

Экспериментальное исследование оптического кубита на квадрупольном переходе 435 нм в ионе $^{171}\text{Yb}^+$

И. В. Заливако⁺¹⁾, И. А. Семериков⁺, А. С. Борисенко⁺, М. Д. Аксенов⁺, К. Ю. Хабарова^{+*},
Н. Н. Колачевский^{+*}

⁺ Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

^{*} Российский квантовый центр, 121205 Москва, Россия

Поступила в редакцию 22 июня 2021 г.

После переработки 22 июня 2021 г.

Принята к публикации 22 июня 2021 г.

Ультрахолодные ионы являются одной из наиболее перспективных платформ для реализации квантовых вычислений и позволяют достигать рекордных значений времени когерентности, достоверности операций подготовки, считывания, а также однокубитных и двухкубитных операций. В данной работе мы предлагаем и экспериментально исследуем кодирование квантовой информации в оптическом кубите на базе квадрупольного перехода $^2S_{1/2}(F=0, m_F=0) \rightarrow ^2D_{3/2}(F=2, m_F=0)$ в ионе $^{171}\text{Yb}^+$ на длине волны 435.5 нм, в перспективе имеющего преимущества перед аналогичными системами с точки зрения масштабирования количества кубитов и их чувствительности к флуктуациям магнитного поля. В работе представлено сравнение предлагаемого оптического кубита в иттербии с другими наиболее распространенными типами ионных кубитов, а также приведены экспериментальные результаты по проведению однокубитной операции Паули-Х. Достоверность операции составила 96 % после коррекции на ошибку подготовки и считывания и ограничивается температурой иона.

DOI: 10.31857/S1234567821140019

1. Введение. Значительный интерес к области квантовых вычислений со стороны как ведущих научных организаций, так и коммерческих компаний-гигантов стимулирован ожиданием прорыва в области эффективного решения квантовыми вычислителями и симуляторами ряда NP-задач, недоступных для классических компьютеров. В случае создания достаточно производительного и достоверного квантового вычислителя, открываются возможности эффективного решения задач оптимизации и логистики [1], поиска по неупорядоченным базам данных [2], криптоанализа [3], поиска новых материалов и лекарств. Ведущими странами запущены государственные программы по акселерации исследований в сфере квантовых технологий, в то время как компании Google [4], IBM [5], Intel [6] и Microsoft ведут собственные исследования по созданию квантовых компьютеров. Все существующие на сегодняшний день физические платформы обладают рядом специфических для каждой из них ограничений (например, время когерентности, масштабирование, достоверность и пр.), что стимулирует исследования по поиску новых физических систем и соответствующих протоко-

лов, позволяющих улучшить характеристики вычислителей.

Одной из перспективных физических платформ для реализации квантового вычислителя является кодирование квантовой информации в электронных состояниях ионов, захваченных в радиочастотную ловушку Пауля [7]. Достоинством таких систем является идентичность кубитов, высокая степень изоляции квантовой системы от внешних полей и сильное кулоновское взаимодействие между частицами для выполнения двухкубитных операций. Продемонстрированы высокоточные методы подготовки квантовых состояний кубитов, их считывания и проведения операций при помощи световых или микроволновых полей. Экспериментально достигнутое время когерентности ионных кубитов составляет 1 ч [8], эффективность подготовки и считывания 99.93 % [9], достоверность однокубитной операции 99.9999 % [9]. Достоверность двухкубитной операции достигает 99.9 % [10], при том, что каждый из кубитов может быть напрямую перепутан с каждым в линейной цепочке ионов за одну операцию. Эти значения являются рекордными для всех существующих на сегодняшний день платформ. Реализован одиннадцатикубитный универсальный квантовый вычислитель на ионах, к которому предоставляется облачный до-

¹⁾e-mail: zalivakoiv@lebedev.ru

ступ [11], продемонстрировано рекордное значение квантового объема 512 (для сверхпроводящих компьютеров ИВМ – 64 [5]).

