

# Электромагнитно индуцированные решетки атомных населенностей, создаваемые с помощью предельно коротких световых импульсов (Миниобзор)

Р. М. Архипов<sup>1)</sup>

Санкт-Петербургский государственный университет, 199034 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 7 апреля 2021 г.

После переработки 7 апреля 2021 г.

Принята к публикации 8 апреля 2021 г.

Электромагнитно индуцированные решетки (ЭМИР) атомных населенностей создаются в резонансных средах при интерференции двух и более монохроматических пучков, перекрывающихся в среде. Они вызывают значительный интерес в связи с возможностью многочисленных применений в оптике и спектроскопии. В последние годы достигнут значительный прогресс в генерации предельно коротких импульсов фемто- и аттосекундной длительности. Для таких коротких импульсов создание интерференционной картины невозможно, так как область их перекрытия крайне мала, что не позволит создать даже нескольких интерференционных полос. Но при когерентном взаимодействии со средой (когда длительность импульсов короче времен релаксации в среде) они способны быстро изменять населенности атомных уровней за счет когерентных осцилляций Раби (*carrier wave Rabi flopping*). И в этом случае создание решеток населенностей возможно без одномоментного перекрытия коротких световых импульсов в среде. Приводится обзор последних результатов по созданию и управлению ЭМИР с помощью последовательности одноцикловых и субцикловых световых импульсов. Показана возможность применения униполярных субцикловых импульсов для более эффективного управления населенностями атомных систем и ЭМИР, по сравнению с биполярными многоцикловыми импульсами. Обсуждаются различные применения данных решеток в сверхбыстрой оптике и для голографической записи при использовании униполярных импульсов.

DOI: 10.31857/S1234567821100025

**Введение.** Электромагнитно индуцированные решетки атомных населенностей (ЭМИР) создаются в резонансной среде с помощью монохроматического лазерного излучения при интерференции двух и более пучков света, перекрывающихся в среде [1–3]. Возникновение интерференционной картины приводит к пространственной модуляции населенностей энергетических уровней среды, и в среде возникают пространственные решетки населенностей. В современной литературе за последние десятилетия активно описывается возможность создания ЭМИР в трех- и четырехуровневых резонансных средах, в которых реализуется режим электромагнитно-индуцированной прозрачности [2, 3]. Интерес к таким решеткам обусловлен в первую очередь возможностью их многочисленного применения, например, в системах полностью оптической связи [4–7], для создания фотонных запрещенных зон с помощью света [8], реализации устройств хранения и переключения света [9–12], дефлекторов лазер-

ного излучения [13, 14] и др. приложений [15–18]. Процессы формирования и свойства ЭМИР, созданных таким образом и их применения, описаны в монографии [1].

Не претендуя на полноту полного обзора исследований в данном направлении и отсылая читателя к специальной литературе (см., например, [1–3] и цитируемую литературу), отметим, что ЭМИР использовались для наблюдения эффекта Тальбо [19, 20], а также имеют различные применения в спектроскопии, например, для детектирования оптических восприимчивостей [21], исследования динамики квантовых точек [22, 23] и населенностей молекул [24]. Между тем активно изучается дифракция пробного излучения на ЭМИР [25–28]. Экспериментально ЭМИР реализуются, например, в парах рубидия [29, 30]. Наиболее привлекательной является получение решеток в холодных атомах, в которых эффект Додлера является несущественным. Так экспериментально решетки были получены в холодных парах натрия [31], цезия [32] и недавно в холодных атомах рубидия [33].

<sup>1)</sup>e-mail: arhipovrostislav@gmail.com

В последних работах сообщается об использовании ЭМИР для наблюдения так называемых хиральных краевых токов в атомах [34], а также сообщается о применении ЭМИР в топологической фотонике – наблюдение краевых солитонов [35] и спин-орбитального взаимодействия в фотонно-индуцированном графене [36]. На момент написания настоящего обзора появились сообщения о создании эффективного полностью оптического модулятора света [37] на основе атомных решеток населенностей и модификации систем измерения фазы и частоты УФ импульсов [38].

Таким образом, данная тематика, посвященная созданию ЭМИР и изучению их свойств, является активно развивающейся областью современной оптики за последнее время. Однако, как уже отмечалось выше, создание решеток в этом случае происходит при интерференции монохроматических лазерных пучков, перекрывающихся в среде. В последние годы был достигнут значительный прогресс в получении предельно коротких световых импульсов (ПКИ) с длительностью в фемто- и аттосекундном диапазоне [39–44]. Характерные времена осцилляций волновых пакетов в атомах, молекулах и твердых телах могут лежать в аттосекундном диапазоне, поэтому такие импульсы активно применяются для изучения и контроля динамики волновых пакетов в веществе [44–46]. Получаемые на практике импульсы являются биполярными, в них вектор напряженности электрического поля много раз меняет знак на противоположный за длительность импульса. И интеграл от напряженности поля по времени (электрическая площадь импульса) равен нулю. При дальнейшем сокращении длительности импульсов возникает уже переход к униполярным и субцикловым импульсам, содержащим полуволну поля одной полярности, которые могут обладать уже отличной от нуля электрической площадью [47–50]. Это открывает новые возможности в оптике – такие импульсы способны оказывать более быстрое и эффективное воздействие на атомные системы, по сравнению с обычными биполярными импульсами [51–57].

При когерентном взаимодействии ПКИ с резонансными средами (длительность импульса короче времен релаксации разности населенностей  $T_1$  и поляризации  $T_2$  в среде) за счет осцилляций Раби возможно быстрое изменение населенностей атомных уровней, которое может происходить за времена порядка длительности импульса [58]. А в среде возможно создание решеток населенностей и фотонного эха с помощью последовательности импульсов, без моментного перекрытия последних в среде [59–90]. В

этом существенное отличие от рассмотренного выше подхода, когда создание ЭМИР происходит при перекрытии длинных квазимонохроматических лазерных пучков в среде. Этот эффект был продемонстрирован уже в первых экспериментах по наблюдению фотонного эха, в которых использовались длинные импульсы [59, 61]. Однако в литературе ему уделяется не столь значительное внимание, как решеткам, наводимым с помощью перекрывающихся пучков. И отсутствуют обзорные статьи, в которых были бы резюмированы последние результаты в данной области. Ранние результаты по изучению ЭМИР, наведенных с помощью длинных многоцикловых импульсов, и вопросы их применения в эхо-голографии резюмированы в обзорах Штыркова [68, 69]. Возможность наведения и сверхбыстрого управления решетками населенностей при когерентном возбуждении среды ПКИ одноцикловой и субцикловой длительности активно изучалась только в последние пять лет [73–90].

Целью настоящего миниобзора является восполнить указанный пробел и резюмировать последние результаты в области создания и сверхбыстрого управления ЭМИР с помощью последовательности одноцикловых и субцикловых ПКИ, не встречающихся в среде. Данное явление пока еще не нашло многочисленных применений в физике и не очень хорошо известно. Это связано, по-видимому, с трудностью в экспериментальной реализации одноцикловых и униполярных субцикловых импульсов в оптическом диапазоне. Тем не менее в последние годы наблюдается интерес к получению униполярных и субцикловых импульсов в оптике, см. предыдущие обзоры автора и цитируемую литературу [47–50]. Применение последних открывает много новых возможностей в оптике [51–57], в частности, в голографии [89].

Ниже последовательно разбирается динамика решеток в двухуровневой, трехуровневой и многоуровневой среде. Обсуждается применение ЭМИР в сверхбыстрой оптике и голографии. Показана возможность эффективного и сверхбыстрого воздействия униполярных субцикловых импульсов на атомные системы, по сравнению с биполярными многоцикловыми.

**Решетки населенностей, создаваемые длинными лазерными импульсами, не перекрывающимися в резонансной среде.** Эффект создания ЭМИР был продемонстрирован уже в первых экспериментах по наблюдению фотонного эха Абеллой и соавторами [59], в которых два лазерных импульса проходили через резонансно поглощающую среду под разными углами и с задержкой.

В этом эксперименте излучение фотонного эха регистрировалось в направлении, не совпадавшем с направлениями распространения пучков накачки из-за появления в среде ЭМИР, созданной без перекрытия пучков. Затем появилась теоретическая работа Штыркова [60], в которой была показана возможность наведения решетки населенностей с помощью пары квазимонохроматических импульсов с прямоугольной огибающей, но одновременно не встречающихся в среде.

