Письма в ЖЭТФ, том 113, вып. 10, с. 661 – 668 © 2021 г. 25 мая

Подавление минищели в S(N/F)S контактах

П. А. Иоселевич[+*1)], *Д. А. Чукланов*[+]

[+] *Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", 101000 Москва, Россия*

[*] *Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 119334 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 6 апреля 2021 г.
После переработки 13 апреля 2021 г.
Принята к публикации 15 апреля 2021 г.

Рассматривается длинный диффузный контакт Джозефсона, слабой связью в котором является тонкий бислой нормальный металл (N)–ферромагнетик (F), так что N и F образуют параллельные связи между сверхпроводниками S. Показано, что сверхпроводимость в такой слабой связи описывается эффективным одномерным уравнением Узаделя, содержащим ослабленное обменное поле, а также распаривающий член. Механизм распаривания основан на неотъемлемой неоднородности бислоя и отличает его от обычного SFS контакта. Распаривание влияет на плотность состояний S(N/F)S системы и, в частности, приводит к подавлению минищели в плотности состояний, разрешенной по проекции спина. Сила распаривания выражается через геометрические параметры системы, энергию Таулесса и эффективное обменное поле. Построенная одномерная теория применима для разнообразных систем с тонкими многослойными связями и хорошо согласуется с численными результатами и имеющимся экспериментом.

DOI: 10.31857/S1234567821100050

1. Введение. Гетероструктуры, включающие сверхпроводник и ферромагнетик, давно изучаются теоретически и экспериментально (см. обзоры [1–3]). Взаимодействие ферромагнитного и сверхпроводящего порядков приводит ко многим интересным явлениям. Так, эффект близости в SF системах демонстрирует осцилляторное поведение: аномальное среднее в F не только затухает по мере удаления от сверхпроводника, но также и осциллирует, меняя знак на магнитной длине l_h. Благодаря этому SFS контакт в зависимости от своей длины L может оказаться в состоянии π-контакта [4, 5], в котором основное состояние приходится на разность сверхпроводящих фаз π. Использование нескольких ферромагнетиков разной поляризации приводит к еще большему числу явлений. Например, FFS и FSF структуры могут играть роль сверхпроводящих спиновых вентилей [6–8].

Практически все F-S гетероструктуры имеют недостаток, сильно затрудняющий их изготовление и использование: обменное поле h в ферромагнетиках довольно велико, так что магнитная длина $l_h = \sqrt{D/h}$ мала (D – коэффициент диффузии). Поэтому для создания системы с заданными свойствами размеры ферромагнитных элементов должны быть очень точно выдержаны, так как ошибка порядка $\sim l_h$ может резко изменить поведение системы. Одно из возможных решений этой проблемы состоит в "разбавлении" ферромагнетика нормальным металлом. Если заменить ферромагнитную связь бислоем, как на рис. 1, то куперовские пары, диффундирую-

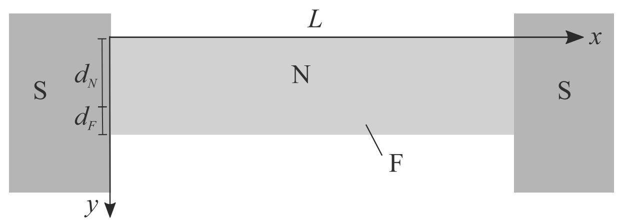

Рис. 1. (Цветной онлайн) S(N/F)S система. Слои N и F тонкие в направлении x по сравнению с длиной в направлении y, т.е. $d_N, d_F \ll L$. Все контакты между различными материалами прозрачные

щие в бислое, будут испытывать обменное поле, только находясь в F. В среднем это можно описать как действие эффективного обменного поля $h_{\rm eff}$, которое может быть гораздо меньше, чем поле h в F [9].

В настоящем письме мы строим теорию диффузных S(N/F)S контактов, в которых слабая связь – NF бислой, как показано на рис. 1. Слои предполагаются тонкими, что позволяет нам вывести эффективную одномерную теорию, описывающую сверхпроводимость в системе. Последовательно учитывая поправки, возникающие из-за неотъемлемой неоднородности бислоя в направлении x, мы выводим все релевантные члены эффективного одномерного

1)e-mail: pioselevich@hse.ru

уравнения. В частности, мы воспроизводим известный результат об эффективном обменном поле h_{eff}. Сверх того мы находим распаривающий член (аналогичный членам, описывающим перевороты спина) в следующем порядке малости по толщине слоев. Этот член проявляется в свойствах плотности состояний, отличающих S(N/F)S контакт от обычного SFS контакта.

Системы, аналогичные рис. 1, в прошлом изучались теоретически в ряде ситуаций, допускающих описание линеаризованным уравнением Узаделя [10–13]. В работе [14] рассматривался короткий контакт и использовались частично нелинейные уравнения. В настоящей работе рассматриваются длинные контакты и полностью нелинейные уравнения Узаделя. В частности, мы изучаем минищель [15–17], которая является полностью нелинейным явлением.

Мы начинаем с введения общих уравнений и интересующего нас параметрического режима. Мы показываем, как тонкий слой F может быть сведен к эффективному граничному условию, к уравнению в N. Затем мы выводим эффективное одномерное уравнение. Мы объясняем влияние эффекта распаривания на плотность состояний и сравниваем теоретические результаты с численными и экспериментальными. Наконец, мы обсуждаем область применимости построенной теории и переходим к заключению.