Основной нерешенной проблемой ионных квантовых компьютеров является задача увеличения числа кубитов до нескольких сотен и более (масштабирование). Текущие подходы дают возможность создавать ионные регистры размером 50–100 кубитов [12], однако дальнейшее масштабирование, судя по всему, потребует применения иных подходов к хранению, адресации и перепутыванию ионов, которые тоже активно исследуются [13–15].

Одним из важных направлений является поиск перспективных способов кодирования квантовой информации в ионах, позволяющих улучшить существующие характеристики. Это может быть как поиск новых элементов или изотопов [16], так и поиск новых способов кодирования информации [17, 18]. В данной работе нами экспериментально исследовано кодирование кубитов при помощи квадрупольного перехода ${}^2S_{1/2}(F=0, m_F=0) \rightarrow {}^2D_{3/2}(F=2, m_F=0)$ в ионе ${}^{171}\text{Yb}^+$. Проанализированы преимущества и недостатки использования данного перехода, выполнено сравнение с другими известными способами кодирования, и представлены первые результаты по экспериментальной реализации однокубитной операции на данном переходе.

2. Оптический кубит в ионе иттербия на длине волны 435 нм. Ион ${}^{171}\text{Yb}^+$ сегодня является одним из наиболее широко используемых для квантовых вычислений. Так, в универсальном квантовом вычислителе с 11 ионами [11], кубиты были закодированы в подуровнях сверхтонкой структуры основного состояния ${}^{171}\text{Yb}^+$ (расщепление 12.6 ГГц). Такие кубиты носят название микроволновых кубитов. В свою очередь, оптические ионные кубиты были реализованы на ${}^{40}\text{Ca}^+$ (длина волны 729 нм), с их помощью австрийской группой был реализован 14-кубитный универсальный квантовый компьютер [19]. Также ранее были исследованы оптические кубиты в ${}^{88}\text{Sr}^+$ [20]. В данной работе нами исследован оптический электрический квадрупольный переход в ионе ${}^{171}\text{Yb}^+$ на длине волны 435.5 нм (см. рис. 1) как кандидат для реализации оптических кубитов. Ранее на этом переходе нами был реализован стандарт частоты на одиночном ионе иттербия [21], что обеспечило уверенный задел по реализации методов охлаждения иона, а также возбуждения узкого перехода и считывания квантовой информации.

Несмотря на то, что оптические кубиты обладают меньшими временами когерентности по сравнению с микроволновыми (для последних нет ограничения на

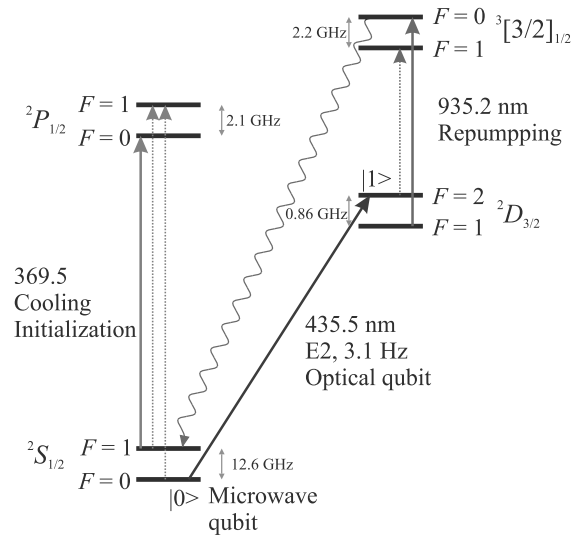


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема уровней иона ${}^{171}\text{Yb}^+$. Микроволновый кубит реализуется на сверхтонких подуровнях $F=0, 1$ основного состояния на частоте 12.6 ГГц. Оптический кубит (данная работа) реализуется на переходе E2 (435.5 нм). Остальные уровни задействованы в процессе лазерного охлаждения и считывания квантовой информации. Пунктирными линиями обозначены переходы, возбуждаемые модуляционными боковыми частотами лазеров, при включении соответствующих электрооптических модуляторов