Физический механизм создания решеток заключается в следующем. Пусть короткий лазерный импульс 1 с длительностью короче времен релаксации среды, распространяется слева направо в двухуровневой резонансной среде, см. рис. 1. Концентрацию частиц считаем малой, чтобы изменением формы импульсов при распространении можно было пренебречь. Этот импульс оставляет после себя систему в суперпозиционном состоянии и формирует бегущую волну поляризации среды, осциллирующей на частоте резонансного перехода. Когерентность среды будет существовать в течение времени релаксации поляризации  $T_2$ . Если теперь в среде в противоположном направлении распространяется второй такой же импульс, не встречающийся с первым и спустя интервал времени короче  $T_2$ , то этот импульс будет взаимодействовать с данной волной поляризации.

Причем фаза осцилляций атомных диполей будет существенно зависеть от положения диполя в среде и от момента времени прихода 2-го импульса в заданную точку, т.е. от задержки между импульсами. Таким образом, в какой-то точке осцилляции атомных диполей будут гаситься вторым импульсом, а в другой точке наоборот, раскачиваться. Это приведет к созданию периодической решетки разности населенностей в среде [73–90].

Затем последовало экспериментальное наблюдение эффекта в охлажденном кристалле рубина, возбуждаемого парой наносекундных импульсов от рубинового лазера [61]. Эта идея создания ЭМИР получила дальнейшее развитие в последующих работах [62, 63]. В [62] теоретически изучался вопрос создания ЭМИР при ненулевой отстройке частоты лазерных импульсов от частоты перехода среды и в среде с неоднородным уширением резонансного перехода. Также в этой работе упоминалась возможность измерения времен релаксации среды и дипольного момента перехода при дифракции света на ЭМИР. В работе [63] была построена теория создания таких решеток с помощью длинных многоцикловых лазерных импульсов и рассматривалась возможность наведения решеток заселенностей ультрамалого пе-

риода для детального изучения спектроскопических параметров атомных систем, а также релаксационных процессов, диффузии возбуждений. В дальнейшей экспериментальной работе [64] была показана возможность создания решетки парой пикосекундных лазерных импульсов, не встречающихся в среде, и измерено ее время релаксации поляризации  $T_2$ . Этот метод создания решеток был также предложен для так называемой эхо-голографии – методе записи и восстановления волновых фронтов, когда объектный, опорный и сигнальный лучи проходят через среду, но не перекрываются в ней, см., например, [65–69]. Более подробно результаты этих ранних исследований резюмированы в обзорах Штыркова и соавторов [68, 69]. Однако все эти исследования проводились в двухуровневой среде при использовании длинных многоцикловых световых импульсов. Наведение когерентности в многоуровневой среде с помощью широкополосных ПКИ при исследовании фотонного эха обсуждалось в работах Сазонова и соавторов [70–72].

Ниже будут рассмотрены последние результаты по созданию и сверхбыстрому управлению ЭМИР в резонансных средах с помощью ПКИ одноциклового и субциклового длительности, как в двухуровневой, так и в многоуровневой среде [73–90].

**Создание и сверхбыстрое управление решетками населенностей с помощью одноцикловых и субцикловых световых импульсов в двухуровневой резонансной среде.** Возможность создания ЭМИР с помощью ПКИ была изучена теоретически сравнительно недавно в наших работах [73–90]. В первой работе [73] Архипова и соавторов впервые была показана возможность наведения решеток с помощью биполярных ПКИ, не перекрывающихся в среде. При этом среда моделировалась в двухуровневом приближении, и не использовалось приближение медленно-меняющихся амплитуд и вращающейся волны. Была показана возможность создания, стирания и деактивации решеток с помощью пары, трех и четырех импульсов соответственно. Длительность импульсов в расчетах была порядка 700 ас, а длина волны резонансного перехода среды составляла 700 нм. Амплитуда импульсов выбиралась такой, чтобы импульсы действовали, как  $\pi/2$ -импульсы.

В работах [74–75] была развита детальная теория наведения, стирания и сверхбыстрого управления (мультиплицирования пространственной частоты) решетками разности населенностей в двухуровневой резонансной среде с помощью последовательности биполярных импульсов фемтосекундной и ат-

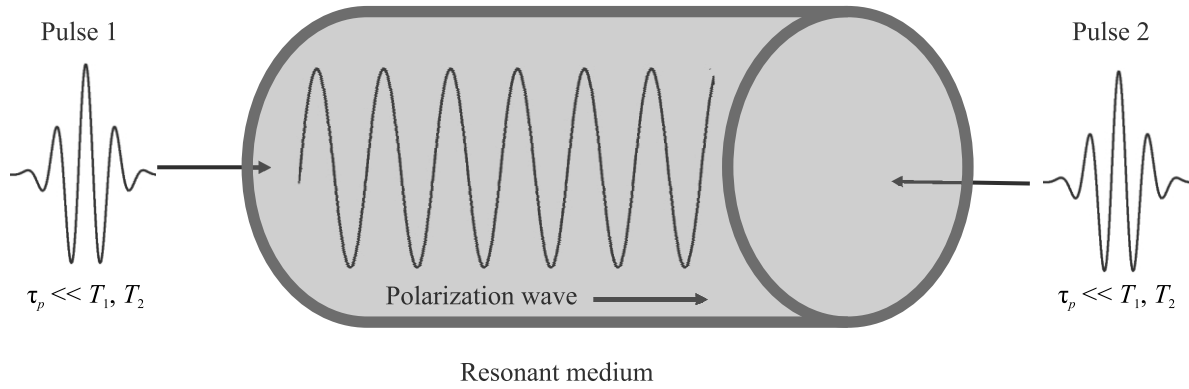


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема формирования решеток населенностей с помощью пары коротких световых импульсов, не перекрывающихся в среде. В резонансно поглощающей среде навстречу друг другу распространяются два коротких световых импульса 1 и 2 с длительностью короче времени релаксации разности населенностей  $T_1$  и поляризации  $T_2$  среды

тосекундной длительности. Взаимодействие таких импульсов с двухуровневой средой описывается с помощью системы уравнений Максвелла–Блоха, которая имеет вид [73–79]:

$$\frac{\partial \rho_{12}(z, t)}{\partial t} = -\frac{\rho_{12}(z, t)}{T_2} + i\omega_0 \rho_{12}(z, t) - \frac{i}{\hbar} d_{12} E(z, t) n(z, t), \quad (1)$$

$$\frac{\partial n(z, t)}{\partial t} = -\frac{n(z, t) - n_0(z)}{T_1} + \frac{4}{\hbar} d_{12} E(z, t) \text{Im} \rho_{12}(z, t), \quad (2)$$

$$P(z, t) = 2N_0 d_{12} \text{Re} \rho_{12}(z, t), \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P(z, t)}{\partial t^2}. \quad (4)$$

Система (1)–(4) содержит следующие параметры:  $\rho_{12}$  – недиагональный элемент матрицы плотности,  $n = \rho_{11} - \rho_{22}$  – разность населенностей (инверсия) среды,  $P$  – поляризация среды,  $N_0$  – концентрация двухуровневых атомов,  $E$  – напряженность электрического поля,  $c$  – скорость света в вакууме,  $\hbar$  – приведенная постоянная Планка,  $\omega_0$  – частота резонансного перехода среды ( $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$  – длина волны резонансного перехода,  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  – волновое число),  $d_{12}$  – дипольный момент резонансного перехода,  $n_0$  – разность населенностей двух рабочих уровней при отсутствии электрического поля ( $n_0 = 1$  для поглощающей среды). В среду в разном направлении посылались ПКИ гауссовой формы:

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{(t-\Delta_i)^2}{\tau^2}} \sin[\omega_0(t - \Delta_{ik})], \quad (5)$$

Здесь  $\Delta_{ik}$  – задержка между соседними импульсами.

