

УДК 534.01:539.6

## ВСПЛЫТИЕ ПОДВОДНОГО ГАЗОВОГО ТРУБОПРОВОДА

© 2023 г. М. А. Ильгамов<sup>a,b,c,\*</sup>

<sup>a</sup>Институт машиноведения им А.А. Благодирова РАН, Москва, Россия

<sup>b</sup>Башкирский государственный университет, Уфа, Россия

<sup>c</sup>Институт механики УФИЦ РАН, Уфа, Россия

\*e-mail: [ilgamov@anrb.ru](mailto:ilgamov@anrb.ru)

Поступила в редакцию 27.06.2022 г.

После доработки 05.07.2022 г.

Принята к публикации 07.07.2022 г.

Изучен линейный и нелинейный изгиб пролета подводного трубопровода между двумя опорами. Учитываются вес трубопровода с транспортируемой средой, выталкивающая сила воды, поперечные распределенные силы, обусловленные давлениями на внутреннюю и внешнюю поверхности, изменением кривизны осевой линии при изгибе, а также уменьшение среднего давления на стенки трубы при ее подъеме. Опоры допускают перемещение в осевом направлении пропорционально возникающему усилию. Статический изгиб трубопровода рассматривается до положения, совпадающего с поверхностью воды. Приведен параметрический анализ изгиба, в частности, в зависимости от давления газа и глубины водоема. Определены условия всплытия трубопровода.

*Ключевые слова:* подводный трубопровод, давления воды и газа, изгиб

DOI: 10.31857/S0572329922600487, EDN: DGBKTM

**1. Введение.** Всплытие подводного трубопровода сопровождается изгибом его некоторой части. Анализ этого изгиба и возможного всплытия является необходимым с практической точки зрения [1–3]. Такое равновесное положение сооружения является недопустимым для его безопасной эксплуатации.

Подъем более тяжелого трубопровода, чем подъемная сила воды, вызывается температурным удлинением при сезонном нагреве воды, изменением температуры перекачиваемого газа, отсутствием возможности изгибаться по дну водоема для компенсации указанного удлинения, изменением рельефа дна (подъем, опускание, сдвиги), донных течений и т.д. Наибольшая вероятность всплытия наступает при одновременной реализации указанных факторов. Возможно, играют роль малые на первый взгляд факторы, проявляющиеся одновременно с другими. В литературе отмечается недостаточная разработанность механизмов явления. Обычным является недостаток информации о причинах наступившего происшествия. В качестве примера можно привести всплытие двух обетонированных газовых трубопроводов “Бованенково–Ухта-2”, проложенных рядом с другими трубопроводами и находящихся в одинаковых условиях с ними в Байдарацкой бухте (залив Карского моря, глубина 20 м, внутренний диаметр стальной трубы 1.20 м, рабочее давление 12 МПа, лето 2021 года).

Свариваемые между собой секции трубопровода изготавливаются из стальной трубы, с которой с помощью вставок центрируется стальная цилиндрическая оболочка большего диаметра. Кольцевое пространство между ними заполняется бетонным раствором. Такая слоистая конструкция обеспечивает необходимые балластные, тепло-

изоляционные, антикоррозионные свойства, защищает от механических повреждений внутреннюю трубу [2–7].

Большое внимание уделено анализу прочности и статической продольной устойчивости трубопровода при различных условиях взаимодействия с основанием на земле, под землей, под водой [4–13]. Упругое выпучивание вверх подводного трубопровода является спусковым механизмом для его дальнейшего подъема. При этом важным является учет начальной кривизны осевой линии, так как ее наличие обуславливает дальнейший подъем сооружения [9, 10]. Кроме указанных выше определяющими факторами являются осевые сжимающие силы, возможное уменьшение разности веса конструкции и подъемной силы воды в силу разных причин. Определенную роль играют колебания давления газа с частотой перекачивающих станций, возникающие ударные явления, землетрясения [14]. Изучается подъем трубопровода в результате вибрации опор. Задачи изгиба трубопровода ставятся в линейной и нелинейной постановке. Развита аналитические и численные методы. Обширный обзор литературы дан в [15].