T_1 , связанного с временем жизни верхнего уровня), они обладают рядом существенных достоинств. Так, оптические кубиты демонстрируют большую достоверность подготовки (метод оптической накачки [22]) и считывания квантовых состояний (метод квантовых скачков [7]), поскольку используемые для кодирования уровни сильно разнесены по энергии. При этом явления нерезонансного возбуждения, ограничивающие достоверность считывания микроволновых кубитов, оказываются несущественны. Индивидуальная адресация оптических кубитов также оказывается значительно более простой и эффективной по сравнению с микроволновыми. Для манипуляции квантовым состоянием оптического кубита достаточно лишь одного лазерного пучка, в то время как для возбуждения вынужденного рамановского перехода между кубитными состояниями микроволнового кубита и перепутывания электронного и колебательного квантовых состояний частиц требуется два несонаправленных лазерных пучка [23]. Это становится существенным при решении задачи масштабирования квантовых вычислителей, поскольку снижаются требования к оптическому доступу к ионам и к соответствующей конфигурации ионной ловушки. В случае использования оптических кубитов значи-

тельно уменьшается требуемое количество лазерных импульсов для проведения неадиабатических двухкубитных квантовых операций [24] при той же целевой достоверности. Это также является одним из перспективных путей к масштабированию вычислителей и увеличения скорости операций, поскольку в случае операций с использованием одного лазерного пучка не происходит дифракции Капицы–Дирака волнового пакета частицы на стоячей волне интенсивности излучения, которая возникает при интерференции рамановских пучков в случае микроволновых кубитов [24]. Уменьшение числа лазерных импульсов при этом ведет к повышению достоверности операции. Помимо перечисленного, для манипуляции оптическими кубитами чаще всего используются лазерные источники видимого или ближнего инфракрасного диапазона, благодаря чему значительно увеличивается возможность использования доступных лазеров и оптических компонентов. В то же время возбуждение микроволновых переходов требует мощных лазерных источников в ультрафиолетовом или коротковолновом видимом диапазоне, что вызывает ряд экспериментальных трудностей.

Меньшее время когерентности по сравнению с микроволновыми кубитами при этом не является основным ограничивающим фактором для оптических кубитов, поскольку соответствующий предел, накладываемый временем жизни уровней, остается на несколько порядков выше, чем у конкурирующих платформ [25, 26]. При этом преимущества с точки зрения масштабируемости могут полностью компенсировать этот недостаток за счет механизмов коррекции ошибок. В большинстве созданных прототипов ионных квантовых компьютеров (не рекордсменов) время когерентности составляет несколько сотен миллисекунд [23] и является величиной того же порядка, что и теоретический предел времени когерентности оптических кубитов. Обычно время когерентности определяется другими факторами, такими как, например, флуктуации магнитного поля.

Переход между кубитными состояниями $|0\rangle = {}^2S_{1/2}(F=0, m_F=0)$ и $|1\rangle = {}^2D_{3/2}(F=2, m_F=0)$ имеет длину волны 435.5 нм и естественную ширину линии 3.1 Гц [27], что соответствует времени жизни возбужденного состояния 53 мс. Для возбуждения этого перехода используются коммерчески доступные диодные лазеры с нелинейным удвоением частоты, достигающие выходной мощности в 1.5 Вт. Спектральная линия лазера должна быть обужена с помощью внешнего резонатора до уровня < 100 Гц. Этого достаточно для проведения как адиабатических, так и неадиабатических квантовых операций.

Важно, что на этой длине волны становится доступно использование акустооптических компонентов из теллурида (TeO_2), которые обладают существенно большим акустооптическим эффектом, чем компоненты из кристаллического кварца, используемые при рамановском возбуждении микроволнового кубита ультрафиолетовым излучением (355–369 нм). Это на порядок увеличивает угол отклонения лазерного пучка и существенно расширяет возможность адресации длинных цепочек ионов (до 100 и более). Инициализация квантового состояния $|0\rangle$ осуществляется оптической накачкой на длине волны 369 нм, продемонстрированная ранее другими группами, достоверность составляет 99.7% [23]. Считывание осуществляется методом квантовых скачков на длине волны 369 нм подобно тому, как это делается в стандартах частоты [21].