2. Модель. Мы рассматриваем длинный контакт с диффузной слабой связью, состоящей из нормального и ферромагнитного слоев, как показано на рис. 1. Длина контакта – L, толщины слоев – d_N, d_F. Мы предполагаем, что система находится в грязном пределе, когда применимо уравнение Узаделя [10]. Контакт длинный, т.е. $L \gg d_N, d_F, \sqrt{D_N/\Delta}$, где D_N – коэффициент диффузии в N, а Δ – параметр порядка в S. Ферромагнетик однодоменный, так что $\mathbf{h}$ = const в F и проекция спина σ в направлении $\mathbf{h}$ сохраняется. В этом случае электроны с разными спинами σ описываются независимыми уравнениями. Для простоты мы рассматриваем случай нулевой разности сверхпроводящих фаз в контакте. В таком случае функция Грина для каждого спина параметризуется одним комплексным параметром θ_σ, а уравнение Узаделя имеет вид

$$\frac{D_N}{2}(\partial_x^2+\partial_y^2)\theta_\sigma + iE\sin\theta_\sigma = 0, \tag{1}$$

$$\frac{D_F}{2}(\partial_x^2+\partial_y^2)\theta_\sigma + i(E+\sigma h)\sin\theta_\sigma = 0 \tag{2}$$

в N и F соответственно. В дальнейшем мы считаем $\sigma = 1$ и опускаем спиновый индекс. Ответы для противоположного спина получаются обращением знака h.

Уравнения (1), (2) дополнены граничными условиями. На внешних краях слоев условие просто $\partial_y\theta = 0$. Граница между слоями предполагается прозрачной. Это соответствует непрерывности θ, а также сохранению тока. Последнее условие имеет вид

$$\nu_N D_N \partial_y\theta(x, d_N - 0) = \nu_F D_F \partial_y\theta(x, d_N + 0), \tag{3}$$

где ν_i – металлическая плотность состояний в слое i.

Мы предполагаем тонкость слоев по сравнению со всеми остальными длинами за исключением длины свободного пробега:

$$d_N^2 \ll \frac{D_N}{E}, \qquad d_F^2 \ll \frac{D_F}{E+h}. \tag{4}$$

В качестве типичной энергии E следует брать энергию Таулесса $E_{\text{Th}} \equiv D/L^2$. Условие (4) позволяет ожидать, что решение уравнений Узаделя $\theta(x,y)$ медленно меняется на расстояниях порядка d_N, d_F и может быть записано в виде $\theta(x,y) = \vartheta(x) + \eta(x,y)$, где $\eta \ll \vartheta$.

3. Эффективное граничное условие F слоя. Рассмотрим ферромагнитный слой, находящийся на отрезке $d_N < y < d_N + d_F$. Будем предполагать достаточно сильное обменное поле, $|E| \ll |h|$. Функцию $\theta(x,y)$ в F можно приближенно записать как

$$\theta(x,y) \approx \vartheta_F(x) + \eta_F(x)\frac{(d_F+d_N-y)^2}{d_F^2}. \tag{5}$$

Подставляя это в уравнение (2), мы находим в главном порядке

$$\frac{D_F\eta_F}{d_F^2} + ih\sin\vartheta_F = 0. \tag{6}$$

Всеми остальными членами мы пренебрегли, предполагая $\eta_F \ll \vartheta_F$ и $\partial_x^2\vartheta \ll h/D_F$. Уравнение (6) выражает $\eta_F(x)$ через $\vartheta_F(x)$ и сразу подтверждает, что $\eta_F \ll \vartheta_F$ благодаря условию (4). Теперь мы можем вычислить производную $\partial_y\theta$ на NF границе. Из уравнения (5) получается $\partial_y\theta \approx -2\eta_F/d_F = 2ihd_F\sin\vartheta_F/D_F$. Подставив это в общее граничное условие (3) и используя $\theta(x,d_N-0) = \theta(x,d_N+0) \approx \vartheta_F(x)$, мы находим

$$\partial_y\theta(x,y)|_{y=d_N-0} = 2iq\sin\theta(x,d_N), \tag{7}$$

$$q = \frac{hd_F\nu_F}{\nu_N D_N}. \tag{8}$$

Таким образом, мы свели весь слой F к эффективному граничному условию на θ в области N.

4. Эффективное уравнение для NF бислоя. Обратимся теперь к решению уравнения (1) в N с граничными условиями (7) и $\partial_y\theta(x,y)|_{y=0}=0$. Кроме этих двух условий, есть также граничные условия при $x=0,L$, однако их конкретный вид для вывода неважен. Достаточно того, что $L \gg d_N, d_F$, так что характерная длина в направлении x велика.