При анализе явления представляется необходимым учет взаимодействия кривизны осевой линии трубопровода и давлений воды и газа [16]. В [17] предложена простейшая модель всплытия с учетом изменения давления воды и газа при подъеме трубопровода. В данной работе эта модель обобщается с учетом упругой реакции опор на продольное перемещение трубы, осевой силы, зависящей от угла поворота сечения, осевой и кольцевой деформации трубы, температурного расширения. Учет взаимодействия силы растяжения с кривизной осевой линии трубы приводит к уточнению распределенной поперечной силы. Кроме того дается строгий вывод выражения поперечной силы в зависимости от давления воды и газа, подъема трубы и кривизны осевой линии. Такое обобщение позволяет описывать подъем трубопровода, в частности, под действием давления газа, превышающего критическое внутреннее давление в трубе. Могут быть рассмотрены также другие режимы всплытия, которые не описываются приближенной моделью [17].

Во всех указанных работах принимаются допущения о том, что при изгибе круговая форма поперечного сечения трубопровода не меняется, это сечение перпендикулярно осевой линии, напряжения в поперечном направлении малы по сравнению с напряжением в продольном направлении (гипотезы Кирхгоффа). Эти допущения приемлемы, если диаметр трубопровода и его прогиб малы по сравнению с длиной волны изгиба. Как правило, указанные условия практически выполняются для магистральных и промысловых газовых трубопроводов.

При допущениях, указанных выше, жесткость растяжения  $K$  и изгибная жесткость  $D$  трубопроводов и других подобных сооружений (например, слоистого сверхпроводящего кабеля [18]) определяется суммой жесткостей  $n$  слоев со своими модулями упругости  $E_n$ , средними радиусами  $R_n$  и толщинами  $h_n$ . Так же определяется общий вес  $\rho F$  на единицу длины трубопровода. В данном случае имеются три концентрических цилиндрических слоя, для которых

$$K = 2\pi \sum_{n=1}^3 E_n R_n h_n, \quad D = \pi \sum_{n=1}^3 E_n R_n^3 h_n, \quad \rho F = 2\pi \sum_{n=1}^3 \rho_n R_n h_n \quad (1.1)$$

где  $\rho$  – средний удельный вес,  $\rho_n$  – удельный вес слоя,  $F$  – общая площадь поперечного сечения трубы. При записи (1.1) предполагается  $h_n \ll R_n$ . Используется следующее уравнение статического изгиба трубопровода

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} - \frac{d}{dx} \left( N \frac{dw}{dx} \right) = -\rho F + q \quad (1.2)$$

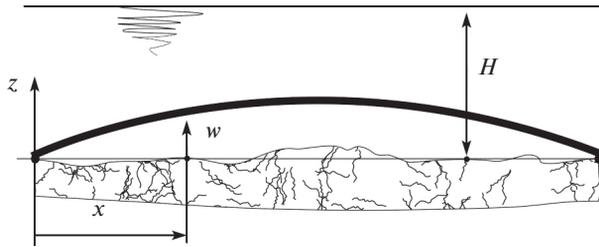


Рис. 1. Схема подводного трубопровода.

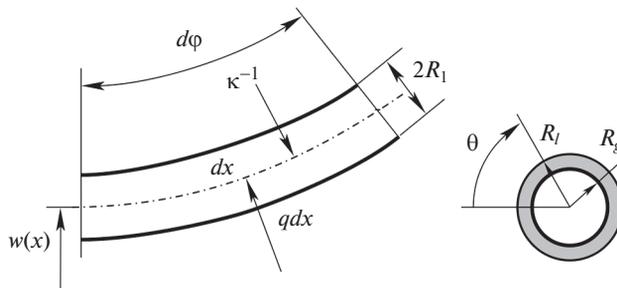


Рис. 2. Элемент  $dx$  с плоскими поперечными сечениями, перпендикулярными к изогнутой осевой линии.

где положительное направление прогиба осевой линии  $w(x)$  принято вверх,  $x$  — координата вдоль оси,  $N, q$  — продольная растягивающая и поперечная распределенная силы.