За исключением времени когерентности, оптическое кодирование квантовой информации в ионе иттербия фактически ничем не уступает микроволновому, предлагая определенные преимущества с точки зрения адресации и масштабирования. По сравнению с хорошо исследованным и зарекомендовавшим себя оптическим кубитом на базе ${}^{40}\text{Ca}^+$ на длине волны 729 нм, оптический кубит в ${}^{171}\text{Yb}^+$ имеет значительно меньшую чувствительность частоты перехода к магнитному полю за счет использования подуровней с нулевым магнитным квантовым числом (52 Гц/мкТл при поле смещения 500 мкТл для оптического кубита в иттербии против 5600 Гц/мкТл в кальции). Относительно широкая естественная линия перехода в ${}^{171}\text{Yb}^+$ является преимуществом при реализации быстрых квантовых гейтов, при этом большая масса иттербия приводит к меньшим нагревам частиц за счет флуктуации электрических полей в области локализации ионов. Недостатком предлагаемого оптического кубита в ${}^{171}\text{Yb}^+$ по сравнению с ${}^{40}\text{Ca}^+$ является меньшее предельное время когерентности, определяемое временем жизни возбужденного уровня (53 мс в ${}^{171}\text{Yb}^+$ против 1.2 с в ${}^{40}\text{Ca}^+$).

3. Экспериментальное исследование оптического кубита в ионе ${}^{171}\text{Yb}^+$. Экспериментальная демонстрация однокубитных операций проводилась с использованием линейной ионной ловушки Пауля с секулярными частотами $\{\omega_x, \omega_y, \omega_z\} = 2\pi \times \{970, 950, 300\}$ кГц (см. рис. 2). Одиночный ион ${}^{171}\text{Yb}^+$ загружался в ловушку методом фотоионизации из теплового атомарного пучка. Загрузка выполнялась реже одного раза в день, что обеспечивается большим временем жизни иона (в основном определяется уровнем вакуума). Перед каждым экс-

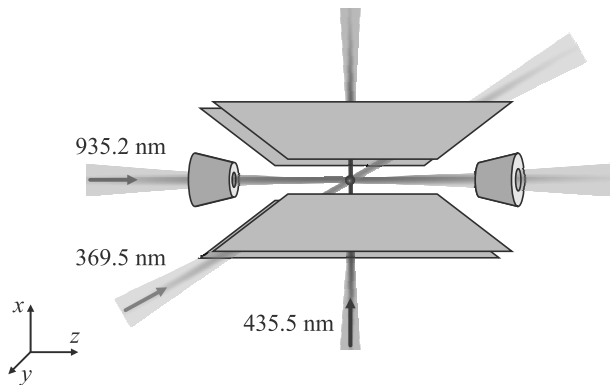


Рис. 2. (Цветной онлайн) Схема линейной ловушки Пауля, использующейся для захвата ионов. Охлаждение и инициализация кубита производится при помощи лазера на длине волны 369.5 нм, а перекачка – на длине волны 935.2 нм. Охлаждающий пучок направлен таким образом, чтобы эффективно охлаждать все моды колебаний. Пучок адресации кубита на 435.5 нм направлен перпендикулярно оси ловушки

периментом производилась подготовительная последовательность операций. Сначала реализовывалось доплеровское охлаждение иона при помощи лазерных пучков на длинах волн 369 и 935 нм. Во избежание пленения населенности на незадействованных в охлаждении сверхтонких подуровнях пучков на длине волны 369 нм модулировался по фазе при помощи электро-оптического модулятора (ЭОМ) на частоте 14.7 ГГц, а 935 нм – на частоте 3.07 ГГц. При охлаждении накладывается постоянное магнитное поле 500 мкТл для разрушения темных состояний, возникающих за счет эффекта когерентного пленения населенности [28]. После охлаждения, выключалась модуляция на частоте 14.7 ГГц и с помощью другого ЭОМа, установленного в том же пучке, накладывалась модуляция на частоте 2.1 ГГц. Это приводит к инициализации кубита в состояние $|0\rangle$ за время около 5 мкс.