Мы ищем решение в N в виде

$$\theta(x,y)=\vartheta(x)+\sum_{n=2}^{\infty}\eta_n(x)\frac{y^n}{d_N^n}. \tag{9}$$

Формально такой анзац описывает все функции, удовлетворяющие $\partial_y\theta|_{y=0}=0$. Подставляя этот анзац в уравнение (1), получаем

$$\vartheta(x)''+\sum_{n=2}^{\infty}\left[\eta_n(x)''\frac{y^n}{d_N^n}+n(n-1)\eta_n(x)\frac{y^{n-2}}{d_N^n}\right]+ \\ +\frac{2iE}{D_N}\sin\left(\vartheta(x)+\sum_{n=2}^{\infty}\eta_n(x)\frac{y^n}{d_N^n}\right)=0, \tag{10}$$

где $\vartheta''\equiv\partial_x^2\vartheta$. Это двумерное уравнение разложим по степеням y/d_N, чтобы получить ряд одномерных уравнений. Первые три члена ряда (y^0,y^1,y^2) имеют вид

$$\vartheta''+\frac{2\eta_2}{d_N^2}+\frac{2iE}{D_N}\sin\vartheta=0, \tag{11}$$

$$\eta_3=0, \tag{12}$$

$$\eta_2''+\frac{12\eta_4}{d_N^2}+\frac{2iE}{D_N}\eta_2\cos\vartheta=0, \tag{13}$$

соответственно. Ряд легко продолжить. Нечетные члены ряда, как уравнение (12), приводят к $\eta_{2k+1}=0$. Четные члены ряда, начиная с уравнения (13), показывают, что $\eta_{2k+2}\sim(d_N^2E/D_N)\eta_{2k}$, так что η_{2k} образуют экспоненциально затухающую последовательность.

Уравнения (11)–(13) дополнены граничным условием (7). Подставляя в это условие наш анзац, мы получаем

$$2\eta_2+4\eta_4=2iqd_N\left[\sin\vartheta+\eta_2\cos\vartheta\right], \tag{14}$$

где мы оставили только члены двух главных порядков. Мы решим уравнения (11)–(14) последовательными приближениями, начав с главного порядка. Пренебрегая вторым членом с каждой из сторон уравнения (14), мы немедленно находим решение в главном приближении, которое обозначим за $\overline{\eta}_2$:

$$\overline{\eta}_2=iqd_N\sin\vartheta. \tag{15}$$

Подставляя это в уравнение (11), мы получим

$$\vartheta''+\frac{2i(E+h_{\text{eff}})}{D_N}\sin\vartheta=0, \tag{16}$$

$$h_{\text{eff}}\equiv\frac{qD_N}{d_N}=h\frac{\nu_Fd_F}{\nu_Nd_N}. \tag{17}$$

Таким образом, в главном порядке функция $\vartheta(x)$ подчиняется одномерному уравнению Узаделя (16), содержащему эффективное обменное поле h_{eff}, наведенное ферромагнетиком. Это известный результат [9], а наша задача состоит в поиске новых эффектов в следующем порядке по малой толщине бислоя.

Чтобы найти поправки к уравнению (16), нужно вычислить η_2 более точно. Обозначим поправку к решению уравнения (15) за $\delta\eta_2=\eta_2-\overline{\eta}_2$. Из граничного условия (14) мы получаем (удерживая только члены в первом неисчезающем порядке)

$$\delta\eta_2=-2\eta_4+iqd_N\overline{\eta}_2\cos\vartheta. \tag{18}$$

η_4 выражается через η_2 с помощью уравнения (13):

$$\eta_4=-\frac{d_N^2}{12}\left(\partial_x^2+\frac{2iE}{D_N}\cos\vartheta\right)\overline{\eta}_2= \tag{19}$$

$$-\frac{iqd_N^3}{12}\left(\vartheta''\cos\vartheta-(\vartheta')^2\sin\vartheta+\frac{iE}{D_N}\sin2\vartheta\right)= \tag{20}$$

$$-\frac{iqd_N^3}{12}\left(-\frac{i(2E+3h_{\text{eff}})}{D_N}\sin2\vartheta-c\sin\vartheta\right). \tag{21}$$

В переходе от выражения (20) к выражению (21) мы воспользовались приближенным уравнением (16), чтобы преобразовать ϑ'', а также интегралом движения этого уравнения $(\vartheta')^2-4i(E+h_{\text{eff}})/D_N\cos\vartheta=\text{const}=c$, чтобы переписать $(\vartheta')^2$. Член $c\sin\vartheta$ генерирует небольшой сдвиг энергии в уравнении Узаделя, и поэтому нерелевантен. Опуская этот член и подставляя выражение (21) в уравнение (18), мы получаем

$$\delta\eta_2=\frac{qd_N^3(2E+3h_{\text{eff}})}{6D_N}\sin2\vartheta-\frac{q^2d_N^2}{2}\sin2\vartheta \\ =\frac{d_N^4Eh_{\text{eff}}}{3D_N^2}\sin2\vartheta. \tag{22}$$

Наконец, подставив $\eta_2=\overline{\eta}_2+\delta\eta_2$ в уравнение (11), мы получаем наше финальное уравнение

$$\frac{D_N}{2}\vartheta''+i(E+h_{\text{eff}})\sin\vartheta-\Gamma\sin2\vartheta=0, \tag{23}$$

$$\Gamma=-\frac{d_N^2Eh_{\text{eff}}}{3D_N}. \tag{24}$$

Уравнения (23) и (24) составляют главный результат нашей работы. Они показывают, что сверхпроводимость в тонком диффузном NF бислое описывается эффективным одномерным уравнением Узаделя с обменным полем h_{eff} и распаривающим членом $-\Gamma\sin2\vartheta$.