В [74, 75] были получены приближенные аналитические решения системы уравнений для матрицы плотности (1)–(2), когда система возбуждалась последовательностью дельта-образных импульсов с задержками между ними:

$$E_i = \frac{\hbar \Theta_i}{d_{12}} \delta\left(t \pm \frac{z}{c} - \Delta_i\right), \quad (6)$$

$\Theta_i$  – площадь  $i$ -го импульса. Нетрудно видеть, что  $\Theta_i = 1/2$  соответствует  $\pi/2$ -импульсу. Следуя работам [74, 75, 77], предположим, что импульс (6) действовал от момента времени  $t_0$  до момента времени  $t$ . Тогда система уравнений для матрицы плотности (1)–(2) в пренебрежении релаксационными членами легко может быть переписана в интегральной форме:

$$\delta \rho_{12} = -i \frac{d_{12}}{\hbar} e^{i\omega_0 t} \int_{t-t_0}^t n(t') E(t') e^{-i\omega_0 t'} dt', \quad (7)$$

$$\delta n = 4 \frac{i d_{12}}{\hbar} \int_{t-t_0}^t \text{Im} \rho_{12}(t') E(t') dt'. \quad (8)$$

Решая последовательно (7)–(8) для последовательности одинаковых дельта-образных импульсов с  $\Theta = 1/2$ , нетрудно получить выражение для населенности и недиагонального элемента матрицы плотности после 2-го и 3-го импульса соответственно (при  $\omega_0 \Delta_1 = \frac{\pi}{2} + \pi n$ ,  $\omega_0 \Delta_2 = \frac{\pi}{2} + 2\pi m$ , где  $m, n$  – целые числа) [74]:

$$n_2 = -\cos(2k_0 z), \quad \rho_{12} = -0.5 \cos(2k_0 z) e^{i(\omega_0 t + k_0 z)},$$

$$n_3 = 0, \quad \rho_{12} = e^{i\omega_0 t + 3k_0 z} / 2. \quad (9)$$

Это соответствует возникновению решетки заселенностей с периодом  $\lambda_0/2$  после 2-го импульса. При этом третий импульс стирает решетку, обращая инверсию в 0, и создает медленную волну поляризации с периодом  $\lambda_0/3$  и бегущую со скоростью  $c/3$ . О существовании медленных бегущих волн поляризации упоминалось в работе [74]. Процедуру управления решетками можно продолжить, пустив в среду 4-ый импульс, который наведет решетку с удвоенной пространственной частотой  $4k_0$ :

$$n_4 = -\cos(4k_0z), \quad \rho_{12} = -0.5 \sin(4k_0z)e^{i(\omega_0 t + 3k_0z)}. \tag{10}$$

Таким образом, используя последовательность ПКИ, можно не только создавать, но и управлять решетками населенностей – стирать их, мультиплицировать их пространственные периоды.

Данные простые выражения получены в приближении дельта-образных импульсов. Для учета конечной длительности импульсов в форме (5) в работе [75] проводился детальный анализ с помощью аналитического решения системы уравнений (1)–(2). Он велся в двух приближениях – когда импульсы короче периода резонансного перехода в среде и длинее. Проведенный аналитический анализ является более горомоздким, чем приведенное выше упрощенное рассмотрение. Однако его результаты также показывают возможность наведения и сверхбыстрого управления решетками населенностей в двухуровневой резонансной среде.

Наиболее точный анализ динамики ЭМИР, свободный от указанных выше приближений, может быть проведен с помощью численного решения системы уравнений Максвелла–Блоха (1)–(4) с последовательностью импульсов в форме (5). Такие расчеты проводились в работах [74, 75]. Пример динамики решеток поляризации и инверсии приведен на рис. 2. Номера импульсов, их направления распространения показаны цифрами и стрелками. Данный пример наглядно иллюстрирует описанный выше сценарий, при котором в среде возможно возникновение, стирание и мультиплицирование пространственного периода решеток поляризации и разности населенностей.

В приведенном примере на рис. 2 среда возбуждалась последовательностью одноцикловых биполярных импульсов. Очевидно, что униполярные субцикловые импульсы способны более быстро менять состояние среды, чем многоцикловые. Возможность наведения и управления ЭМИР с помощью последовательности униполярных аттосекундных импульсов без несущей частоты в двухуровневой среде рассмат-

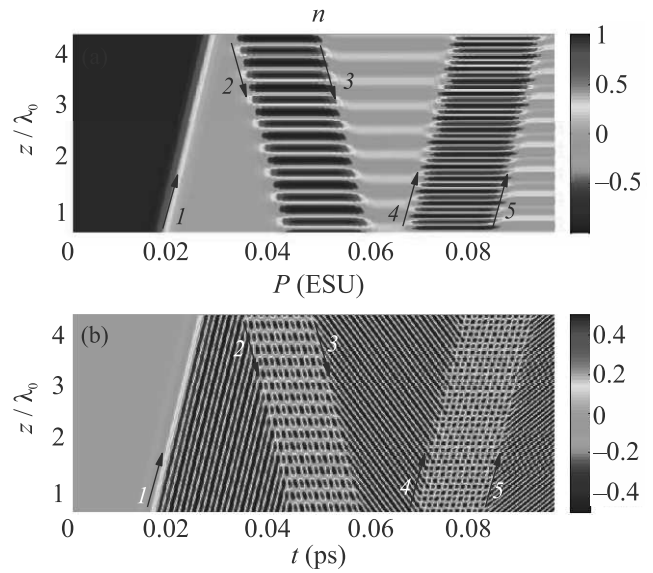


Рис. 2. (Цветной онлайн) Пример динамики решеток инверсии (а) и поляризации (б), полученных в результате численного решения системы уравнений (1)–(4) с последовательностью импульсов (5), показанных стрелками. Параметры:  $d_{12} = 5$  Д,  $\lambda_0 = 700$  нм,  $N_0 = 10^{17}$  см $^{-3}$ ,  $T_1 = 1$  нс,  $T_2 = 5$  пс,  $E_0 = 90000$  ед. СГСЭ,  $\tau = 2.33$  фс

ривалась в работах [76, 77]. В них показано, что при подборе задержки и амплитуды импульсов возможно возникновение сценария, аналогичного представленному на рис. 2.

Однако в упомянутых работах [73–77], как видно из рис. 1 и 2, импульсы не встречались в среде. В работе [78] изучалась динамика ЭМИР, наведенных униполярными аттосекундными импульсами, которые встречались в центре среды. В среду слева и справа одновременно посылались униполярные импульсы гауссовой формы и одинаковой амплитуды. Поле на левом конце области интегрирования ( $z = 0$ ) балось в виде:

$$E_1(t, 0) = E_0 \exp\left(-\frac{[t - \tau_1]^2}{\tau_p^2}\right). \tag{11}$$

Поле импульса на правом конце ( $z = L$ ), распространявшегося справа налево, также имело гауссов профиль:

$$E_2(t, L) = E_0 \exp\left(-\frac{[t - \tau_2]^2}{\tau_p^2}\right). \tag{12}$$

Здесь  $\tau_{1,2}$  – задержки, которые выбирались так, чтобы импульсы пересекались в центре среды.

Рисунок 3 показывает эволюцию динамики разности заселенностей и поляризации при распространении пары униполярных импульсов (11) и (12),

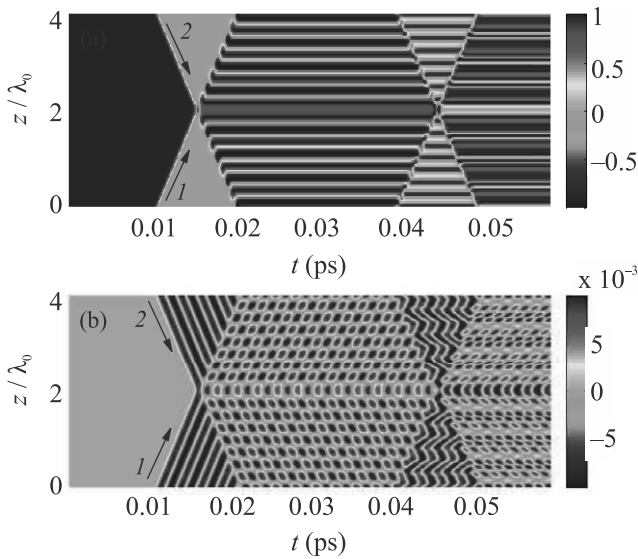


Рис. 3. (Цветной онлайн) (а) – Динамика разности населенностей  $n(z, t)$ , (б) – динамика поляризации  $P(z, t)$  под действием униполярных субцикловых импульсов 1 и 2 в форме (11) и (12), сталкивающихся в центре среды в точке  $z/\lambda_0 = 2$ . Длина среды  $L_m = 4\lambda_0$ ,  $d_{12} = 20$  Д,  $\lambda_0 = 700$  нм,  $N_0 = 5 \cdot 10^{14}$  см $^{-3}$ ,  $T_1 = 1$  нс,  $T_2 = 5$  пс,  $E_0 = 9.55 \cdot 10^4$  ед. СГСЭ,  $\tau_p = 0.38$  фс. Задержки  $\tau_1 = \tau_2 = 2.5\tau_p$

сталкивающихся в центре среды. Амплитуда импульсов выбиралась такой, чтобы импульс насыщал среду ( $\pi/2$ -импульс). Оба импульса насыщают среду и оставляют позади себя бегущие волны поляризации, осциллирующей на частоте перехода. Затем импульсы сталкиваются в центре среды в точке  $z/\lambda_0 = 2$ . Столкновение импульсов в этой точке вызывает всплеск в разности заселенностей вблизи нее. В результате столкновения в области пересечения среда переводилась в основное состояние, красная полоса на рис. 3а. Длина этой красной полосы составляет порядка пространственной длины импульсов. Затем после прохождения центра среды в областях справа и слева от нее возникла ЭМИР инверсии, см. рис. 3а. А поляризация имела вид стоячих волн, рис. 3б. Затем происходило отражение импульсов от краев области интегрирования, и они снова входили в среду, изменяя глубину модуляции решетки. После столкновения импульсов (в момент времени порядка 0.045 пс) решетки имели сложную пиковую структуру. Впоследствии аналогичные структуры с двумя пиками наблюдались в численных расчетах, проведенных в работе [80], в которой среда возбуждалась последовательностью униполярных импульсов, которые не встречались в среде. Интересно отметить факт возникновения в среде участков, в которых существу-

ют волны поляризации, бегущие в противоположных направлениях, который отчетливо виден на рис. 3б в виде зигзагообразных структур во временном интервале 0.04–0.05 пс.