**2. Постановка задачи.** На рис. 1 приводится схема пролета трубопровода длиной  $L$  между опорами на дне водоема глубиной  $H$ . Имеется некоторый подъем дна между опорами, максимальное значение прогиба  $w$  не превышает глубины  $H$ . Будем предполагать, что  $L/H > 10$ , изогнутая форма трубопровода является пологой кривой, угол поворота поперечного сечения мал по сравнению с единицей, поперечное сечение остается круговым и перпендикулярным к осевой линии. Подъем трубопровода происходит медленно, поэтому инерционные силы в системе и гидродинамические силы в результате обтекания водой не учитываются. В этих предположениях будем пользоваться уравнением изгиба (1.2) и определять устойчивые изогнутые положения равновесия трубопровода. Как противоположный пример, где существенны инерционные силы, внешнее обтекание водой, изменение объема, его формы и Архимедовой силы, приведем всплытие газового пузыря после подводного взрыва [19].

Опоры находятся на одном уровне и неподвижны в вертикальном направлении. Одна из них обладает конечной жесткостью  $C$  в горизонтальном направлении, другая — абсолютно жесткая. Примем относительно функций продольного перемещения  $u(x)$  и прогиба  $w(x)$  условия

$$\begin{aligned} N = Cu, \quad w = 0, \quad \frac{dw}{dx} = B \frac{d^2w}{dx^2} \quad (x = 0) \\ u = 0, \quad w = 0, \quad \frac{dw}{dx} = B \frac{d^2w}{dx^2} \quad (x = L) \end{aligned} \tag{2.1}$$

где  $B$  и  $C$  — жесткости опор на поворот сечения трубы и продольное перемещение.

Поперечная распределенная нагрузка  $q$ , входящая в (1.2), обусловлена воздействием сред на внешнюю и внутреннюю поверхности трубы ( $q = q_l + q_g$ ). На рис. 2 изображен изогнутый элемент  $dx = \kappa^{-1}d\varphi$  трубы. Элементарная площадка на внешней поверхности равна  $(\kappa^{-1} - R_l \sin \theta)R_l d\varphi d\theta$ , где  $\kappa$  – кривизна осевой линии,  $R_l$  – радиус внешней поверхности трубы,  $\theta$  – центральный угол в поперечном сечении. Так как давление воды на уровне опор ( $z = 0$ ) и на уровне осевой линии с прогибом  $z = w$  равно соответственно  $\rho_l H$  и  $\rho_l(H - w)$ , то на внешней поверхности изогнутой трубы оно изменяется по закону  $\rho_l(H - w - R_l \sin \theta)$ , где  $\rho_l$  – удельный вес. Элементарная поперечная сила от этого давления, приходящаяся на длину  $dx$  осевой линии, равна

$$q_l R_l dx d\theta = -\rho_l R_l (\kappa^{-1} - R_l \sin \theta) (H - w - R_l \sin \theta) \sin \theta dx d\theta$$

Ввиду показанного на рис. 2 начала угла  $\theta$  здесь в правой части взят знак минус. Из-за оговоренной выше пологости осевой линии трубопровода ( $(dw/dx)^2 \ll 1$ ) принято  $\cos(dw/dx) \approx 1$ . Проинтегрировав это выражение по  $\theta$  в пределах от 0 до  $2\pi$  и учитывая  $dx = \kappa^{-1}d\varphi$ , получаем

$$q_l = \rho_l F_l + \rho_l F_l (H - w) \kappa, \quad F_l = \pi R_l^2 \quad (2.2)$$

Как известно, давление и плотность газа по высоте убывают по экспоненте. Но до высот порядка  $10^3$  м может быть взят линейный закон. Давление  $p_g(w)$  и плотность  $\rho_g(w)$  на уровне  $z = w(x)$  примем приближенно

$$\frac{p_g(w)}{p_g} = 1 - \frac{\rho_g w}{p_g}, \quad \frac{\rho_g(w)}{\rho_g} = 1 - \frac{\rho_g w}{p_g} \quad (2.3)$$

где  $\rho_g, p_g$  – значения их на уровне опор ( $z = 0$ ). Они связаны между собой изотермическим законом. Отметим, при  $w = 100$  м и атмосферных значениях параметров по (2.3) получаем уменьшение плотности и давления на 1% (известная оценка из аэростатики).