Уравнение (23) следует сопроводить граничным условием при $x = 0, L$. Например, в случае системы на рис. 1 с прозрачными границами и сильными сверхпроводниками (толстыми или хорошо проводящими проводами, подавляющими обратный эффект близости) граничные условия имеют простейший вид $\vartheta(0) = \vartheta(L) = \pi/2$.

Величина распаривания Γ мала, так как содержит множитель d_N^2/D_N. Из-за этого в большинстве случаев распаривающим членом можно пренбрегать.

Уравнение (23) определяет пространственную зависимость $\vartheta(x) \equiv \theta(x, 0)$. Если вывести аналогичное уравнение для $\theta(x, y_0)$, взятой при каком-то другом фиксированном y_0, например, для $\theta(x, d_N) \equiv \equiv \vartheta + \eta_2 + \eta_4 + \ldots$, то получится другая сила распаривания Γ'. Более того, уравнение (24) подразумевает, что Γ может быть любого знака, тогда как из физических соображений Γ должна быть положительной, чтобы подавлять сверхпроводимость. Эти наблюдения означают, что у распаривающего члена нет непосредственного и самостоятельного физического смысла. Однако таковой смысл появляется в том случае, когда $E + h_{\text{eff}} \ll |h_{\text{eff}}|$, так что распаривающий член становится значимым и начинает определять непосредственно измеримые величины. В частности, в этом случае Γ определяет величину минищели S(N/F)S системы, что подробно обсуждается в следующем абзаце. В указанном пределе

$$\Gamma = \frac{d_N^2 h_{\text{eff}}^2}{3D_N}, \tag{25}$$

как и следовало, это положительная величина. Более того, несложно проверять, что в этом случае Γ оказывается одной и той же для эффективных уравнений на $\theta(x, y_0)$ для всех y_0.

5. Условия применимости. Помимо условия тонкости каждого слоя, уравнение (4), эффективное уравнение (23) требует соблюдения еще одного условия, которое мы раньше не упоминали:

$$\nu_F d_F \ll \nu_N d_N. \tag{26}$$

Это условие означает, что F много тоньше N, и оно необходимо для применимости приближенного граничного условия (7). В самом деле, мы вывели условие (7), исходя из приближенного анзаца уравнения (5), содержащего квадратичный член η_F, но не содержащего члена четвертой степени (назовем его η_{4F}), тогда как в N мы удержали и η_2, и η_4. Из общего граничного условия (3) мы заключаем, что такой подход правомерен, если $\nu_F D_F \eta_{4F}/d_F \ll \ll \nu_N D_N \eta_4/d_N$, что и переписывается в виде условия (26).

Мы также решили и более общий случай бислоя без условия (26): мы удержали η_{4F} в ферромагнетике и применяли общее граничное условие (3). Это усложняет вычисление, но не приводит ни к каким новым явлениям. В частности, оба коэффициента D_{eff} и h_{eff} в эффективном уравнении оказываются средними соответствующих коэффициентов в слоях, взвешенные с весом νd в полном согласии с прошлыми вычислениями [9], например, $D_{\text{eff}} = = (\nu_N d_N D_N + \nu_F d_F D_F)/(\nu_N d_N + \nu_F d_F)$. В то же время выражение для Γ в общем случае получается чрезвычайно громоздким.

6. Подавление минищели в S(N/F)S контакте. Минищель – явление, известное по SNS контактам. Плотность состояний $\rho_0(E)$ длинных SNS контактов имеет минищель E_g [18, 19], т.е. $\rho_0(E) = 0$ при $|E| < E_g$. В случае прозрачных NS границ $E_{g0} = C_2 E_{\text{Th}}$, где $E_{\text{Th}} \equiv D/L^2$ – энергия Таулесса, а $C_2 \approx 3.122$ [18, 19]. В SFS контакте по сравнению с SNS контактом дополнительно есть обменное поле h, которое сдвигает плотность состояний по энергии на зависящую от спина величину σh, т.е. $\rho_\sigma(E) = \rho_0(E + \sigma h)$. В то же время, форма кривой и, в частности, ширина минищели при этом сохраняются.

В свою очередь, добавление распаривания в SNS контакт влияет на минищель. При увеличении Γ минищель уменьшается и в конце концов закрывается при $\Gamma = \Gamma_c = \pi^2 E_{\text{Th}}/4$ [20]. При больших энергиях на месте минищели остается лишь небольшой провал в $\rho(E)$. Эта зависимость исследовалась в SNS контактах с магнитными примесями [20, 21], которые приводят к такому же распаривающему члену, что и в уравнении (23). Так как в SNS контактах с магнитными примесями нет среднего обменного поля, минищель (или провал) всегда находится при $E = 0$.