Данные примеры показывают богатую динамику пространственных структур, которые могут возникать в среде под действием ПКИ. Отметим еще раз, что указанные выше процессы происходят на временах, много меньших времен релаксации  $T_1$  и  $T_2$  среды. Поэтому время жизни решеток ограничено временем фазовой памяти  $T_2$  среды. Это накладывает ограничения на длительность импульсов и задержку между ними.

Динамика ЭМИР при столкновении униполярных субцикловых с биполярными одноцикловыми импульсами изучалась в работе [79]. В целом, как показали расчеты, динамика системы аналогична случаю столкновения униполярных импульсов, изображенному на рис. 3. Одним из интересных результатов этой работы является то, что при столкновении трех импульсов, по разные стороны от области их перекрытия, возможно возникновение волн макроскопической поляризации среды, которые имеют трехкратно различающуюся пространственную частоту и распространяются в противоположных направлениях с фазовыми скоростями  $c$  и  $c/3$  соответственно.

Проведенные выше расчеты велись в оптическом диапазоне. Очевидно, что аналогичные результаты могут быть получены и в любом другом спектральном диапазоне. Так, в работе [81] было показано возникновение решеток в ТГц диапазоне, когда двухуровневая среда возбуждалась длинными биполярными ТГц импульсами.

**Динамика решеток при взаимодействии униполярных и субцикловых импульсов с трехуровневой и многоуровневой резонансной средой.** Выше теоретический анализ динамики ЭМИР велся на основе решения системы уравнений Максвелла–Блоха (1)–(4) для двухуровневой среды. А возбуждающие импульсы имели длительность в фемто- и аттосекундном диапазоне, что порядка периода резонансного перехода среды и менее. Однако в этом случае использование двухуровневого или малоуровневого приближения уже является недостаточным для корректного описания динамики системы, и возникает вопрос о возможности наведения и управления ЭМИР в многоуровневых средах. Для ответа на данный вопрос теоретический анализ необходимо проводить на основе решения временного уравнения Шредингера (ВУШ) для волновой функции квантовой системы. Исследования, проведенные в недавних работах [82–90], показали,

что описанные выше сценарии динамики ЭМИР сохраняются и в многоуровневых средах. Разберем кратко результаты этих работ.

Впервые возможность наведения решеток при воздействии на многоуровневую среду пары униполярных импульсов, на основе приближенного решения ВУШ по теории возмущений (когда амплитуда импульсов мала), была показана в работе [82]. В последующей работе [83] с помощью данного подхода анализировалось воздействие пары униполярных импульсов на единичный атом. Остановимся подробнее на результатах этих работ. Пусть протяженная среда с малой концентрацией частиц (что позволят пренебречь поглощением возбуждающего излучения при распространении) возбуждается парой ПКИ, как показано на рис. 1. Как упоминалось выше, фаза колебаний атомного диполя в заданной точке будет зависеть от положения атома. И оно будет определять задержку между воздействием 1-го и 2-го импульса. Поэтому, в этом случае задачу о возбуждении протяженной среды парой распространяющихся в ней импульсов можно свести к задаче о возбуждении единичного атома с помощью пары импульсов с изменяющейся задержкой [73–90].

Для теоретического описания воздействия ПКИ на атом использовалось ВУШ для волновой функции  $\psi$  [91]:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = [\hat{H}_0 + V(t)]\psi. \quad (13)$$

Здесь  $\hbar$  – приведенная постоянная Планка,  $\hat{H}_0$  – собственный гамильтониан системы и  $V(t) = -dE(t)$  – потенциал ее взаимодействия с импульсом излучения в дипольном приближении,  $d$  – дипольный момент атома. В предположении слабого поля населенности  $k$ -го состояния дискретного спектра могут быть рассчитаны в первом порядке теории возмущений [91]:

$$w_{0k} = \frac{1}{\hbar^2} \left| \int V_{0k} e^{i\omega_{0k} t} dt \right|^2. \quad (14)$$

Здесь  $V_{0k} = -d_{0k}E(t)$  – матричный элемент оператора возмущения,  $d_{0k}$  – дипольный момент перехода,  $\omega_{0k}$  – частота резонансного перехода. Пусть на систему воздействует пара униполярных импульсов гауссовой формы:

$$E(t) = E_1 \exp[-t^2/\tau_1^2] + E_2 \exp[-(t - \Delta)^2/\tau_2^2]. \quad (15)$$

Здесь  $\Delta$  – задержка между импульсами, которая в случае протяженной среды зависит от координаты  $z$ .

Тогда из (14) для населенности  $k$ -го состояния после импульсов имеем [82–84]:

$$w_{0k} = \frac{d_{0k}^2}{\hbar^2} S_{E1}^2 \exp\left[-\frac{\omega_{0k}^2 \tau_1^2}{2}\right] + \frac{d_{0k}^2}{\hbar^2} S_{E2}^2 \exp\left[-\frac{\omega_{0k}^2 \tau_2^2}{2}\right] + 2 \frac{d_{0k}^2}{\hbar^2} S_{E1} S_{E2} \exp[-\omega_{0k}^2 (\tau_1^2 + \tau_2^2)/4] \cos(\omega_{0k} \Delta) \quad (16)$$

( $S_{E1}$  и  $S_{E2}$  – площади импульсов, см. формулу (17)). Из формулы (16) видна периодическая зависимость заселенностей от задержки между импульсами и от длительности импульсов. Таким образом, возможность наведения ЭМИР сохраняется и в многоуровневой среде.

Формула (16) позволила сделать и другой интересный вывод. Она также справедлива при когерентном возбуждении единичного атома (тонкого слоя среды). Из нее следует, что униполярные импульсы способны оказывать селективное воздействие на атомные системы при изменении задержки между импульсами, несмотря на нерезонансный характер взаимодействия и широкий спектр [83, 84]. Обычно для заселения какого-либо уровня среды используют длинные резонансные импульсы электромагнитного излучения. И чем длиннее импульс, тем эффективнее его воздействие. А с помощью униполярных субцикловых импульсов можно также эффективно и быстрее изменять состояние среды и за меньшее время, равное длительности импульса [49, 52–57, 83–85].

Возможность селективного воздействия на квантовые состояния водородоподобного атома с помощью униполярных импульсов различной формы изучалась в работе [84]. Была продемонстрирована возможность селективного заселения одиночным импульсом прямоугольной формы и парой импульсов различной формы при изменении задержки между ними. Отметим другой важный результат работ [83, 84]. На практике получают квазиуниполярные импульсы, содержащие полуволну поля и слабый хвост противоположной полярности [42–44, 49]. Для таких коротких импульсов важной характеристикой является их электрическая площадь, которая определяется соотношением [92]

$$S_E = \int_{t=-\infty}^{+\infty} E(t) dt, \quad (17)$$

где  $E$  – напряженность электрического поля и  $t$  – время. Как показывают результаты теоретических исследований, именно электрическая площадь определяет характер взаимодействия субцикловых импульсов с микрообъектами [53–58]. Возникает во-

прос, насколько существенно влияние данного хвоста при взаимодействии такого импульса с квантовыми объектами [49, 52–57]. Действительно, формула (16) применима и к квазиуниполярному импульсу с нулевой электрической площадью. Пусть в импульсе есть полуволна поля положительной полярности с большой амплитудой и отрицательная компонента. Ее амплитуда меньше, а длительность больше, чем у компоненты положительной полярности. Тогда, в уравнении (16) существенным является только первое слагаемое, а вторым и третьим слагаемым можно пренебречь. Поэтому действие такого одиночного субциклового импульса с нулевой площадью совпадает с действием одиночного униполярного импульса, который не имеет “хвост” противоположной полярности и обладает ненулевой электрической площадью [83, 84]. Экспериментальные результаты работы [44] качественно подтверждают данный вывод.