Для определения распределенной поперечной силы  $q_g$  нужно повторить приведенный выше вывод для  $q_l$ . С учетом (2.3) получаем давление на внутреннюю стенку трубы  $p_g - \rho_g(w + R_g \sin \theta)$ . Элементарная площадка определяется так же, что выше, но вместо  $R_l$  нужно подставить радиус внутренней поверхности  $R_g$ . Тогда вместо (2.2) имеем

$$q_g = -\rho_g F_g \left( 1 - \frac{\rho_g w}{p_g} \right) - (p_g - \rho_g w) F_g \kappa, \quad F_g = \pi R_g^2 \quad (2.4)$$

Первые члены в (2.2) и (2.4) дают подъемную силу воды (Архимедову силу) и вес газа в зависимости от высоты подъема. Второй член в скобках в (2.4) дает поперечную силу на уровне  $z = w$ . В выражении (2.4) сохранены члены с множителем  $w$  только в первой степени. С учетом  $q = q_l + q_g$ , выражений (2.2), (2.4) и связи кривизны осевой линии с прогибом  $\kappa \approx d^2 w / dx^2$  получаем

$$q = \rho_l F_l - \rho_g F_g \left( 1 - \frac{\rho_g w}{p_g} \right) + (\rho_l F_l H - p_g F_g - (\rho_l F_l - \rho_g F_g) w) \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (2.5)$$

При определении продольного усилия  $N$  нужно рассмотреть осесимметричную и продольную деформацию трубы под действием давлений воды и газа. Для этого привлекаем загон Гука в осесимметричном случае

$$N_x \approx \frac{K(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_\theta)}{2\pi R(1 - \nu^2)}, \quad N_\theta \approx \frac{K(\varepsilon_\theta + \nu\varepsilon_x)}{2\pi R(1 - \nu^2)} \quad (2.6)$$

$$R = \frac{1}{3}(R_1 + R_2 + R_3), \quad \nu = \frac{1}{3}(\nu_1 + \nu_2 + \nu_3)$$

Здесь осевое и окружное усилия  $N_x, N_\theta$  приходятся на единицу длины в окружном и осевом направлениях. Так как согласно (1.1) жесткость растяжения  $K$  записана для всей трубы, то в уравнениях (2.6) есть деление на  $2\pi R$ . Величины  $R, \nu$  и  $\varepsilon_\theta, \varepsilon_x$  являются средними значениями радиуса, коэффициента Пуассона и деформаций в слоистой трубе. Они являются сугубо приближенными, как и выражения (1.1). Погрешности их уменьшаются с уменьшением отношения  $R_l/R_g$ .

Исключив  $\varepsilon_\theta$  в (2.6), получаем

$$N_x = \frac{K\varepsilon_x}{2\pi R} + \nu N_\theta \quad (2.7)$$

Второй член в (2.7), содержащий коэффициент  $\nu$ , является поправочным, поэтому ограничиваемся приближенным определением силы  $N_\theta$ , не учитывая изменения ее в зависимости от  $w$ . Из уравнения равновесия  $(p_g R_g - p_l R_l) d\theta - 2N_\theta \sin(d\theta/2) = 0$  (рис. 2) следует  $N_\theta = (p_g R_g - p_l R_l)$ . Исключив  $N_\theta$  в выражении (2.7), получаем

$$N_x = \frac{K\varepsilon_x}{2\pi R} + \nu(p_g R_g - p_l R_l) - \frac{KaT}{2\pi R} \quad (2.8)$$

где учтена также температурная деформация с коэффициентом  $a$  [3, 4]. Здесь  $T$  – разность температур в рассматриваемое время и при монтаже сооружения. Значения  $a$  и  $T$  считаем постоянными по всей длине  $L$ .

