## Измерение оптических потерь и дисперсии волноводных мод в геометрии критического эванесцентного возбуждения

Д. В. Пермяков<sup>1)</sup>, В. И. Кондратьев, Д. А. Пидгайко, И. С. Синев, А. К. Самусев<sup>1)</sup>

Физико-технический факультет, Университет ИТМО, 197101 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 27 апреля 2021 г. После переработки 11 мая 2021 г. Принята к публикации 11 мая 2021 г.

Поверхностные волны, такие как плазмонные, экситонные или фононные поляритоны, а также волноводные моды, поддерживаемые различными планарными структурами, привлекают особое внимание из-за их способности переносить оптические сигналы в двумерных и одномерных системах. Важной характеристикой таких волн является их дисперсия  $\omega(k_x, k_y)$ , которой можно управлять путем наноструктурирования плоских слоистых систем для получения фотонно-кристаллических волноводов и метаповерхностей. Путем подбора закона дисперсии поверхностных волн можно реализовать такие уникальные оптические явления, как переход от режима положительного преломления к отрицательному или от эллиптической дисперсии к гиперболической, а также самофокусировка и бездифракционное распространение поверхностных волн. Наряду с вещественной частью волнового вектора, отвечающей за фазу распространяющейся поверхностной волны, критически важным параметром с прикладной точки зрения является длина ее распространения, которая связана с собственными потерями моды. Мы предлагаем экспериментальный подход, позволяющий измерить полную комплексную дисперсию оптических поверхностных волн и волноводных мод. Метод основан на спектроскопии нарушенного полного внутреннего отражения с угловым разрешением. В такой конфигурации эксперимента варьирование воздушного зазора между образцом и линзой твердой иммерсии позволяет плавно управлять величиной связи между поверхностными волнами и модами свободного пространства. На примере планарного кремниевого волновода мы идентифицируем в эксперименте режим критической связи света с волноводной модой, определяем собственные потери моды и, соответственно, длину ее распространения в широком спектральном диапазоне. Наш подход представляет собой мощный инструмент для исследования оптических и поляритонных поверхностных волн различных типов и может найти свое применение в разработке оптоэлектронных и нанофотонных устройств на чипе.

DOI: 10.31857/S1234567821120065

1. Введение. Оптические поверхностные волны и волноводные моды, распространяющиеся вдоль планарных фотонных структур и интерфейсов [1], играют важную роль в интегральной оптике, сенсорике и спектроскопии [2]. Подобные волны представляют особый интерес в наноразмерных системах с пространственной дисперсией, в частности – в фотонно-кристаллических волноводах и метаповерхностях. Такие структуры открывают широкие возможности для контроля поляризации, волнового фронта, амплитуды, фазы и структуры электромагнитного поля собственных мод, локализованных в направлении, перпендикулярном интерфейсу [3–10].

Одним из ключевых оптических характеристик планарных структур является спектр их собственных состояний, который обычно состоит из резонансных мод: утекающих (излучающих) и волновод-

ных (неизлучающих). Первые напрямую связаны со свободным пространством, т.е. их волновой вектор меньше, чем у объемной волны в окружающей среде. Следовательно, такие моды могут проявляться как резонансы в пропускании [11], отражении [12], или поглощении [13]. Будучи связанными со свободным пространством, излучающие моды приобретают дополнительные радиационные потери, которые определяются исключительно дизайном структуры. Напротив, неизлучающие моды не взаимодействуют с излучением свободного пространства, что является преимуществом, поскольку их потери (отвечающие за длину распространения) определяются только поглощением света внутри материала и рассеянием на дефектах изготовления в реальных структурах. Недостатком является то, что для возбуждения и детектирования неизлучающих мод требуются специальные средства, такие как призмы с высоким показателем преломления, решеточные устрой-

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: d.permyakov@itmo.ru; a.samusev@metalab.ifmo.ru

ства ввода-вывода излучения, резонансные оптические наноантенны, или шероховатость поверхности [14–16].

