $T_c$  в аэрогеле может служить индикатором качества образца.

В заключение, средняя одноосная анизотропия, наведенная в жидком  $^3\text{He}$  погруженным в него аэрогелем еще не гарантирует стабилизации полярной фазы. Пространственные флуктуации локальной анизотропии в зависимости от структуры аэрогеля могут способствовать возникновению мнимых компонент параметра порядка и образованию вблизи  $T_c$  полярно-искаженной АБМ фазы. Наиболее надежным для стабилизации чисто полярной фазы является использование идеального нематического аэрогеля.

Автор благодарен В. В. Дмитриеву, А. А. Солдатову и А. Н. Юдину за полезные дискуссии и конструктивную критику.

1. V. V. Dmitriev, A. A. Senin, A. A. Soldatov, and A. N. Yudin, Phys. Rev. Lett. **115**, 165304 (2015).
2. V. V. Dmitriev, A. A. Soldatov, and A. N. Yudin, ЖЭТФ **158**, 6 (2020).
3. В. И. Марченко, ЖЭТФ **93**, 141 (1987) [JETP **66**, 79 (1987)].
4. D. Vollhardt and P. Woelfle, *The superfluid Phases of Helium 3*, London, N.Y., Taylor and Francis (1990).
5. V. B. Eltsov, T. Kamppinen, J. Rysti, and G. E. Volovik, arXiv:1908.01645.
6. S. Autti, V. V. Dmitriev, J. T. Mäkinen, A. A. Soldatov, G. E. Volovik, A. N. Yudin, V. V. Zavjalov, and V. B. Eltsov, Phys. Rev. Lett. **117**, 255301 (2016).
7. К. Аояма and Р. Икеда, Phys. Rev. B **73**, 060504 (2006).
8. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, ЖЭТФ **35**, 1558 (1958) [Sov. Phys. JETP **9**, 220 (1959)].
9. R. Sh. Askhadullin, V. V. Dmitriev, D. A. Krasnikhin, P. N. Martynov, A. A. Osipov, A. A. Senin, and A. N. Yudin, Письма в ЖЭТФ **95**, 355 (2012).
10. N. Zhelev, M. Reichl, T. S. Abhilash, E. N. Smith, K. X. Nguen, E. J. Mueller, and J. M. Parpia, Nat. Commun. **7**, 12975 (2016).
11. J. A. Sauls, Phys. Rev. B **88**, 214503 (2013).
12. И. А. Фомин and Е. В. Суровтсев, Письма в ЖЭТФ **97**, 742 (2013).
13. И. А. Фомин, ЖЭТФ **145**, 871 (2014).
14. D. Rainer and M. Vuorio, J. Phys. C: Solid State Phys. **10**, 3093 (1977).
15. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, М. (1963), гл. VI.
16. R. C. Regan, J. J. Wiman, and J. A. Sauls, arXiv: 2105.01257 v1.
17. И. А. Фомин, ЖЭТФ **154**, 1034 (2018) [JETP **127**, 933 (2018)].