Манипуляция квантовым состоянием кубита осуществлялась при помощи излучения высокостабильной лазерной системы на длине волны 435.5 нм, основанной на диодном лазере с внешним резонатором на длине волны 871 нм. Частота излучения стабилизирована относительно компактного высокодобротного оптического резонатора из стекла ULE со сверхнизким коэффициентом теплового расширения, а затем удвоена при помощи волоконного генератора второй гармоники [29]. Спектральная ширина лазерного излучения составляет менее 30 Гц (на основании наблюдаемой линии при спектроскопии квадрупольного перехода в иттербии). Формирование импульсов излучения для проведения квантовых операций осу-

ществлялось при помощи акустооптического модулятора (АОМ). Излучение лазера фокусировалось с помощью линзы на ион, диаметр перетяжки составлял около 50 мкм. Юстировка пучка проводилась путем максимизации частоты осцилляций Раби на кубитном переходе.

Считывание состояния кубита осуществлялось по сигналу флуоресценции иона под действием охлаждающего излучения. Излучение лазера на длине волны 369 нм модулировалось на частоте 14.7 ГГц, при этом модулятор перекачивающего излучения 935 нм выключался во избежание накачки населенности из состояния $|1\rangle$ в $|0\rangle$ и искажения результатов измерения. В состоянии $|0\rangle$ ион эффективно рассеивает фотоны, собираемые при помощи асферической линзы на фотоэлектронный умножитель. В свою очередь, если ион находится в состоянии $|1\rangle$, флуоресценция отсутствует и регистрируются только фотоны засветки или темновые отсчеты детектора. Состояние кубита при этом определяется путем сравнения количества зарегистрированных фотонов с заранее выбранным пороговым значением. Описанная процедура проецирует состояние иона на базис состояний ($|0\rangle$, $|1\rangle$), что соответствует процессу измерения. На рисунке 3 представлена гистограмма количества

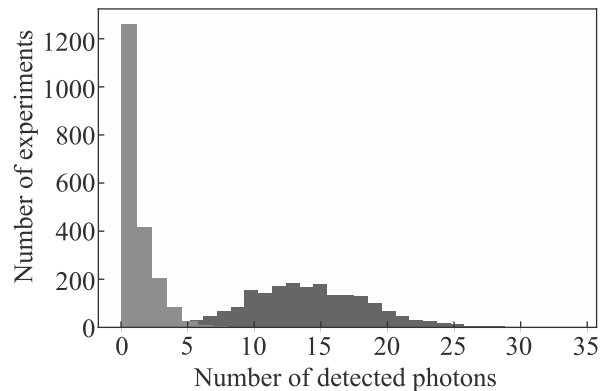


Рис. 3. (Цветной онлайн) Гистограммы количества зарегистрированных отсчетов в случае измерения кубита в состоянии $|0\rangle$ (синий цвет) и при блокированной флуоресценции иона (имитация состояния $|1\rangle$), оранжевый цвет). Время считывания единичного измерения составляет 5 мс

регистрируемых фотонов (время считывания 5 мс) в двух случаях: сразу после инициализации кубита в состояние $|0\rangle$ и сразу после инициализации в $|0\rangle$ при выключенном пучке перекачки 935 нм. Выключение перекачки приводит к прекращению флуоресценции и позволяет измерить сигнал засветки и темновых отсчетов независимо от достоверности операции пе-

ревода кубита из состояния $|0\rangle$ в состояние $|1\rangle$ (фотоэлектронный умножитель не чувствителен к излучению на длине волны 935 нм, поэтому засветкой от этого лазера можно пренебречь). Данное измерение позволяет нам оценить достоверность инициализации подготовки и считывания квантового состояния установки в 98 % при пороговом значении в 5 фотонов (рис. 4), если пренебречь при этой оценке нерезонансными эффектами перекачки.