Одним из наиболее универсальных экспериментальных подходов, который позволяет исследовать произвольные поверхностные волны и волноводные моды, является конфигурация Отто [17]. Идея метода заключается в возбуждении таких мод в геометрии нарушенного полного внутреннего отражения (НПВО) через призму с высоким коэффициентом преломления или линзу твердой иммерсии (solid immersion lens, SIL), прижатую к поверхности образца с небольшим воздушным зазором. Размер зазора определяет эффективность связи неизлучающих мод с объемными волнами внутри призмы. В спектре отражения, измеренном в конфигурации Отто, возбуждение поверхностной моды проявляется в виде провала. При умеренной силе связи центральная частота провала соответствует собственной частоте моды, а угол падения определяет действительную часть ее волнового вектора. Измерение угловой зависимости спектров отражения может быть использовано для определения дисперсии поляритонов, образующихся в результате сильной связи света с квазичастицами в твердом теле, такими как плазмоны, экситоны или фононы [14]. В частности, авторы работ [18, 19] использовали спектроскопию НПВО с угловым разрешением для измерения дисперсии волноводных мод в фотонно-кристаллических волноводах. Подобный подход использовался нашей группой для измерения дисперсии поверхностных волн, поддерживаемых плазмонной метаповерхностью [20]. В таких экспериментах угловое разрешение определяется числовой апертурой фокусирующей системы, а угловая зависимость спектров отражения получается за счет вращения образца. Такая конфигурация делает эксперимент крайне трудоемким из-за необходимости точно позиционировать центр вращения системы на поверхности образца, в центре полусферической или полуцилиндрической SIL. Альтернативный подход, позволяющий избавиться от необходимости вращения, – это комбинация спектроскопии НПВО с микроскопией задней фокальной (Фурье) плоскости (back focal plane, BFP) [21, 22]. Такая конфигурация может использоваться для прямой визуализации изочастотных контуров волноводных мод, поддерживаемых произвольной планарной системой.

В то время как действительная часть волнового вектора определяет пространственную эволюцию фазы поверхностной волны, для практических приложений требуется знание его мнимой части, отвечающей за собственные потери моды, т.е. длину ее распространения. Последняя может быть измерена напрямую с помощью различных специализированных методов, таких как конфигурация с двумя призмами [23], экспериментов по сканирующей ближнепольной оптической микроскопии [24], подход на основе ввода-вывода света в торец волновода и из него [25], измерение коэффициента пропускания в системах с парами решеточных элементов ввода-вывода, расположенных на различных расстояниях друг от друга и др. В качестве альтернативы можно детектировать рассеянное излучение моды на шероховатости поверхности, либо флуоресценцию красителя, нанесенного на образец [15].

В эксперименте по спектроскопии НПВО полная ширина на половине высоты (full width at half maximum, FWHM) провала в спектре определяется вкладом радиационных потерь, зависящих от зазора (из-за утечки излучения в призму), и собственных потерь моды (омических потерь в материале и рассеяния на шероховатости поверхности) [26]. Для больших зазоров сила связи и величина провала в отражении малы, в то время как ширина провала на полувысоте в основном определяется собственными потерями моды (режим докритической связи). С уменьшением зазора увеличиваются радиационные потери, растет модуляция коэффициента отражения, а абсолютное значение отражения достигает своего минимума в режиме так называемой критической связи, когда радиационные потери становятся равными собственным потерям моды [26]. Дальнейшее уменьшение зазора делает величину провала отражения снова малой и даже приводит к спектральному сдвигу провала из-за значительного изменения распределения поля моды и, следовательно, ее дисперсии из-за наличия призмы с высоким показателем преломления в непосредственной близости от образца.

Чтобы оценить длину распространения поверхфонон-поляритона на фиксированной ностного длине волны 8.72 мкм в среднем инфракрасном диапазоне непосредственно из эксперимента по НПВО спектроскопии, Г. Чен (G. Chen) с коллегами учли радиационные потери при известном зазоре образец – SIL с использованием дополнительного численного моделирования [27]. Авторы работы [28] экспериментально наблюдали режим критического возбуждения фонон-поляритона путем измерения спектров отражения с угловым разрешением в геометрии НПВО с фиксированным размером зазора, составившим несколько микрометров, что позволило им извлечь потери и длину распространения волноводной моды на одной частоте.



Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Экспериментальная установка НПВО с переменным воздушным зазором. Подробное описание приведено в тексте. Пространственный фильтр в плоскости изображения (*image plane*, IP) может использоваться для ограничения исследуемой области на поверхности образца. (b) – Схематическое изображение областей  $k_{||}$ -пространства, соответствующих волнам: (c) – утекающим как в воздух, так и в подложку; (d) утекающим только в подложку; (e) – полностью неизлучающим, возбуждаемым в геометрии НПВО с помощью ZnSe SIL, отделенной воздушным зазором от поверхности образца. Переменный зазор позволяет управлять эффективностью возбуждения волноводных мод

В данной работе мы предлагаем универсальный экспериментальный метод, который позволяет восстановить полную комплексную дисперсию произвольных эванесцентных волн в видимом и ближнем инфракрасном спектральных диапазонах. Используя спектроскопию отражения с угловым разрешением в геометрии НПВО с изменяемой величиной воздушного зазора, мы достигаем режима критической связи в широком спектральном диапазоне. Это позволяет определить спектральную зависимость как действительной, так и мнимой частей волнового вектора исследуемых мод.



Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Схема областей  $k_{||}$ -пространства, соответствующих волнам, утекающим в воздух, подложку и волноводным модам, возбуждаемым в геометрии НПВО, см. рис. 1b. (b), (c) – Угловые зависимости спектров отражения планарного кремниевого волновода на стеклянной подложке, измеренные в конфигурации НПВО для (b) – ТЕ- и (c) – ТМ-поляризованного света. Данные эксперимента и моделирования показаны в левой ( $k_{||} < 0$ ) и правой ( $k_{||} > 0$ ) областях соответственно. Спектры НПВО от образца нормированы на спектры от SIL из ZnSe в отсутствие образца. В расчетах размер зазора составлял 133 нм

2. Эксперимент и численное моделирование. Экспериментальная схема, сочетающая микроскопию задней фокальной (Фурье) плоскости (back focal plane, BFP) с линзой твердой иммерсии (solid immersion lens, SIL), позволяющая визуализировать изочастотные контуры волноводных мод, поддерживаемых планарными структурами, была предложена в работах [21, 22]. Усовершенствованная версия установки представлена на рис. 1.

В ходе эксперимента образец прижимается к плоской поверхности полусферической SIL из ZnSe с диаметром основания 3 мм при помощи комбинации микрометрического винта и пьезопозиционера. Воздушный зазор может изменяться с шагом в несколько нанометров вплоть до значений менее 100 нм. Изображение образца формируется с помощью объектива с большим рабочим отрезком и большой числовой апертурой (Mitutoyo, M Plan Apo HR, 100×, NA = 0.9) и системой линз. В этой конфигурации достижимая эффективная числовая апертура системы и соответствующая длина волнового вектора в плоскости составляют, соответственно:

$$\left(\frac{k_{||}}{k_0}\right)_{\max} = \mathrm{NA}_{\mathrm{eff}} = \mathrm{NA} \cdot n_{\mathrm{ZnSe}} \approx 2.25,$$
 (1)

где  $k_0 = 2\pi f/c$  – это волновой вектор света в свободном пространстве, f и c – частота и скорость света соответственно,  $n_{\rm ZnSe} \approx 2.5$  – показатель преломления ZnSe (при длине волны  $\lambda \approx 700$  нм) [29].

Свет от галогенного источника (Ocean Optics HL-2000-HP-FHSA) заводится в оптическую систему с помощью светоделителя, фокусируется объективом через SIL на поверхности образца. В канале детектирования отраженное излучение фокусируется при помощи 4f-схемы, так что задняя фокальная плоскость (BFP) оптической системы отображается на входную щель спектрометра, оснащенного ПЗСкамерой, охлаждаемой жидким азотом (Princeton Instruments SP2500 + PyLoN). Такая конфигурация позволяет напрямую визуализировать интенсивность отраженного света как функцию волнового вектора  $k_{||}$  и частоты f, см. рис. 2. Поляризация детектируемого излучения контролируется анализатором. В случае анизотропных образцов ориентацию волнового вектора в плоскости  $k_{||}$  (направление зондируемых волноводных мод) можно легко выбрать, вращая либо образец с держателем, либо BFP изображение с помощью призмы Дове, размещенной в канале детектирования.