В нашей S(N/F)S системе присутствуют и обменное поле, и распаривание. Поэтому разрешенная по спину плотность состояний $\rho_\sigma(E)$ имеет минищель при $E_0 = -\sigma h_{\text{eff}}$ и эта минищель уменьшена или полностью подавлена распариванием Γ. Чтобы эффект распаривания был заметным, Γ по порядку величины должна быть сопоставима с E_{Th}. Для этого h_{eff} должно быть порядка $\sqrt{E_{\text{Th}} D_N}/d_N = D_N/(L d_N) \gg \gg E_{\text{Th}}$. В частности, закрытие минищели происходит при значении эффективного обменного поля

$$h_c = \frac{\sqrt{3 D_N \Gamma_c}}{d_N} = \frac{\pi \sqrt{3} D_N}{2 L d_N}. \tag{27}$$

На рисунке 2 показана плотность состояний $\rho_\uparrow(E)$ S(N/F)S системы в зависимости от h_{eff}. Плотность состояний была получена путем численного

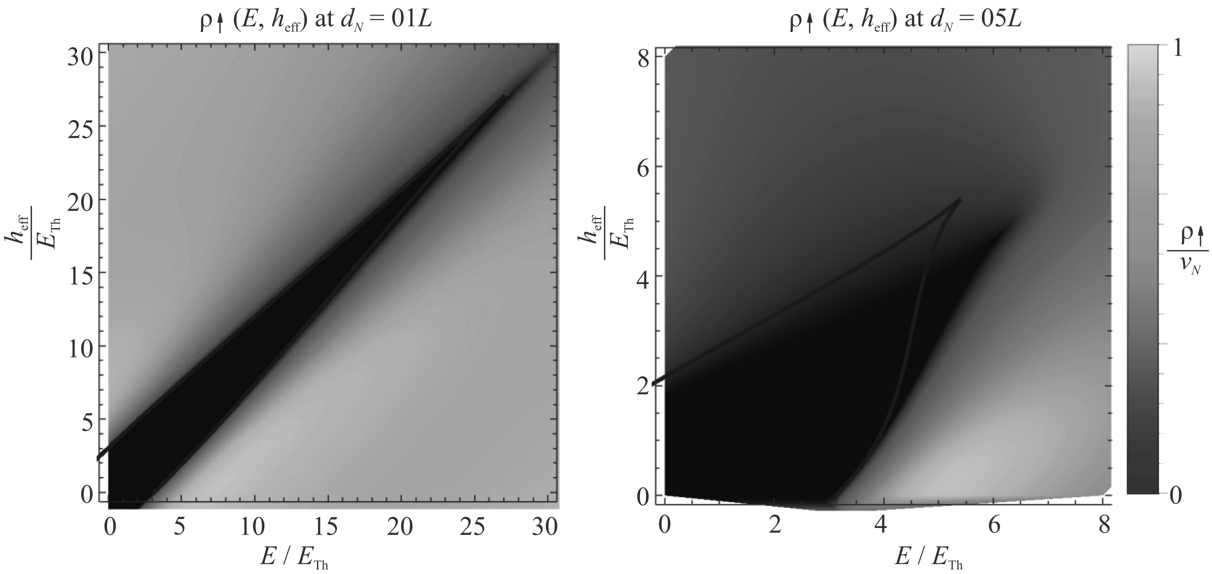

Рис. 2. (Цветной онлайн) Плотность состояний $\rho_\uparrow$ как функция энергии E и обменного поля h_{eff} для $L = 10d_N$ (слева) и $L = 2d_N$ (справа). Сплошные синие линии показывают минищель из эффективной одномерной теории уравнения (23). Красная точка отмечает закрытие минищели при $h_{\text{eff}} = h_c$. Выраженная цветом плотность состояний получена численным решением исходного двумерного уравнения (1). Темно-синий означает нулевую плотность состояний $\rho_\uparrow = 0$, желтый означает нормальную металлическую плотность состояний $\rho_\uparrow = \nu_N$

решения исходных двумерных уравнений Узаделя (1), (2). Синяя сплошная линия показывает минищель, предсказываемую эффективным одномерным уравнением (23). По мере увеличения h_{eff} минищель сдвигается и одновременно ужимается, окончательно закрываясь при $h_{\text{eff}} = h_c$. При $L/d_N = 10$ (левый график) согласие между теорией уравнения (23) и двумерным численным счетом очень хорошее. При $L/d_N = 2$ (правый график) согласие тоже на удивление хорошее, учитывая, что d_N/L является малым параметром построенной теории.

Используя $\rho_\uparrow(E,h) = \rho_\uparrow(-E,-h) = \rho_\downarrow(-E,h)$, полную плотность состояний можно записать как $\rho(E,h) = \rho_\uparrow(E,h)+\rho_\uparrow(-E,h)$. Таким образом, $\rho(E,h)$ получается сложением графика $\rho_\uparrow(E,h)$, рис. 2 с его зеркальным отражением относительно оси ординат. Получающееся таким образом $\rho(E)$ показано на рис. 3. В зависимости от величины эффективного обмена h_{eff} S(N/F)S система может быть в одном из четырех режимов. При малых полях, $h_{\text{eff}} \ll E_{\text{Th}}$, распаривание пренебрежимо мало и весь эффект (в сравнении с SNS системой) сводится к расщеплению по спину края минищели, см. рис. 3a, b. При средних полях, $E_{\text{Th}} \ll h \ll D/(d_N L)$, минищели в $\rho_\uparrow$ и $\rho_\downarrow$ значительно раздвинуты, так что перекрытия между ними не остается и, соответственно, отсутствует минищель в полной плотности состояний, см. рис. 3c. Наконец, при больших полях минищели ужимаются и окончательно закрываются при $h_c = \pi\sqrt{3}/2 \cdot D/(d_N L)$, см. рис. 3d. При еще больших полях в $\rho_\uparrow, \rho_\downarrow$ уже нет щелей, только небольшой провал при $E = \pm h_{\text{eff}}$.