С учетом средней упругой деформации по толщине стенки трубы

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dx} \right)^2$$

а также  $N \approx 2\pi R N_x, \pi R(p_g R_g - p_l R_l) \approx p_g F_g - p_l F_l$ , выражение (2.8) запишем в виде

$$\frac{du}{dx} = \frac{N - 2\nu(p_g F_g - p_l F_l)}{K} - \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 + aT$$

Проинтегрируем это выражение по  $x$  от 0 до  $L$ . При этом левая часть его равна  $u(L) - u(0)$ . Из условий (2.1) следует  $u(L) = 0, u(0) = N/C$ . Тогда получаем следующее выражение для осевого усилия

$$N = \frac{K}{1 + \lambda} \left( \frac{1}{2L} \int_0^L \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 dx - aT \right) + \frac{2\nu(p_g F_g - p_l F_l)}{1 + \lambda}, \quad \lambda = \frac{K}{CL} \quad (2.9)$$

Подставив (2.5) и (2.9) в уравнение (1.2), получаем уравнение

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + \left( \alpha + \mu w - \eta \int_0^\pi \left( \frac{dw}{d\xi} \right)^2 d\xi \right) \frac{d^2 w}{d\xi^2} - \beta w = \gamma$$

$$\alpha = \frac{(p_g F_g - \rho_l F_l H)(1 - \chi)}{P_*} + \frac{KaT}{(1 + \lambda)P_*}, \quad P_* = \frac{\pi^2 D}{L^2} \quad (2.10)$$

$$\chi = \frac{2\nu}{1 + \lambda}, \quad \beta = \frac{\rho_g^2 F_g L^2}{\pi^2 p_g P_*}, \quad \mu = \frac{(\rho_l F_l - \rho_g F_g) L}{P_*}$$

$$\eta = \frac{\pi K}{2P_* (1 + \lambda)}, \quad \gamma = \frac{(\rho_l F_l - \rho F - \rho_g F_g) L}{\pi^2 P_*}, \quad \xi = \frac{\pi x}{L}$$

где прогиб  $w$  отнесен к длине  $L$ .

Независимые параметры  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\mu$ ,  $\eta$ ,  $\gamma$ ,  $\chi$ ,  $\lambda$  и члены уравнения (2.10) являются безразмерными. Все параметры возрастают с уменьшением величины  $P_*$ , представляющей собой критическое значение осевой сжимающей силы на трубу (Эйлеровое значение). Параметр  $\alpha$  характеризует влияние давлений газа и воды, а также температурного расширения на изгиб трубопровода. В его составе параметром  $\chi$  учитывается отношение жесткостей трубы и опоры в продольном направлении (при малом их отношении  $\lambda \rightarrow 0$ ,  $\chi \rightarrow 2\nu$ , при большом отношении  $\lambda \rightarrow \infty$ ,  $\chi \rightarrow 0$ ). Параметрами  $\beta$  и  $\mu$  учитываются влияние уменьшения веса газа и его давления на стенку трубы с подъемом на величину  $w$  (в составе  $\mu$  учитывается также уменьшение давления воды). Параметр  $\eta$  характеризует влияние на изгиб продольной растягивающей силы, возникающей в результате подъема трубы, зависит от жесткости на растяжение и указанного выше отношения жесткостей ( $\lambda$ ). Параметр  $\gamma$  представляет собой разность подъемной силы воды и веса трубы и содержащегося в ней газа, поделенную на критическую силу сжатия.

При решении уравнения (2.10) ограничимся случаем больших значений  $B$  в условиях закрепления (2.1) и примем  $d^2 w/d\xi^2 = 0$  ( $\xi = 0, \pi$ ). Такое приближение является приемлемым во многих случаях нелинейного изгиба [20]. Отметим, что условия относительно продольного перемещения выполнены в выводе уравнения (2.10). Решение (2.10) будем искать в виде ряда по  $\sin n\xi$ , где  $n = 1, 3, \dots$  ввиду симметрии изгиба относительно середины пролета. Этот ряд быстро сходится из-за наличия в (2.10) члена с четвертой производной. Например, при  $\alpha = \beta = \mu = \eta = 0$  сходимость  $n^{-5}$  (при указанных ненулевых параметрах она ухудшается). Поэтому ограничиваемся применением только аппроксимации  $w = W \sin \xi$ . Подставив ее в (2.10), умножив на  $\sin \xi$  и проинтегрировав в пределах от 0 до  $\pi$ , получаем приближенное уравнение относительно прогиба в середине пролета

$$\pi^2 \eta W^3 - 5\mu W^2 + 2\pi(1 - \alpha - \beta)W - 8\gamma = 0 \quad (2.11)$$

Анализ поведения трубопровода в общем случае со многими входными параметрами по (2.11) требует специального рассмотрения. Здесь ограничимся анализом некоторых характерных частных случаев. Исключим из рассмотрения влияние температурного расширения, так как оно затрагивается в работах [4–7, 13]. Основное внимание уделим выяснению роли давления газа. Температурный фактор усиливает эту роль при изгибе трубопровода.