Эти идеи получили дальнейшее развитие в работах [85, 86]. В [86] изучалось взаимодействие пары униполярных аттосекундных и фемтосекундных ТГц гауссовых импульсов с трехуровневой резонансной средой. Была показана возможность наведения решеток в трехуровневой среде и селективного заселения уровней одиночного атома при изменении задержки между импульсами. Результаты численного моделирования показали возможность создания инверсии населенностей в трехуровневой среде при определенной задержке. Последнее обстоятельство может быть использовано для лазерной генерации, как упоминалось в [86].

Возможность наведения решеток в трехуровневой среде с параметрами, соответствующими резонансным переходам D-линий рубидия, изучалась в работе [85]. В этой работе среда возбуждалась парой одинаковых униполярных гауссовых импульсов длительностью 500 ас и амплитудой  $E_0 = 10^7$  В/см. Населенности уровней рассчитывались по формуле (14), которая в случае одинаковых гауссовых импульсов заметно упрощается [85]:

$$w_{1k} = 2 \frac{d_{1k}^2}{\hbar^2} S_E^2 \exp \left[ -\frac{\omega_{1k}^2 \tau^2}{2} \right] (1 + \cos(\omega_{1k} \Delta)). \quad (18)$$

Параллельно населенности уровней вычислялись численно с помощью решения уравнений для матрицы плотности трехуровневой среды. Исследования, проведенные в [85] показали, что результаты численного расчета хорошо согласуются с результатами, полученными по теории возмущений с помощью формулы (18).

Таким образом, приведенный выше анализ показывает возможность применений униполярных и

квазиуниполярных импульсов для эффективного и сверхбыстрого контроля атомными населенностями, наведения и управления ЭМИР, селективного возбуждения уровней, создания инверсной населенности. Но эти исследования проводились в оптическом диапазоне с помощью аттосекундных импульсов большой амплитуды порядка  $10^6 - 10^7$  В/см [73–79, 80–85].

В недавней работе [88] проводился более детальный анализ динамики решеток в многоуровневой среде. Эта возможность иллюстрировалась на примере колебательных переходов в молекулярной среде, которая моделировалась квантовым гармоническим осциллятором, резонансная частота которого лежала в ТГц диапазоне частот. Система возбуждалась субцикловыми ТГц импульсами. В этой работе было показано, что использование сред с резонансами в ТГц диапазоне частот и имеющими большие дипольные моменты перехода (десятки-сотни Дебай), позволяет использовать ТГц импульсы с амплитудой порядка  $\sim$  кВ/см, что легко достичь экспериментально. И это значение на порядки ниже, чем требуется в оптическом диапазоне. Данное обстоятельство делает привлекательным использование ТГц импульсов для создания решеток в ТГц диапазоне частот.

Также в работе [88] были получены общие выражения для населенностей уровней при возбуждении системы импульсами, форма которых отлична от униполярной. Пусть система возбуждается парой импульсов, распространяющихся навстречу друг другу, как на рис. 1 и имеющих форму:

$$E_e(t) = E_0 e^{-\frac{t^2}{\tau^2}} \cos(\Omega t + \phi) + E_0 e^{-\frac{(t-\Delta)^2}{\tau^2}} \cos(\Omega[t-\Delta] + \phi). \quad (19)$$

Здесь  $\Omega$  – частота,  $\phi$  – фаза (*carrier envelope phase*, CEP),  $\Delta$  – задержка между импульсами. Пусть система до прихода импульсов находилась в основном состоянии. В [88] с помощью формулы (14) было получено выражение для населенности  $n$ -го состояния системы после окончания импульсов:

$$w_n = \frac{d_{1n}^2}{\hbar} E_0^2 \tau^2 \exp \left[ -\frac{(\omega_{1n}^2 + \Omega^2)}{2} \right] \times \\ \times [\cosh(\omega_{1n} \Omega \tau^2) + \cos(2\phi)] [1 + \cos(\omega_{1n} \Delta)]. \quad (20)$$

Из (20) видна возможность создания гармонической ЭМИР, глубина модуляции которой зависит от CEP импульса  $\phi$  и частоты  $\Omega$ . А в случае единичного атома (тонкого слоя) данное выражение иллюстрирует возможность селективного воздействия на резонансные переходы среды с помощью пары ПКИ при изменении задержки между ними.

Как показано в работе [88], при использовании трех, четырех и более импульсов в выражении для на-



селенности (20) в последней скобке будут появляться дополнительные гармонические слагаемые типа  $\cos(\omega_{1n}\Delta_{ik})$ , зависящие от задержки между соседними импульсами  $\Delta_{ik}$ . Данные выражения являются более громоздкими и здесь не приводятся. Однако очевидно, что путем изменения задержки между соседними импульсами, можно добиться эффекта стирания и мультиплицирования пространственной частоты ЭМИР, что было выше проиллюстрировано в двухуровневой среде.

Формулы (18) и (20) получены в приближении слабого поля. Они показывают гармоническую форму решеток населенностей. Для проверки аналитических результатов в работе [88] проводилось численное интегрирование системы уравнений для матрицы плотности трехуровневой среды. Результаты численных расчетов показали хорошее совпадение с аналитическими, полученными по теории возмущений в слабых полях. А в сильных полях решетки также возникали, но из-за нелинейности среды имели более сложную форму, отличную от простой гармонической, получаемой в слабых полях.

Динамика решеток в многоуровневой среде изучалась не только в ТГц диапазоне частот. В работе [90] с помощью подходов, развитых в [88], была исследована возможность создания ЭМИР с помощью УФ аттосекундных импульсов в газе атомов водорода. Данная задача представляет интерес в связи с активным исследованием сверхбыстрых процессов в веществе с помощью аттосекундных импульсов в последние годы [39, 40, 44–46, 93–98]. В связи с этим остановимся подробнее на задаче о взаимодействии аттосекундных ПКИ с резонансными средами.

Рассмотрим трехуровневую среду, параметры которой соответствуют переходам в атоме водорода. Взаимодействие трехуровневой среды с полем ПКИ описывается системой уравнений для матрицы плотности, которая имеет вид [99]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\rho_{21} = & -i\omega_{21}\rho_{21} - i\frac{d_{12}}{\hbar}E(\rho_{22} - \rho_{11}) - \\ & - i\frac{d_{13}}{\hbar}E\rho_{23} + i\frac{d_{23}}{\hbar}E\rho_{31}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\rho_{32} = & -i\omega_{32}\rho_{32} - i\frac{d_{23}}{\hbar}E(\rho_{33} - \rho_{22}) - \\ & - i\frac{d_{12}}{\hbar}E\rho_{31} + i\frac{d_{13}}{\hbar}E\rho_{21}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\rho_{31} = & -i\omega_{31}\rho_{31} - i\frac{d_{13}}{\hbar}E(\rho_{33} - \rho_{11}) - \\ & - i\frac{d_{12}}{\hbar}E\rho_{32} + i\frac{d_{23}}{\hbar}E\rho_{21}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{11} = i\frac{d_{12}}{\hbar}E(\rho_{21} - \rho_{21}^*) - i\frac{d_{13}}{\hbar}E(\rho_{13} - \rho_{13}^*), \quad (24)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{22} = -i\frac{d_{12}}{\hbar}E(\rho_{21} - \rho_{21}^*) - i\frac{d_{23}}{\hbar}E(\rho_{23} - \rho_{23}^*), \quad (25)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{33} = i\frac{d_{13}}{\hbar}E(\rho_{13} - \rho_{13}^*) + i\frac{d_{23}}{\hbar}E(\rho_{23} - \rho_{23}^*). \quad (26)$$

Здесь  $\rho_{21}$ ,  $\rho_{32}$ ,  $\rho_{31}$  – недиагональные элементы матрицы плотности, определяющие динамику поляризации среды,  $\rho_{11}$ ,  $\rho_{22}$ ,  $\rho_{33}$ , – населенностей 1-го, 2-го и 3-го состояний атома соответственно,  $d_{12}$ ,  $d_{13}$ ,  $d_{23}$  – дипольные моменты переходов,  $\omega_{21}$ ,  $\omega_{32}$ ,  $\omega_{31}$  – частоты переходов,  $\hbar$  – приведенная постоянная Планка. Релаксационными членами пренебрегается из-за малой длительности импульсов.