7. Обсуждение. Распаривающие члены, как в уравнении (23), хорошо известны. Обычно распаривающий член возникает из-за магнитных примесей [22], т.е. короткокоррелированных случайных обменных полей. К такому же члену приводят и случайные поля с большой длиной корреляции (случайная доменная структура) [23–25]. Орбитальные эффекты магнитного поля также приводят к такому члену [26, 27]. Другой возможный источник распаривания – мезоскопические флуктуации силы взаимодействия/параметра порядка [28]. Общее свойство всех этих механизмов – усреднение по различным мезоскопическим реализациям системы, приводящее к описанию усредненной системы. Наш случай не вписывается в этот ряд, так как распаривание возникает из фиксированной конфигурации обменных полей. В то же время, нашу теорию можно интерпретировать как некоторое усреднение по координате y, сводящее двумерное описание к одномерному.

Мы стали изучать S(N/F)S контакт вида рис. 1, так как подобная система была исследована экспериментально [9]. Параметры эксперимента $L = 130$ нм, $d_N = 60$ нм (медь) и $d_F = 10{-}15$ нм (железо) соответствуют условиям применимости нашей теории. Хотя

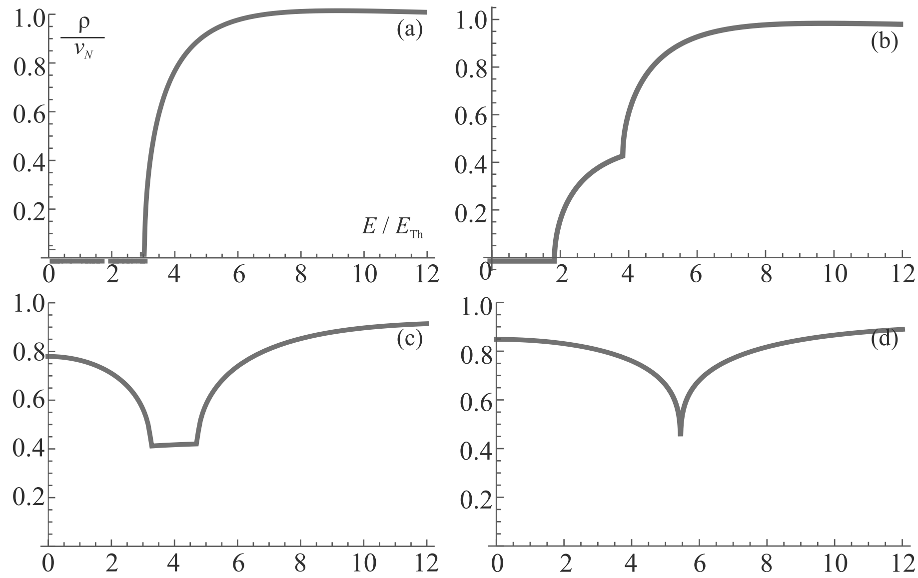

Рис. 3. (Цветной онлайн) Полная плотность состояний $\rho = \rho_\uparrow + \rho_\downarrow$ в точке $x = L/2$ для S(N/F)S системы с $L = 2d_N$ для различных значений $h_{\rm eff}$. ρ – четная функция энергии: $\rho(-E) = \rho(E)$. Величина поля равна: (a) – $h_{\rm eff} = 0$, так что $\rho = 2\rho_\uparrow$ и есть четкая минищель; (b) – $h_{\rm eff} = E_{\rm Th} < E_g$, так что край минищели ступенчатый за счет зеемановского расщепления; (c) – $h_{\rm eff} = 4E_{\rm Th} > E_g$, так что минищели в $\rho_\uparrow$ и $\rho_\downarrow$ раздвинуты и щели в полной плотности состояний уже нет; (d) – $h_{\rm eff} = h_c$. Минищель в ρ_σ как раз закрылась и превратилась в провал. Дальнейшее увеличение $h_{\rm eff}$ приведет к уменьшению величины провала

контакт не особенно длинный, $L \approx 2d_N$, наша эффективная одномерная теория дает неплохое согласие с двумерными уравнениями, см. правый график на рис. 2.

Судя по данным эксперимента [9] и, в частности, рис. 4 в [9], система находится в режиме слабого поля (рис. 3b): минищель $E_g \approx 65\,\mu$eV с краем, расщепленным на величину $\Delta U \approx 20\,\mu$eV. Таким образом, эффекты распаривания несущественны в этом эксперименте.