**3. Подъем при высоком давлении газа и малом превышении веса трубопровода над подъемной силой.** При высоком давлении газа предполагаем  $\alpha \gg 1 - \beta$ , а малом отличии веса трубопровода от Архимедовой силы  $2\pi\alpha W \gg 8|\gamma|$ . Так как максимальное значение  $W = (H - R_l)/L$ , то последнее условие может быть записано  $\alpha H \gg |\gamma|L$ . Здесь учтено  $R_l \ll H$ . Приближенное решение уравнения (2.11) примем в виде суммы  $W = W_\alpha +$

+  $W_\gamma$ , где  $W_\alpha$  – прогиб, обусловленный давлением газа и воды,  $W_\gamma$  – прогиб, обусловленный плавучестью трубопровода и другими параметрами. Исследуем случай преобладающего вклада давления газа на значение прогиба над вкладом веса и подъемной силы. В приближенном решении будем пренебрегать  $W_\gamma^2$  по сравнению с  $W_\alpha^2$ .

Подставляя указанную сумму в (2.11), получаем уравнения

$$\begin{aligned} W_\alpha[\pi\eta W_\alpha^2 + 2(1 - \alpha - \beta)] &= 0 \\ W_\gamma[3\pi^2\eta W_\alpha^2 - 10\mu W_\alpha + 2\pi(1 - \alpha - \beta)] &= 8\gamma + 5\mu W_\alpha^2 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Три корня первого уравнения (3.1) имеют вид

$$W_\alpha = 0, \quad W_\alpha = \pm \sqrt{\frac{2(\alpha + \beta - 1)}{\pi\eta}} \quad (3.2)$$

Значение  $W_\gamma$  из второго уравнения (3.1), соответствующее корню  $W_\alpha = 0$ ,

$$W_\gamma = \frac{4\gamma}{\pi(1 - \alpha - \beta)} \quad (3.3)$$

представляет собой также решение линейного уравнения (2.11) при  $\eta = 0$ ,  $\mu = 0$  и условии  $\alpha < 1 - \beta$ . Им не охватывается поведение трубопровода, зависящее от параметров упругой нелинейности, препятствия опор изгибу и от изменения давления воды и газа при подъеме. Значение  $\alpha = 1 - \beta$  является критическим, при котором линейное решение (3.3) неограниченно возрастает. При соответствующем внутреннем перепаде давления теряется устойчивость прямолинейной формы трубы [16]. Корни  $W_\alpha = 0$  и (3.3) не удовлетворяют названным вначале раздела условиям и далее не рассматриваются.

Ненулевые значения  $W_\alpha$  соответствуют нелинейному изгибу после потери устойчивости. Знаки их определяются начальным отклонением трубы вверх или вниз от прямой, соединяющей опоры.

Вследствие принятого выше положительного направления прогиба и сил решение (3.2) со знаком плюс определяет подъем трубопровода под действием внутреннего давления в трубе. Подставив  $W_\alpha$  во второе уравнение (3.1), получаем выражение для  $W_\gamma$ . Поэтому общий прогиб равен

$$W = W_\alpha + W_\gamma = \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi\eta}} + \frac{4\pi\eta\gamma + 5\mu\alpha}{2\pi^2\eta\alpha - 5\mu\sqrt{2\pi\eta\alpha}} \quad (3.4)$$

Так как превышению веса над подъемной силой соответствует  $\gamma < 0$ , то в (3.4) значение  $W$  отличается от  $\sqrt{2\alpha/(\pi\eta)}$  в зависимости от соотношения членов в числителе и знаменателе второго члена (3.4). Такие устойчивые равновесные положения могут быть реализованы при дополнительных условиях, задаваемых в конкретных случаях.