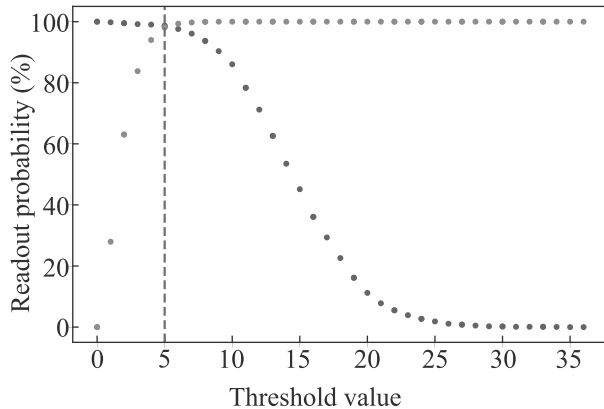


Рис. 4. (Цветной онлайн) Экспериментальная достоверность считывания кубита в состоянии $|0\rangle$ (синий цвет) и $|1\rangle$ в зависимости от выбранного порогового значения. Красной пунктирной линией обозначено оптимальное значение порога

Основными экспериментально реализуемыми однокубитными операциями на ионах являются вращения на произвольные углы по осям X или Y , которые лежат в экваториальной плоскости сферы Блоха. Для этого необходимо обеспечить взаимодействие двухуровневой системы иона с электромагнитным полем, резонансным с кубитным переходом. В случае микроволновых кубитов взаимодействие происходит с магнитной компонентой поля, в случае оптических – с электрической компонентой (или ее градиентом, как в случае квадрупольного перехода). При этом угол поворота вектора состояния на сфере Блоха определяется произведением частоты Раби на длительность лазерного импульса, а ось поворота – фазой электромагнитного поля относительно собственной фазы двухуровневой системы. Наша экспериментальная установка позволяет производить вращения состояния кубита на произвольные углы вокруг осей X или Y путем формирования соответствующих световых импульсов при помощи АОМ. На рисунке 5 представлен график осцилляций Раби, зарегистрированных на переходе ${}^2S_{1/2}(F=0, m_F=0) \rightarrow {}^2D_{3/2}(F=2, m_F=0)$ в одиночном ионе ${}^{171}\text{Yb}^+$. При измерении каждой точки ион инициализировался в состояние $|0\rangle$ (как было описано выше), далее осуществлялось возбуждение кубитного перехода лазерным импульсом определенной длительности τ , затем производилось считывание.

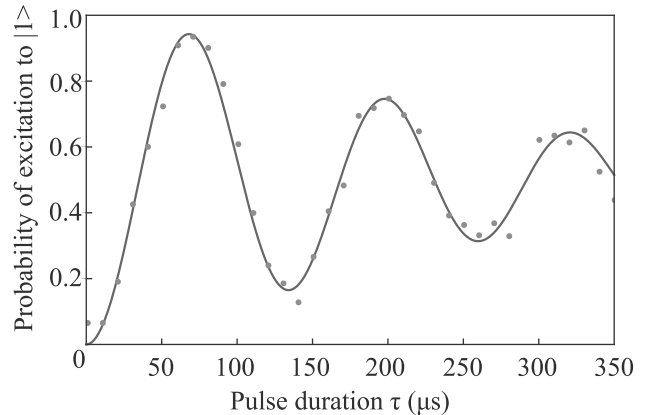


Рис. 5. (Цветной онлайн) Осцилляции Раби на кубитном переходе $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$ (435.5 нм), соответствующие вращению вектора состояния кубита на сфере Блоха относительно оси X в экваториальной плоскости на угол, пропорциональный длительности импульса τ . Синяя линия – аппроксимация данных подгоночной кривой, параметры которой соответствуют количеству колебательных квантов в радиальных модах ловушки, равному $n = 25$

Достоверность операции Паули- X , соответствующая π -импульсу на этом графике (68 мкс), составляет 94 % без корректировки на достоверность подготовки и считывания. Если учитывать неидеальность процессов подготовки и считывания, достоверность собственно самой операции составляет 96 %. Затухание осцилляций Раби, которое ограничивает достоверность операции в данном эксперименте, связано с тепловым движением иона в направлении вдоль пучка адресации и определяются фактором Дебая–Уоллера [30]. Это подтверждается тем, что количество наблюдаемых осцилляций до затухания к уровню $1/e$ не зависит собственно от частоты Раби (при длительностях π -импульса менее 1 мс). В случае, если затухание происходило бы из-за флуктуаций магнитного поля, ситуация была бы другой и при повышении частоты Раби наблюдалось бы больше периодов. Для интерпретации экспериментальных данных была разработана теоретическая модель, учитывающая распределение иона по колебательным состояниям ловушки n . Помимо достоверности, аппроксимация позволяет определить среднее количество фононов в модах колебаний иона, имеющих проекцию на направление лазерного пучка адресации. В нашем случае это – радиальные моды, поскольку лазер-