Параметры трехуровневой среды (частоты переходов и дипольные моменты переходов) были взяты, как в атоме водорода, см. [90]. Среда возбуждалась парой УФ аттосекундных импульсов (19), для которых частота  $\Omega = \frac{\omega_{21}}{2} = 7.75 \cdot 10^{15}$  рад/с (длина волны  $\lambda_a = 243.2$  нм, период  $T_p = \frac{2\pi}{\Omega} = 810.6$  ас), амплитуда  $E_0 = 5 \cdot 10^7$  В/см и длительность  $\tau = 300$  ас, СЕР  $\phi = 0$ .

На рисунке 4 представлены зависимости населенности уровней  $\rho_{11}$ ,  $\rho_{22}$ ,  $\rho_{33}$  после импульсов от за-

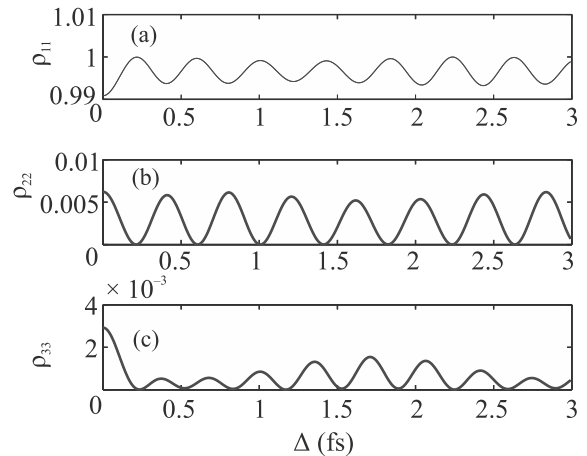


Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимости населенности уровней  $\rho_{11}$  (a),  $\rho_{22}$  (b),  $\rho_{33}$  (c) от задержки между импульсами  $\Delta$ . Параметры среды (частоты переходов, дипольные моменты переходов) были взяты, как в атоме водорода –  $\omega_{21} = 1.55 \cdot 10^{16}$  рад/с ( $\lambda_{12} = 121.6$  нм),  $d_{12} = 3.27$  Д,  $\omega_{13} = 1.837 \cdot 10^{16}$  рад/с ( $\lambda_{13} = 102.6$  нм),  $d_{13} = 1.31$  Д и т.д.

держки между импульсами  $\Delta$ . Видно, что населенность второго уровня  $\rho_{22}$  гармонически зависит от задержки, см. рис. 4b, в соответствии с формулой (20). А населенность второго возбужденного состояния  $\rho_{33}$  имеет пиковую структуру, что приведет

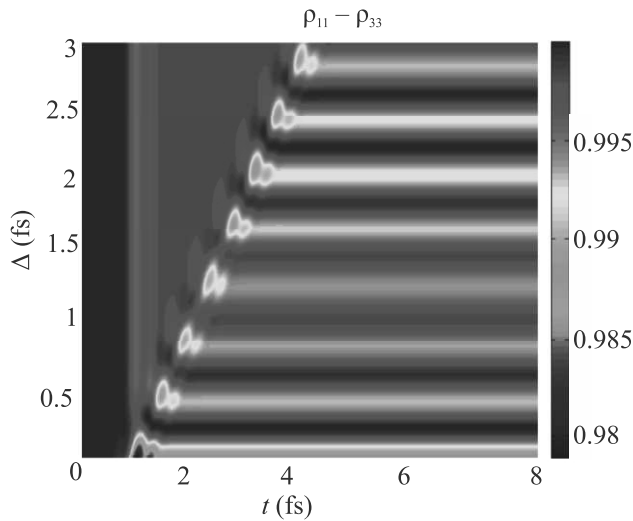


Рис. 5. (Цветной онлайн) Зависимость разности населенности  $\rho_{11} - \rho_{33}$  от задержки между импульсами  $\Delta$  и времени  $t$

к формированию решетки с пичкообразной структурой, см. рис. 5.

Полезно проанализировать зависимость глубины модуляции решеток от параметров импульсов возбуждения – их длительности и СЕР. Зависимость населенности первого возбужденного состояния атома водорода от длительности и СЕР, рассчитанная по формуле (20), показана на рис. 6.

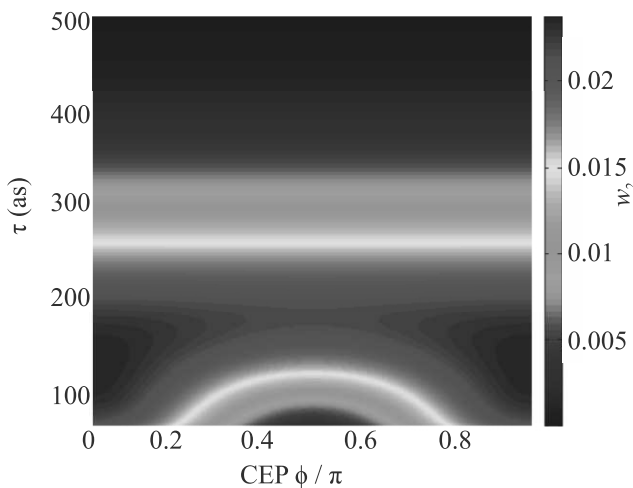


Рис. 6. (Цветной онлайн) Зависимость населенности первого возбужденного состояния  $w_2$  атома водорода от длительности UV возбуждающих аттосекундных импульсов  $\tau$  и фазы СЕР  $\phi$  при величине задержки  $\Delta = 4$  фс. Амплитуда  $E_{0a} = 8 \cdot 10^7$  В/см. Остальные параметры, как на рис. 4

Из рисунка 6 видно, что теперь населенность сильно зависит от  $\phi$  и  $\tau$ . Результат показывает, что субцикловые импульсы, длительность которых короче периода резонансного перехода (для водорода значение периода резонансного перехода 12 составляет 405 ас), эффективнее возбуждают среду, чем длинные. Более того, населенность  $w_2$  принимает наибольшие значения не только при малой длительности,  $\Omega\tau \ll 1$ , но и когда электрическая площадь импульса  $S_E = E_0\tau\sqrt{\pi} \exp(-\Omega^2\tau^2/4) \cos \phi$  максимальна по абсолютной величине при  $\phi = 0, \pi$ . Длинные же импульсы, для которых  $\Omega\tau \gg 1$ , и которые длинее периода перехода, уже не возбуждают среду. Данный результат показывает возможность эффективного воздействия униполярных субцикловых импульсов на квантовые объекты, по сравнению с биполярными импульсами, о чем сообщалось ранее в [49, 52–57, 82–84, 88, 90].

Изученные выше решетки, созданные униполярными субцикловыми импульсами, могут найти применение для голографической записи информации со сверхвысоким временным разрешением, как показано в [89]. В этом случае при использовании униполярных импульсов не требуется взаимная когерентность между опорным и предметным пучком, которая существенна в обычной голографии, в которой применяется монохроматическое лазерное излучение.

В заключении отметим, что выше предполагалось, что концентрация частиц настолько мала, что позволяло пренебречь изменением формы импульсов при распространении (см. выше). В плотной среде самовоздействие ПКИ будет приводить к изменению их формы, компрессии и сдвигу частоты при когерентном распространении в резонансной среде [100]. Это может существенно изменить динамику решеток. Но вопросы создания решеток в плотных средах выйдут за рамки настоящего обзора.

**Обсуждение результатов. Заключение.** Приведен обзор последних результатов в области создания ЭМИР, получаемых как с помощью длинных квазимонохроматических пучков лазерного излучения, так и с помощью коротких и предельно коротких (одноцикловых и субцикловых) световых импульсов, не перекрывающихся в среде. Последнее является особо актуальным в связи с прогрессом в оптике получения сверхкоротких импульсов аттосекундной длительности, которые активно используются для изучения динамики волновых пакетов в веществе [39, 40, 44–46, 93–98].

Представленные результаты наглядно показывают возможность наведения и сверхбыстрого управления решетками населенностей в двухуровневых и

многоуровневых средах с помощью предельно коротких импульсов, когерентно взаимодействующих со средой. Это открывает новые возможности в применении сверхкоротких импульсов для сверхбыстрого управления состоянием квантовых систем и, в частности, в голографии [89]. Для экспериментального наблюдения ЭМИР необходимо использовать импульсы с длительностью короче времени фазовой памяти среды  $T_2$ . Большие значения времен релаксации  $T_2$ , лежащие в наносекундном диапазоне, имеют газы и охлажденные твердотельные материалы, в частности квантовые точки [101]. Возможно также использовать кристаллы с примесными редкоземельными ионами, в которых время  $T_2$  при низких температурах может иметь значения от нескольких секунд до нескольких часов [102].