Чтобы проиллюстрировать возможности нашего экспериментального подхода, мы изучили ТЕи ТМ-моды, поддерживаемые кремниевым планарным волноводом толщиной 225 нм на стеклянной подложке (аналогичный образец использовался в работе [21]) в видимом и ближнем инфракрасном диапазоне. Пленка кремния была осаждена с использованием магнетронного распыления. Шероховатость полученной поверхности была определена методом атомно-силовой микроскопии, и составила



## Increase of pushing force

Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – Измеренный коэффициент отражения с провалом, соответствующим волноводной ТЕмоде (при  $\lambda \approx 694$  нм) как функция силы прижима и волнового вектора в плоскости. (b) – Соответствующие карты отражения в осях "величина зазора – волновой вектор в плоскости". Вертикальными штриховыми линиями обозначен режим критической связи. (c) – Измеренная и (d) – рассчитанная зависимость минимального отражения от силы прижима и величины зазора соответственно. (e), (f) – Ширина провала в отражении на полувысоте как функция (e) – силы прижима и (f) – величины зазора, извлеченные из (a), (b). При моделировании мнимая часть показателя преломления кремния была увеличена, чтобы учесть дополнительные потери, возникающие из-за поликристалличности материала и шероховатости волновода

2–4 нм (среднеквадратичное отклонение). Спектры НПВО рассчитывались с использованием модального метода, реализованного в Фурье-пространстве (FMM) [30–32]. Показатели преломления для стеклянной подложки и кремниевого волновода взяты из работ [33, 34]. Следует отметить, что дисперсия и потери ( $\mathbf{n}(\omega), \mathbf{k}(\omega)$ ) слоя кремния, полученного магнетронным напылением, могут несколько отличаться от таковых для кристаллической пленки [34], использованных в моделировании. В частности, можно ожидать, что потери будут выше из-за поликристаллической структуры пленки, а так же из-за шероховатости ее поверхности.

3. Результаты и обсуждение. Типичные измеренные и рассчитанные карты НПВО показаны на рис. 2. Характерные провалы соответствуют резонансному возбуждению утекающих и волноводных мод с ТЕ и ТМ поляризацией. На рисунках 1b и 2a показаны три диапазона волновых векторов в плоскости, соответствующих различным углам падения света из ZnSe SIL. Во внутренней области (отмеченной красным на схемах на рис. 1 и 2) объемные распространяющиеся волны с  $|\mathbf{k}_{||}| < k_0$  существуют как в воздухе, так и в стеклянной подложке - волновод может поддерживать только моды, утекающие в оба полупространства (рис. 1с). Поскольку эти волны связаны с объемными волнами как со стороны подложки, так и со стороны воздуха в отсутствие каких-либо специальных устройств, таких как SIL, они обладают значительными потерями на излучение. Эти потери приводят к сильному радиационному уширению провалов в спектрах отражения, см. рис. 2b, с. В следующей области  $k_0 < |\mathbf{k}_{||}| < k_0 n_{\rm sub} \approx$  $\approx 1.51 k_0$  (отмечено желтым на схеме), моды утекают только в сторону подложки (рис. 1d). Наконец, для  $|{\bf k}_{||}| > k_0 n_{
m sub} \approx 1.51 k_0$  (зеленая область на схеме), режим распространения мод полностью волноводный. Что означает, что они полностью изолированы от излучения свободного пространства как в подложке, так и в воздухе. Эти моды могут быть эванесцентно возбуждены через высокоиндексную SIL в геометрии НПВО (рис. 1е). Отметим, что в эксперименте ТМполяризованная мода проявляется как спектральная особенность с асимметрией (рис. 2с), вызванной хроматическими аберрациями объектива. В этом спектральном диапазоне объектив, скорректированный на ближний инфракрасный диапазон, будет работать лучше, однако модели таких объективов обычно обладают более низкой числовой апертурой.

Как отмечалось ранее, вещественная часть дисперсии может быть легко извлечена из карт НПВО, измеренных при одной величине зазора в докрити-

ческом режиме связи, рис. 2b, с. Однако для оценки внутренних потерь моды необходимо отличать их от радиационного затухания, вызванного SIL. Для этого мы провели серию измерений карт НПВО с возрастающей силой прижима образца к SIL, контролируемой с помощью пьезопозиционера и микрометрического винта. Измеренные сечения карт НПВО для ТЕ поляризации в зависимости от величины силы прижима и волнового вектора в плоскости  $k_{\parallel}/k_0$ , полученные при фиксированной частоте f == 432 ТГц, показаны на рис. За. Сравнивая данные эксперимента с результатами численного моделирования (рис. 3b), можно сделать вывод, что минимальный воздушный зазор, достигнутый в эксперименте, составляет около 60 нм. Скорее всего, эта величина обусловлена механическим сопротивлением из-за частиц пыли между поверхностями образца и SIL и ограничена максимальной силой прижима, которую может обеспечивать пьезопозиционер.