Чтобы обнаружить подавление минищели в S(N/F)S контакте, параметр порядка Δ в S должен превышать h_c, иначе минищель выйдет за пределы сверхпроводящей щели проводов. Хотя это вполне достижимое условие, есть более простое решение. Если изготовить S(F/N/F$'$)S, в котором F,F$'$ – одинаковые ферромагнетики с противоположной намагниченностью, среднее поле будет равно нулю, $h_{\rm eff} = 0$ (или будет небольшим, если F и F$'$ будут не совсем одинаковыми). В то же время, распаривание в таком трислое останется достаточно сильным, порядка $d_N^2 h_{\rm eff0}^2/D_N$, где $h_{\rm eff0}$ – эффективное обменное поле, которое было бы наведено, будь F и F$'$ намагничены параллельно. Отсутствие эффективного обмена $h_{\rm eff}$ в трислое также означает, что минищели для $\rho_\uparrow$ и $\rho_\downarrow$ находились бы при $E = 0$ и совпадали, образуя минищель и в полной плотности состояний ρ, которую проще обнаружить, чем минищель для определенной проекции спина. Подробные вычисления для S(F/N/F$'$)S системы будут опубликованы отдельно.

Эффективное уравнение (23) может применяться не только в джозефсоновских контактах, но и, например, $S(N/F)$, $S(N/F)NS$ и других системах, в которых есть связи, состоящие из тонких слоев, ориентированных вдоль направления связи.

Помимо бислоев типа FN, теория также описывает бислои $\rm NI_F$, где за $\rm I_F$ обозначен магнитный диэлектрик – диэлектрик, отражающий электроны с разным спином по-разному. Как было показано Cottet et al. [29], контакт с таким диэлектриком описывается граничным условием ровно такой же формы, что и уравнение (7).

Формально уравнение (7) можно интерпретировать и как граничное условие Куприянова–Лукичева [30], описывающее туннельный контакт с нормальным металлом с мнимой туннельной проводимостью $g_t \propto iq$. И наоборот, для рассмотрения SNS, в котором N туннельно связан с металлическим резервуаром, мы должны использовать граничное условие (7) с мнимым параметром q. Это приведет к мнимой поправке $i\gamma$ к энергии (не зависящей от спина), описывающей утечку в металлический резервуар. В этом случае минищель пропадет, а распаривающий член окажется пренебрежимым, так как член $(E+i\gamma)\sin\vartheta$ будет главным в уравнении Узаделя при любых энергиях.

До сих пор мы обсуждали влияние распаривания только на плотность состояний. Другими важнейшими характеристиками джозефсоновского контакта являются ток-фазовая зависимость $I(\varphi)$ и вольт-амперная характеристика (ВАХ) $V(I)$. Для вычисления сверхтока решение Узаделя необходимо решить при ненулевой разности фаз. При этом в функции Грина возникает дополнительный параметр – фаза $\chi(x,y)$ и число переменных в уравнениях удваивается. Мы полагаем, что и в этом случае двумерное уравнение Узаделя сводится к эффективному одномерному, однако это требует очень громоздких вычислений. В любом случае можно утверждать, что ток-фазовая зависимость будет обладать той же симметрией $I(-\varphi) = -I(\varphi)$, что и SFS и SNS контакты. Это непосредственно следует из симметрии системы относительно преобразования $\{x,\varphi\} \mapsto \{-x,-\varphi\}$. Мы ожидаем, что эффект распаривания количественный и небольшой, $\delta I \sim I d_N^2 h_{\text{eff}}/D_N$. В пользу этого говорит то, что равновесный ток можно вычислять с помощью техники Мацубары, требующей решения уравнений при мнимых энергиях $E = i\omega_k$. В этом случае энергетический член в уравнении Узаделя всегда много больше распаривающего, а потому последний может привести лишь к небольшим количественным поправкам.

Вольт-амперная характеристика джозефсоновских контактов обычно довольно богатая и сложная. Как правило, она отражает особенности в плотности состояний, что приводит к особенностям при $eV = 2\Delta$ и $eV = 2E_g$, как видно на рис. 4 работы [9], однако может обнаруживать и многие дополнительные особенности, например субгармоническую щелевую структуру при $eV = 2\Delta/n$ вследствие многократного андреевского отражения [31–33]. Мы не знаем, как будет устроено взаимное влияние многократного андреевского отражения, обменного поля, распаривания, но уверены, что подавление минищели, которое мы обсудили выше, проявится в ВАХ S(N/F)S контакта.

8. Заключение. Мы показали, что сверхпроводимость в тонком NF бислое может быть описана одномерным уравнением Узаделя (23) с эффективным обменным полем h_{eff} уравнения (17) и распариванием Γ уравнения (24). Распаривание возникает благодаря неотъемлемой неоднородности бислоя и подавляет сверхпроводимость. Сила распаривания порядка $\Gamma \sim d_N^2 h_{\text{eff}}^2/D_N \ll h_{\text{eff}}$ и распаривание становится важным только при энергиях, близких к $\pm h_{\text{eff}}$. В этом случае оно приводит к уменьшению минищели в разрешенной по спину плотности состояний S(N/F)S системы. При $h_{\text{eff}} > h_c = \pi\sqrt{3}D_N/(2Ld_N)$ минищель полностью закрывается. Перспективной системой для наблюдения подавления минищели является S(F/N/F′)S, где F, F′ в трислое имеют противоположную намагниченность. В такой системе эффективное поле h_{eff} может быть нулевым или малым, в то время как распаривание остается достаточно сильным. Помимо бислоев из нормального металла и ферромагнетиков, теория применима и к гетероструктурам с другими материалами, например, магнитными диэлектриками.