Принимая для середины пролета трубопровода значение безразмерного прогиба равным  $W \approx H/L$ , из (3.4) получаем критерий всплытия. В частности, из этого критерия может быть определено то значение параметра  $\alpha$  (внутреннего перепада давления), когда происходит всплытие трубопровода, при других известных входных параметрах. При отношении  $L/H$  порядка  $10^2$  и более критерий может быть упрощен. В исходных параметрах он может быть представлен в виде

$$\frac{H}{L} = \sqrt{\frac{2p_g F_g}{\pi^3 ERh}} + \frac{2L(\rho F - \rho_l F_l)}{\pi^3 p_g F_g} \quad (3.5)$$

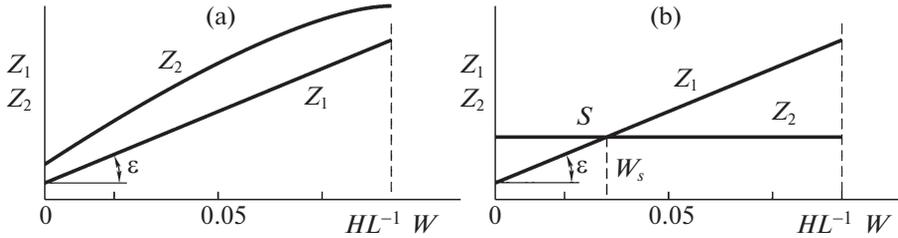


Рис. 3. Изменение сил, направленных вверх ( $Z_1$ ) и вниз ( $Z_2$ ), по мере поднятия трубопровода, определяемой отношением прогиба середины пролета к его длине  $W$ , в случае  $\rho F > \rho_l F_l$ ;  $a$  – отсутствие всплытия,  $b$  – возможное всплытие.

Значение  $W_\alpha$  с отрицательным знаком в (3.2) реализуется, если имеется углубление дна водоема между опорами и  $\gamma < 0$ . Тогда общий прогиб определяется выражением (3.4), в знаменателе второго члена в нем знак минус заменяется на плюс.

В зависимости от входных параметров опускание и подъем трубопровода отличаются по величине. Такое поведение определяется параметром  $\mu$ , которым учитывается изменение давления воды и газа на стенки трубы при ее изгибе. Если не учитывать это изменение (как в [6–13]), то получаются одинаковые значения подъема и опускания трубопровода.

Верхний предел давления газа определяется прочностью трубы. Размеры стальных магистральных, технологических и промысловых труб определяются по ГОСТ 20295-74. Например, для трубы средним диаметром  $2R = 0.524$  м и толщиной  $h = 0.006$  м кольцевое растягивающее напряжение равно  $\sigma_\theta \approx p_g R/h = 44p_g$ . Должно быть  $m\sigma_\theta = \sigma_b$ , где предел прочности  $\sigma_b = 600$  МПа,  $m$  – запас прочности, который задается нормами в соответствующей области применения труб (примем  $m = 1.5$ ). Поэтому для данной трубы максимально допустимое давление газа  $p_g = 9.1$  МПа. Если ее толщина составляет  $h = 0.01$  м, то  $p_g = 16.6$  МПа. Для трехслойной трубы можно принять эти же оценки с бóльшим запасом прочности, чем  $m = 1.5$ , за счет наличия двух внешних слоев.

В принятом выше условии  $\alpha \gg 1 - \beta$  примем  $T = 0$ . Оценки показывают, что  $\beta$  значительно меньше единицы. Тогда это условие приобретает вид  $p_g F_g \gg P_*$ . Для однослойной трубы  $P_* = \pi^2 DL^{-2} = \pi^3 ER^3 h L^{-2}$  и  $p_g F_g \gg \pi^2 ER h L^{-2}$ . Для рассматриваемой трубы приняв  $p_g \approx 10$  МПа,  $E = 2 \times 10^5$  МПа, получаем  $L^2 \gg 600$  м<sup>2</sup>. Таким образом, можно считать, что условие  $\alpha \gg 1$  выполняется при длине пролета порядка 100 м и выше. Этот результат объясняется тем, что критическая сила  $P_*$  уменьшается как  $L^{-2}$ .