ный пучок направлен перпендикулярно оси ловушки. Данное значение составило $\bar{n} = 25$ фононов, что соответствует колебательной температуре 1.3 мК. Отметим, что доплеровский предел лазерного охлаждения в нашем случае соответствует $\bar{n} = 10$ фононов. Соответственно, ион находится близко к доплеровскому пределу и охлаждение хорошо оптимизировано за счет аккуратной компенсации микродвижений. Это открывает возможность дальнейшего глубокого охлаждения до основного колебательного состояния [31, 32], что требуется для реализации двухкубитных операций.

4. Заключение. Исследована возможность использования квадрупольного оптического перехода $^2S_{1/2}(F = 0, m_F = 0) \rightarrow ^2D_{3/2}(F = 2, m_F = 0)$ в одиночном ионе $^{171}\text{Yb}^+$ на длине волны 435.5 нм для задач квантовых вычислений. Предложенный метод кодирования квантовой информации наследует практически все достоинства микроволнового кубита в $^{171}\text{Yb}^+$, который на сегодняшний день широко используется в наиболее успешных прототипах квантовых компьютеров. Предложенный оптический кубит обладает рядом преимуществ, главными из которых является удобство адресации (требуется один лазерный пучок, есть возможность адресовать более 100 ионов в линейных цепочках), а также большая достоверность неадиабатических квантовых операций (в перспективе). В свою очередь, по сравнению с используемым оптическим кубитом на $^{40}\text{Ca}^+$ данный тип кодирования обладает на несколько порядков меньшей чувствительностью к магнитным полям. В данной работе была создана экспериментальная установка, на которой продемонстрированы процедуры инициализации и считывания оптического кубита в $^{171}\text{Yb}^+$ с достоверностью 98 %, а также однокубитная операция Паули-Х с достоверностью 96 % (после коррекции на подготовку и считывание). Достоверность подготовки и считывания на данный момент ограничена эффективностью сбора фотонов флуоресценции и может быть увеличена заменой асферической линзы на широкоапертурный объектив. Достоверность однокубитной операции определяется тепловым движением иона и будет существенно увеличена после охлаждения до основного колебательного состояния. Таким образом, продемонстрированы основные характеристики оптического кубита в ионе иттербия и подготовлен эксперимент для реализации двухкубитных операций, который планируется выполнить в ближайшее время.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках гранта # 19-32-90103.