Измеренные и рассчитанные карты отражения, продемонстрированные на рис. За, b, демонстрируют минимум, достигающий нуля (рис. 3с, d) при определенной силе прижима и размере зазора соответственно. Этот режим соответствует критической связи, когда радиационное затухание становится равным собственным потерям моды [26]. Действительно, как показано на рис. 3е, f, полная ширина на полувысоте (FWHM) провала, полученная из аппроксимации провала отражения (как функции  $k_{||}/k_0$ ) кривой Лоренца, в этом режиме ровно в два раза больше, чем при больших зазорах, когда радиационные потери малы, а полные потери асимптотически стремятся к величине, отвечающей собственным потерям моды.

Важным преимуществом предлагаемого подхода перед предыдущими является отсутствие необходимости измерять [35] или контролировать [27] величину воздушного зазора. Для экспериментальной идентификации критического режима связи необходимо достичь минимума коэффициента отражения (рис. 3с, d), после чего рассчитать собственные потери (мнимую часть волнового вектора  $\Delta k_{||}$ ) и длину распространения  $L_{\rm prop}$  волноводной моды из ширины провала отражения на полувысоте (FWHM):

$$\frac{\Delta k_{||}}{k_0} = \text{FWHM},\tag{2}$$

$$L_{\rm prop} = \frac{1}{2\Delta k_{||}} = \frac{\lambda_0}{4\pi \rm FWHM},\tag{3}$$

где  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме.

На рисунке 4а показаны извлеченные дисперсии ТЕ- и ТМ-мод, наблюдаемые на картах коэффициента отражения с угловым разрешением (рис. 2). В зависимости от типа моды и частоты света, режим критической связи достигается при разных силах прижима и соответствующих воздушных зазорах. Тем не менее, даже без точного знания величины зазора, для каждой частоты этот режим реализуется при достижении минимума коэффициентом отражения. Спектральная зависимость длин распространения мод показана на рис. 4b. Для сравнения, на рис. 4 также приведены рассчитанные данные дисперсии и потерь в волноводе из кристаллического кремния толщиной 225 нм. Как и следовало ожидать, данные расчетов отличаются от результатов экспериментов, полученных для кремниевого волновода с шероховатой поверхностью 2-4 нм, изготовленного при помощи магнетронного напыления.



Рис. 4. (Цветной онлайн) (a) – Измеренная и рассчитанная дисперсия двух мод с ТЕ и ТМ поляризацией, распространяющихся в кремниевом планарном волноводе толщиной 225 нм, расположенном на стеклянной подложке. (b) – Спектральные зависимости измеренных и рассчитанных длин распространения этих мод. Данные моделирования приведены для кристаллического кремния [34]

4. Заключение. Таким образом, мы предлагаем неинвазивный экспериментальный подход, который позволяет извлекать полную комплексную дисперсию оптических волноводных мод или поверхностных волн, поддерживаемых произвольными планарными фотонными структурами. Изменяя воздушный зазор в геометрии нарушенного полного внутреннего отражения с угловым и спектральным разрешением, мы идентифицируем режим критической связи мод свободного пространства и интересующей нас моды и извлекаем ее длину распространения как функцию частоты. Предлагаемая методика является универсальным инструментом для экспериментального исследования оптических свойств метаповерхностей, фотонно-кристаллических волноводов и волноводов, поддерживающих неизлучающиеся плазмонные, экситонные или фононные поляритоны.

Авторы выражают благодарность Изабель Штауде за постановку вопроса, Ивану Мухину за помощь в изготовлении образцов и Андрею Богданову за плодотворные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант # 19-72-00176).