Приведенные результаты также показывают возможность применения униполярных субцикловых импульсов для эффективного управления свойствами квантовых систем, по сравнению с биполярными. Субцикловые и униполярные импульсы в настоящее время не имеют значимых применений. По мнению автора данного обзора, такие импульсы могут иметь большое число значимых применений в фундаментальных и прикладных исследованиях. Поэтому, на изучение методов их генерации и особенности их взаимодействия с веществом следует обратить внимание исследователям, работающим в области физики сверхбыстрых процессов.

Автор выражает благодарность своим коллегам Н. Н. Розанову, М. В. Архипову, А. В. Пахомову, И. В. Бабушкину, А. Демиркану, У. Моргнеру за полезные обсуждения и ценные замечания.

Исследование динамики светоиндуцированных решеток, наведенных предельно короткими световыми импульсами, выполнено при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда в рамках научного проекта 19-72-00012. Изучение взаимодействия единичного атома с униполярными импульсами поддержано грантом Российского фонда фундаментальных исследований 20-32-70049.

1. H. J. Eichler, P. Günter, and D. W. Pohl, *Laser-Induced Dynamic Gratings*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, N.Y., Tokyo (1981).
2. H. Y. Ling, Y. Li, and M. Xiao, *Phys. Rev. A* **57**, 1338 (1998).
3. M. Mitsunaga and N. Imoto, *Phys. Rev. A* **59**, 4773 (1999).
4. A. W. Brown and M. Xiao, *Opt. Lett.* **30**, 699 (2005).
5. Y. Zhang, Z. Wu, H. Zheng, Z. Wang, Y. Zhang, H. Tian, and Y. Zhang, *Laser Phys.* **24**, 045402 (2014).

6. P. Zhai, X. Su, and J. Gao, *Phys. Lett. A* **27**, 289 (2001).
7. J. Wu, C. G. La Rocca, and M. Artoni, *Phys. Rev. B* **77**, 113106 (2008).
8. M. Artoni and C. G. La Rocca, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 073905 (2006).
9. A. W. Brown and M. Xiao, *Opt. Lett.* **30**, 699 (2005).
10. L. Zhao, W. Duan, and S. F. Yelin, *Phys. Rev. A* **82**, 013809 (2010).
11. D. Moretti, D. Felinto, J. W. R. Tabosa, and A. Lezama, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **43**, 115502 (2010).
12. A. André, M. Bajcsy, A. S. Zibrov, and M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 063902 (2005).
13. C. H. Sarantos and J. E. Heebner, *Opt. Lett.* **35**, 1389 (2010).
14. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, V. S. Egorov, I. A. Chekhonin, M. A. Chekhonin, and S. N. Bagaev, *J. Phys. Conf. Ser.* **643**, 012029 (2015).
15. S.-q. Kuang, R.-g. Wan, J. Kou, Y. Jiang, and J.-y. Gao, *J. Opt. Soc. Am. B* **27**, 1518 (2010).
16. J. Wen, Y.-H. Zhai, S. Du, and M. Xiao, *Phys. Rev. A* **82**, 043814 (2010).
17. Y. Zhang, Z. Wang, Z. Nie, C. Li, H. Chen, K. Lu, and M. Xiao, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 093904 (2011).
18. S.-qi Kuang, C.-s. Jin, and C. Li, *Phys. Rev. A* **84**, 033831 (2011).
19. Z. Zhang, X. Liu, D. Zhang, J. Sheng, Y. Zhang, Y. Zhang, and M. Xiao, *Phys. Rev. A* **97**, 013603 (2018).
20. J. Yuan, C. Wu, Y. Li, L. Wang, Y. Zhang, L. Xiao, and S. Jia, *Opt. Express* **27**, 92 (2019).
21. G. C. Cardoso and J. W. R. Tabosa, *Opt. Commun.* **210**, 271 (2002).
22. L. van Dao, M. Lowe, and P. Hannaford, *Appl. Phys. Lett.* **81**, 1806 (2002).
23. G. D. Scholes, J. Kim, and C. Y. Wong, *Phys. Rev. B* **73**, 195325 (2006).
24. E. J. Brown, Q. G. Zhang, and M. Dantus, *J. Chem. Phys.* **110**, 5772 (1999).
25. J. Sheng, J. Wang, M. A. Miri, D. N. Christodoulides, and M. Xiao, *Opt. Express* **23**, 19777 (2015).
26. J. Yuan, Y. Li, S. Li, C. Li, L. Wang, L. Xiao, and S. Jia, *Laser Phys. Lett.* **14**, 125206 (2017).
27. D. Ya-Bin and G. Yao-Hua, *Chin. Phys. B* **23**, 074204 (2014).
28. М. Ю. Гордеев, Ю. В. Рождественский, *Оптика и спектроскопия* **127**, 150 (2019) [M. Yu. Gordeev, Yu. V. Rozhdestvensky, *Optics and Spectroscopy* **127**, 145 (2019)].
29. J. Yuan, C. Wu, Y. Li, L. Wang, Y. Zhang, L. Xiao, and S. Jia, *Front. Phys.* **14**, 52603 (2019).
30. J. Yuan, S. Dong, C. Wu, L. Wang, L. Xiao, and S. Jia, *Opt. Express* **28**, 23820 (2020).

31. M. Mitsunaga and N. Imoto, *Phys. Rev. A* **59**, 4773 (1999).
32. J. Tabosa, A. Lezama, and G. Cardoso, *Opt. Commun.* **165**, 59 (1999).
33. H. Zhang, J. Yuan, S. Dong, C. Wu, and L. Wang, *Applied Sciences* **10**, 5740 (2020).
34. H. Cai, J. Liu, J. Wu, Y. He, S. Zhu, J. Zhang, and D. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 023601 (2019).
35. Z. Zhang, R. Wang, Y. Zhang, Y. V. Kartashov, F. Li, and M. Xiao, *Nat. Commun.* **11**, 1902 (2020).
36. Z. Zhang, S. Liang, F. Li, S. Ning, Y. Li, G. Malpuech, Y. Zhang, M. Xiao, and D. Solnyshkov, *Optica* **7**, 455 (2020).
37. J. Yuan, S. Dong, H. Zhang, C. Wu, L. Wang, L. Xiao, and S. Jia, *Opt. Express* **29**(2), 2712 (2021).
38. T. Jones, W. K. Peters, A. Efimov, D. Yarotski, R. Trebino, and P. Bowlan, *Opt. Express* **29**(8), 11394 (2021).
39. F. Krausz and M. Ivanov, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 163 (2009).
40. M. Nisoli and G. Sansone, *Progress in Quantum Electronics* **33**, 17 (2009).
41. F. Calegari, G. Sansone, S. Stagira, C. Vozzi, and M. Nisoli, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **49**, 062001 (2016).
42. J. A. Fülöp, S. Tzortzakis, and T. Kampfrath, *Adv. Opt. Mater.* **8**, 1900681 (2020).
43. E. A. Ponomareva, A. O. Ismagilov, S. E. Putilin, A. N. Tsypkin, S. A. Kozlov, and X. C. Zhang, *Communications Physics* **4**, 1 (2021).
44. M. T. Hassan, T. T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A. M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, and E. Goulielmakis, *Nature* **530**, 66 (2016).
45. K. Ramasesha, S. R. Leone, and D. M. Neumark, *Annu. Rev. Phys. Chem.* **67**, 41 (2016).
46. M. Krüger, C. Lemell, G. Wachter, J. Burgdörfer, and P. Hommelhoff, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **51**, 172001 (2018).
47. Р. М. Архипов, А. В. Пахомов, М. В. Архипов, И. Бабушкин, Ю. А. Толмачев, Н. Н. Розанов, *Письма в ЖЭТФ* **105**, 388 (2017) [R. M. Arkhipov, A. V. Pakhomov, I. Babushkin, Yu. A. Tolmachev, and N. N. Rosanov, *JETP Lett.* **105**, 408 (2017)].
48. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. А. Шимко, А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, *Письма в ЖЭТФ* **110**, 9 (2019) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. A. Shimko, A. V. Pakhomov, and N. N. Rosanov, *JETP Lett.* **110**, 15 (2019)].
49. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, Н. Н. Розанов, *Квантовая электроника* **50**, 801 (2020) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, and N. N. Rosanov, *Quantum Electron.* **50**, 801 (2020)].
50. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, М. О. Жукова, А. Н. Цыпкин, Н. Н. Розанов, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 237 (2021) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, M. O. Zhukova, A. N. Tsypkin, and N. N. Rosanov, *JETP Lett.* **113**, 242 (2021)].
51. X. Chai, X. Ropagnol, S. M. Raeis-Zadeh, M. Reid, S. Safavi-Naeini, and T. Ozaki, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 143901 (2018).
52. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, *Opt. Lett.* **44**, 1202 (2019).
53. R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, N. Rosanov, and I. Babushkin, *Opt. Express* **28**, 17020 (2020).
54. R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, I. Babushkin, and N. Rosanov, *Laser Phys. Lett.* **17**, 105301 (2020).
55. Н. Н. Розанов, Н. В. Высотина, *ЖЭТФ* **157**, 63 (2020) [N. N. Rosanov and N. V. Vysotina, *JETP* **130**, 52 (2020)].
56. Н. Н. Розанов, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 157 (2021) [N. N. Rosanov, *JETP Lett.* **113**, 145 (2021)].
57. I. A. Aleksandrov, D. A. Tumakov, A. Kudlis, V. M. Shabaev, and N. N. Rosanov, *Phys. Rev. A* **102**, 0231020 (2020).
58. S. Hughes, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3363 (1998).
59. I. D. Abella, N. A. Kurnit, and S. R. Hartmann, *Phys. Rev.* **141**, 391 (1966).
60. Е. И. Штырков, *Оптика и спектроскопия* **45**, 603 (1978).
61. Е. И. Штырков, В. С. Лобков, Н. Г. Ярмухаметов, *Письма в ЖЭТФ* **27**, 685 (1978) [E. I. Shtyrkov, V. S. Lobkov, and N. G. Yarmukhametov, *JETP Lett.* **27**, 648 (1978)].
62. E. I. Shtyrkov, N. L. Nevelskaya, V. S. Lobkov, and N. G. Yarmukhametov, *Physica Status Solidi (b)* **98**, 473 (1980).
63. С. А. Моисеев, Е. И. Штырков, *Квантовая электроника* **18**, 447 (1991) [S. A. Moiseev and E. I. Shtyrkov, *Sov. J. Quantum Electron.* **21**, 403 (1991)].
64. M. Szczurek and M. Kusnierz, *Opt. Commun.* **74**, 121 (1989).
65. Е. И. Штырков, В. В. Самарцев, *Резонансная динамическая голография и оптическое сверхизлучение*, в сб. *Электромагнитное сверхизлучение*, КФ АН СССР, Казань (1975), с. 398.
66. В. В. Самарцев, Е. И. Штырков, *ФТТ* **18**, 3140 (1976).
67. Е. И. Штырков, В. В. Самарцев, *Оптика и спектроскопия* **40**, 392 (1976).
68. С. А. Моисеев, Н. А. Невельская, Е. И. Штырков, *Оптика и спектроскопия* **79**, 382 (1995).