1. A. Ajagekar and F. You, *Energy* **179**, 76 (2019).
2. L.K. Grover, in *Proceedings of the Twenty-eighth Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, Association for Computing Machinery, N.Y. (1996), p. 212.
3. P.W. Shor, in *Proceedings of 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, IEEE, Santa Fe (1994), p. 124.
4. F. Arute, K. Arya, R. Babbush et al. (Collaboration), *Nature* **574**, 505 (2019).
5. P. Jurcevic, A. Javadi-Abhari, L.S. Bishop et al. (Collaboration), *Quantum Science and Technology* **6**, 25020 (2021).
6. G.G. Guerreschi and J. Park, *Quantum Science and Technology* **3**, 045003 (2018).
7. D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, and D. Wineland, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 281 (2003).
8. P. Wang, C.Y. Luan, M. Qiao, M. Um, J. Zhang, Y. Wang, X. Yuan, M. Gu, J. Zhang, and K. Kim, *Nat. Commun.* **12**, 1 (2021).
9. T.P. Harty, D.T. Allcock, C.J. Ballance, L. Guidoni, H.A. Janacek, N.M. Linke, D.N. Stacey, and D.M. Lucas, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 2 (2014).
10. J.P. Gaebler, T.R. Tan, Y. Lin, Y. Wan, R. Bowler, A.C. Keith, S. Glancy, K. Coakley, E. Knill, D. Leibfried, and D.J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 1 (2016).
11. K. Wright, K.M. Beck, S. Debnath et al. (Collaboration), *Nat. Commun.* **10**, 1 (2019).
12. J. Zhang, G. Pagano, P.W. Hess, A. Kyprianidis, P. Becker, H. Kaplan, A.V. Gorshkov, Z.X. Gong, and C. Monroe, *Nature* **551**, 601 (2017).
13. J.M. Pino, J.M. Dreiling, C. Figgatt, J.P. Gaebler, S.A. Moses, M.S. Allman, C.H. Baldwin, M. Foss-Feig, D. Hayes, K. Mayer, C. Ryan-Anderson, and B. Neyenhuis, <http://arxiv.org/abs/2003.01293> (2020).
14. M. Bock, P. Eich, S. Kucera, M. Kreis, A. Lenhard, C. Becher, and J. Eschner, *Nat. Commun.* **9**, 1998 (2018).
15. A.K. Ratcliffe, R.L. Taylor, J.J. Hope, and A.R. Carvalho, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 1 (2018).
16. D. Hucul, J.E. Christensen, E.R. Hudson, and W.C. Campbell, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 100501 (2017).
17. P.J. Low, B.M. White, A.A. Cox, M.L. Day, and C. Senko, *Phys. Rev. Research* **2**, 033128 (2020).
18. V.E. Zobov, V.P. Shauro, and A.S. Ermilov, *JETP Lett.* **87**, 334 (2008).
19. I. Pogorelov, T. Feldker, C.D. Marciniak et al. (Collaboration), *PRX Quantum* **2**, 020343 (2021).
20. N. Akerman, N. Navon, S. Kotler, Y. Glickman, and R. Ozeri, *New J. Phys.* **17**, 113060 (2015).

21. I. A. Semerikov, K. Y. Khabarova, I. V. Zalivako, A. S. Borisenko, and N. N. Kolachevsky, *Bull. Lebedev Phys. Inst.* **45**, 337 (2018).
22. W. Happer, *Rev. Mod. Phys.* **44**, 169 (1972).
23. S. Debnath, N. M. Linke, C. Figgatt, K. A. Landsman, K. Wright, and C. Monroe, *Nature* **536**, 63 (2016).
24. J. Mizrahi, B. Neyenhuis, K. G. Johnson, W. C. Campbell, C. Senko, D. Hayes, and C. Monroe, *Applied Physics B: Lasers and Optics* **114**, 45 (2014).
25. A. Somoroff, Q. Ficheux, R. A. Mencia, H. Xiong, R. V. Kuzmin, and V. E. Manucharyan, *arXiv preprint arXiv:2103.08578* (2021).
26. H. Levine, A. Keesling, G. Semeghini, A. Omran, T. T. Wang, S. Ebadi, H. Bernien, M. Greiner, V. Vuletić, H. Pichler, and M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 170503 (2019).
27. C. Tamm, D. Engelke, and V. Bühner, *Phys. Rev. A – Atomic, Molecular, and Optical Physics* **61**, 534051 (2000).
28. D. J. Berkeland and M. G. Boshier, *Physical Review A – Atomic, Molecular, and Optical Physics* **65**, 13 (2002).
29. I. V. Zalivako, I. A. Semerikov, A. S. Borisenko, M. D. Aksenov, P. A. Vishnyakov, P. L. Sidorov, N. V. Semenina, A. A. Golovizin, K. Y. Khabarova, and N. N. Kolachevsky, *Quantum Electron.* **50**, 850 (2020).
30. D. J. Wineland, C. Monroe, W. M. Itano, D. Leibfried, B. E. King, and D. M. Meekhof, *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* **103**, 259 (1998).
31. C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, S. R. Jefferts, W. M. Itano, D. J. Wineland, and P. Gould, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4011 (1995).
32. L. A. Akopyan, I. V. Zalivako, K. E. Lakhmanskiy, K. Y. Khabarova, and N. N. Kolachevsky, *JETP Lett.* **112**, 585 (2020).