Мы благодарим В. В. Рязанова, Я. В. Фоминова, П. М. Островского и М. В. Фейгельмана за ценные замечания.

Работа была поддержана Российским научным фондом (грант номер 19-72-00125). Численный анализ одномерного уравнения Узаделя был выполнен при поддержке Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

---

1. A. I. Buzdin, Rev. Mod. Phys. **77**, 935 (2005).
2. F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, Rev. Mod. Phys. **77**, 1321 (2005).
3. S. V. Mironov, A. V. Samokhvalov, A. Buzdin, and A. S. Mel'nikov, JETP Lett. **113**, 2 (2021).
4. V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Yu. Rusanov, A. V. Veretennikov, A. A. Golubov, and J. Aarts, Phys. Rev. Lett. **86**, 2427 (2001).
5. T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, F. Genêt, B. Stephanidis, and R. Boursier, Phys. Rev. Lett. **89**, 137007 (2002).
6. S. Oh, D. Youm, and M. R. Beasley, Appl. Phys. Lett. **71**, 2376 (1997).
7. L. R. Tagirov, Phys. Rev. Lett. **83**, 2058 (1999).
8. P. V. Leksin, N. N. Garif'yanov, I. A. Garifullin, J. Schumann, H. Vinzelberg, V. Kataev, R. Klingeler, O. G. Schmidt, and B. Büchner, Appl. Phys. Lett. **97**, 102505 (2010).
9. T. E. Golikova, F. Hübler, D. Beckmann, I. E. Batov, T. Yu. Karminskaya, M. Yu. Kupriyanov, A. A. Golubov, and V. V. Ryazanov, Phys. Rev. B **86**, 064416 (2012).
10. K. D. Usadel, Phys. Rev. Lett. **25**, 8 (1970).
11. T. Yu. Karminskaya and M. Yu. Kupriyanov, JETP Lett. **85**(6), 286 (2007).
12. T. Yu. Karminskaya, A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and A. S. Sidorenko, Phys. Rev. B **79**, 214509 (2009).
13. T. Yu. Karminskaya, A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and A. S. Sidorenko, Phys. Rev. B **81**, 214518 (2010).

14. S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, T. Yu. Karminskaya, M. Yu. Kupriyanov, and A. A. Golubov, Supercond. Sci. Technol. **26**, 015005 (2013).
15. A. A. Golubov and M. Y. Kupriyanov, Pis'ma v ZhETF **61**, 830 (1995) [JETP Lett. **61**, 851 (1995)].
16. A. Altland and M. R. Zirnbauer, Phys. Rev. Lett. **76**, 3420 (1996).
17. S. Guéron, H. Pothier, N. O. Birge, D. Esteve, and M. H. Devoret, Phys. Rev. Lett. **77**, 3025 (1996).
18. F. Zhou, P. Charlat, B. Spivak, and B. Pannetier, J. Low Temp. Phys. **110**, 841 (1998).
19. D. A. Ivanov, R. von Roten, and G. Blatter, Phys. Rev. B **66**, 052507 (2002).
20. B. Crouzy, E. Bascones, and D. A. Ivanov, Phys. Rev. B **72**, 092501 (2005).
21. J. C. Hammer, J. C. Cuevas, F. S. Bergeret, and W. Belzig, Phys. Rev. B **76**, 064514 (2007).
22. A. A. Abrikosov and L. P. Gor'kov, ZhETF **39**, 1781 (1960) [Sov. Phys. JETP **12**, 1243 (1961)].
23. D. A. Ivanov and Ya. V. Fominov, Phys. Rev. B **73**, 214524 (2006).
24. B. Crouzy, S. Tollis, and D. A. Ivanov, Phys. Rev. B **76**, 134502 (2007).
25. D. A. Ivanov, Ya. V. Fominov, M. A. Skvortsov, and P. M. Ostrovsky, Phys. Rev. B **80**, 134501 (2009).
26. A. I. Larkin, ZhETF **48**, 232 (1965) [Sov. Phys. JETP **21**, 153 (1965)].
27. W. Belzig, C. Bruder, and G. Schön, Phys. Rev. B **54**, 13 (1996).
28. M. A. Skvortsov and M. V. Feigel'man, ZhETF **144**, 560 (2013) [Sov. Phys. JETP **117**, 487 (2013)].
29. A. Cottet, D. Huertas-Hernando, W. Belzig, and Yu. V. Nazarov, Phys. Rev. B **80**, 184511 (2009).
30. M. Y. Kuprianov and V. F. Lukichev, Pis'ma v ZhETF **94**, 139 (1988) [Sov. Phys. JETP **67**, 1163 (1988)].
31. N. van der Post, E. T. Peters, I. K. Yanson, and J. M. van Ruitenbeek, Phys. Rev. Lett. **73**, 2611 (1994).
32. G. E. Blonder, M. Tinkham, and T. M. Klapwijk, Phys. Rev. B **25**, 4515 (1982).
33. T. M. Klapwijk, G. E. Blonder, and M. Tinkham, Physica (Amsterdam) **109–110B**, **C**, 1657 (1982).