69. Е. И. Штырков, *Оптика и спектроскопия* **114**, 105 (2013) [E. I. Shtyrkov, *Optics and Spectroscopy* **114**, 96 (2013)].
70. А. Ю. Пархоменко, С. В. Сазонов, *Письма в ЖЭТФ* **67**, 887 (1998) [A. Yu. Parkhomenko and S. V. Sazonov, *JETP Lett.* **67**, 934 (1998)].
71. А. Ю. Пархоменко, С. В. Сазонов, *Оптика и спектроскопия* **90**, 788 (2001) [A. Yu. Parkhomenko and S. V. Sazonov, *Optics and Spectroscopy* **90**, 707 (2001)].
72. С. В. Сазонов, *Оптика и спектроскопия* **94**, 453 (2003) [S. V. Sazonov, *Optics and Spectroscopy* **94**, 400 (2003)].
73. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, И. Бабушкин, Н. Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **121**, 810 (2016) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, and N. N. Rosanov, *Optics and Spectroscopy* **121**, 758 (2016)].
74. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, *Opt. Lett.* **41**, 4983 (2016).
75. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, *Sci. Rep.* **7**, 12467 (2017).
76. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, И. В. Бабушкин, А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, *Квантовая электроника* **47**, 589 (2017) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. V. Babushkin, A. V. Pakhomov, and N. N. Rosanov, *Quantum Electron* **47**, 589 (2017)].
77. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, I. Babushkin, and N. N. Rosanov, *Laser Phys. Lett.* **14**, 1 (2017).
78. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, И. Бабушкин, Н. Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **123**, 600 (2017) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, I. Babushkin, and N. N. Rosanov, *Optics and Spectroscopy* **123**, 610 (2017)].
79. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, Д. О. Жигулева, Н. Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **124**, 510 (2018) [R. M. Arkhipov, A. V. Pakhomov, M. V. Arkhipov, D. O. Zhiguleva, and N. N. Rosanov, *Optics and Spectroscopy* **124**, 541 (2018)].
80. H. Zhang, S. Zhang, S. Li, and X. Ma, *Opt. Commun.* **462**, 125182 (2020).
81. Р. М. Архипов, А. В. Пахомов, М. В. Архипов, И. Бабушкин, Н. Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **125**, 564 (2018) [R. M. Arkhipov, A. V. Pakhomov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, and N. N. Rosanov, *Optics and Spectroscopy* **125**, 584 (2018)].
82. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, *Квантовая электроника* **49**, 958 (2019) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, and N. N. Rosanov, *Quantum Electron.* **49**, 958 (2019)].
83. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **128**, 106 (2020) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, and N. N. Rosanov, *Optics and Spectroscopy* **128**, 102 (2020)].
84. R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, *Opt. Express* **28**, 17020 (2020).
85. Р. М. Архипов, *Оптика и спектроскопия* **128**, 1732 (2020) [R. M. Arkhipov, *Optics and Spectroscopy* **128**, 1865 (2020)].
86. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, М. О. Жукова, А. Н. Цыпкин, Н. Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **128**, 1905 (2020) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, M. O. Zhukova, A. N. Tsyppkin, and N. N. Rosanov, *Optics and Spectroscopy* **129**, 120 (2021)].
87. R. Arkhipov, M. Arkhipov, A. Pakhomov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, *Unipolar half-cycle pulses and their applications for efficient excitation and selective ultrafast control of atomic systems*, in *The 22nd International Conference on Ultrafast Phenomena 2020*, ed. by F. Kärtner, M. Khalil, R. Li, F. Légaré, and T. Tahara, OSA Technical Digest, Optical Society of America (2020), paper Tu4B.37.
88. R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, *Sci. Rep.* **11**, 1961 (2021).
89. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, Н. Н. Розанов, *Письма в ЖЭТФ* **111**, 586 (2020) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, and N. N. Rosanov, *JETP. Lett.* **111**, 484 (2020)].
90. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, Ю. М. Артемьев, Н. Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **129**, 627 (2021) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, Yu. M. Artem'ev, and N. N. Rosanov, *Optics and Spectroscopy* **129**, 707 (2021)].
91. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Наука, М. (1989), 768 с. [L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum mechanics: non-relativistic theory*, Pergamon Press, Oxford (1977)].
92. Н. Н. Розанов, Р. М. Архипов, М. В. Архипов, *УФН* **188**, 1347 (2018) [N. N. Rosanov, R. M. Arkhipov, and M. V. Arkhipov, *Phys.-Uspekhi* **61**, 1227 (2018)].
93. T. Brabec and F. Krausz, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 545 (2000).
94. P. B. Corkum and F. Krausz, *Nat. Phys.* **3**, 381 (2007).
95. A. Baltuška, T. Udem, M. Uiberacker, M. Hentschel, E. Goulielmakis, Ch. Gohle, R. Holzwarth, V. S. Yakovlev, A. Scrinzi, T. W. Hänsch, and F. Krausz, *Nature* **421**, 611 (2003).

96. R. Kienberger, E. Goulielmakis, M. Uiberacker, A. Baltuska, V. Yakovlev, F. Bammer, A. Scrinzi, Th. Westerwalbesloh, U. Kleineberg, U. Heinzmann, M. Drescher, and F. Krausz, *Nature* **427**, 817 (2004).
97. E. Goulielmakis, Z.H. Loh, A. Wirth, R. Santra, N. Rohringer, V.S. Yakovlev, S. Zherebtsov, T. Pfeifer, A.M. Azzeer, M.F. Kling, S.R. Leone, and F. Krausz, *Nature* **466**, 739 (2010).
98. А. М. Желтиков, УФН **191**, 386 (2021) [A. M. Zheltikov, *Phys.-Uspekhi* **64** (2021)].
99. Н. Н. Розанов, *Диссипативные оптические солитоны от микро- к нано- и атто-*, Физматлит, М. (2011).
100. R. Arkhipov, M. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, I. Babushkin, and N. Rosanov, *Opt. Express* **29**, 10134 (2021).
101. M. Bayer and A. Forchel, *Phys. Rev. B* **65**, 041308 (2002).
102. W. R. Babbitt and T. Mossberg, *Opt. Commun.* **65**, 185 (1988).