- J. Polo, T. Mackay, and A. Lakhtakia, *Electromagnetic surface waves: a modern perspective*, Elsevier, Waltham, MA, USA (2013).
- M. L. Calvo and V. Lakshminarayanan, Optical waveguides: from theory to applied technologies, CRC Press, London, UK (2018).
- 3. H. A. Haus, *Waves and fields in optoelectronics*, Prentice-Hall, Englewood cliffs, NJ (1984).
- F. Bonaccorso, Z. Sun, T. Hasan, and A. Ferrari, Nature Photon. 4, 611 (2010).
- T. Tamir, G. Griffel, and H.L. Bertoni, *Guided-Wave Optoelectronics: Device Characterization, Analysis, and Design*, Springer, Boston, MA, USA (2013).
- E. A. Bezus, L. L. Doskolovich, D. A. Bykov, and V. A. Soifer, JETP Lett. 99, 63 (2014).
- Y. Liu and X. Zhang, Appl. Phys. Lett. 103, 141101 (2013).
- O. Takayama, A. Bogdanov, and A.V. Lavrinenko, J. Phys. Condens. Matter 29, 463001 (2017).
- Z. Guo, H. Jiang, and H. Chen, J. Appl. Phys. 127, 071101 (2020).
- O.V. Kotov and Y.E. Lozovik, Phys. Rev. B 100, 165424 (2019).
- V. Lousse, W. Suh, O. Kilic, S. Kim, O. Solgaard, and S. Fan, Opt. Express **12**, 1575 (2004).
- Z. Liu, S. Tibuleac, D. Shin, P. Young, and R. Magnusson, Opt. Lett. 23, 1556 (1998).
- A. Christ, S. Tikhodeev, N. Gippius, J. Kuhl, and H. Giessen, Phys. Rev. Lett. **91**, 183901 (2003).
- H. Raether, Surface plasmons on smooth and rough surfaces and on gratings, Springer, Berlin, Heidelberg (1988).
- S. A. Maier, *Plasmonics: fundamentals and applications*, Springer, NY, USA (2007).
- D. A. Bykov, L. L. Doskolovich, and V. A. Soifer, JETP Lett. 95, 6 (2012).

- A. Otto, Zeitschrift f
  ür Physik A Hadrons and Nuclei 216, 398 (1968).
- M. Galli, M. Belotti, D. Bajoni, M. Patrini, G. Guizzetti, D. Gerace, M. Agio, L. Andreani, and Y. Chen, Phys. Rev. B 70, 081307 (2004).
- M. Galli, D. Bajoni, M. Patrini, G. Guizzetti, D. Gerace, L. Andreani, M. Belotti, and Y. Chen, Phys. Rev. B 72, 125322 (2005).
- A. Samusev, I. Mukhin, R. Malureanu, O. Takayama, D. V. Permyakov, I. Sinev, D. Baranov, O. Yermakov, I. Iorsh, A. Bogdanov, and A. Lavrinenko, Opt. Express 25, 32631 (2017).
- D. Permyakov, I. S. Sinev, S. Sychev, A. S. Gudovskikh, A. Bogdanov, A. Lavrinenko, and A. Samusev, JETP Lett. **107**, 10 (2018).
- D. Pidgayko, I. Sinev, D. Permyakov, S. Sychev, F. Heyroth, V. Rutckaia, J. Schilling, A. Lavrinenko, A. Bogdanov, and A. Samusev, ACS Photonics 6, 510 (2018).
- J. Schoenwald, E. Burstein, and J. Elson, Solid State Commun. 12, 185 (1973).
- P. Dawson, B. Puygranier, and J. Goudonnet, Phys. Rev. B 63, 205410 (2001).
- M. Haruna, Y. Segawa, and H. Nishihara, Electron. Lett. 28, 1612 (1992).

- L. Novotny and B. Hecht, *Principles of nano-optics*, Cambridge University Press, Cambridge, England, UK (2012).
- 27. D.-Z. A. Chen and G. Chen, Appl. Phys. Lett. 91, 121906 (2007).
- B. Neuner III, D. Korobkin, C. Fietz, D. Carole, G. Ferro, and G. Shvets, Opt. Lett. 34, 2667 (2009).
- 29. M. R. Querry, Optical constants of minerals and other materials from the millimeter to the ultraviolet, Chemical Research, Development & Engineering Center, US Army Armament (1987).
- 30. L. Li, JOSA A 14, 2758 (1997).
- L. Li, Journal of Optics A: Pure and Applied Optics 5, 345 (2003).
- L. Li, in Mathematical modeling in optical science, SIAM, Philadelphia, PA (2001), p. 111.
- N-BK7 SCHOTT<sup>®</sup>, Schott Optics Glass Catalogue data sheet # 517642.251 (2017).
- C. Schinke, P. Christian Peest, J. Schmidt, R. Brendel, K. Bothe, M. Vogt, I. Kröger, S. Winter, A. Schirmacher, S. Lim, H. Nguyen, and D. MacDonald, AIP Adv. 5, 067168 (2015).
- K. Pufahl, N.C. Passler, N.B. Grosse, M. Wolf, U. Woggon, and A. Paarmann, Appl. Phys. Lett. 113, 161103 (2018).