**4. Подъем при свободном продольном перемещении трубопровода на опорах.** При этом условии в (2.1) необходимо принять  $C = 0$ . Это приводит в (2.9) к значениям  $\lambda = \infty$  и  $N = 0$ , а в (2.10) –  $\chi = 0$ ,  $\eta = 0$ . Решение получающегося уравнения из (2.10) остается таким же, что выше. Поэтому в уравнении (2.11) не будет первого члена. Решение уравнения изгиба трубопровода в этом случае дано в [17]. Здесь приведен более наглядный анализ поведения трубопровода в случае легкого газа ( $\rho_g F_g \ll \rho_l F_l$ ,  $\beta \ll 1$ ). С некоторой погрешностью можно рассматривать и случай природных газов, для которых при давлении порядка 10 МПа удельный вес  $\rho_g$  меньше  $\rho_l$  на порядок.

Перепишем уравнение (2.11) без первого члена в исходных параметрах, пользуясь обозначениями  $\alpha$ ,  $\mu$ ,  $\gamma$ ,  $P_*$  согласно (2.10),

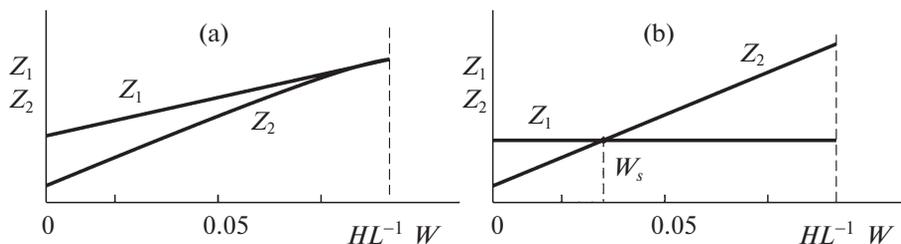


Рис. 4. Изменение сил, направленных вверх ( $Z_1$ ) и вниз ( $Z_2$ ), по мере поднятия трубопровода, определяемой отношением прогиба середины пролета к его длине  $W$ , в случае  $\rho F < \rho_l F_l$ ;  $a$  – всплытие,  $b$  – возможное отсутствие всплытия, некоторый подъем.

$$\frac{\rho_l F_l}{\rho F} + \frac{\pi^3 p_g F_g}{4\rho FL} W = 1 + \frac{\pi^5 D}{4\rho FL^3} W + \frac{\pi^3 \rho_l F_l H}{4\rho FL} \left(1 - \frac{5LW}{2\pi H}\right) W \quad (4.1)$$

где в левой части содержатся члены, соответствующие силам, направленным вверх (обозначим через  $Z_1$ ), а в правой части – вниз ( $Z_2$ ). Все члены отнесены к постоянной величине – весу трубопровода единичной длины.

На рис. 3,а показаны зависимости  $Z_1(W)$  и  $Z_2(W)$  в случае, когда вес трубопровода единичной длины превышает подъемную силу воды ( $\rho F > \rho_l F_l$ ). При этом не происходит подъема трубопровода даже при наличии его начального искривления вверх (на рис. 3,а  $Z_1 < Z_2$ ). Картина может измениться при одновременном действии внутренне-го давления и температурного расширения, как это видно по параметру  $\alpha$  (2.10).

Однако могут быть исключения даже при  $T = 0$ . Рассмотрим случай большого давления газа  $p_g$ , малой глубины водоема  $H$ , большой длины пролета  $L$ . Тогда следующие члены уравнения (4.1) (при максимальном значении  $W = (H - R_l)/L \approx H/L$ )

$$\frac{\pi^5 DH}{4\rho FL^4} = \frac{\pi^5 ER^2 H}{8\rho L^4}, \quad \frac{\pi^3 \rho_l F_l H^2}{4\rho FL^2} \approx \frac{\pi H^2}{L^2}$$

малы по сравнению с единицей. Здесь  $E$ ,  $R$ ,  $h$  – средние значения параметров трех-слойной трубы. При оценках принято  $\pi^2 \rho_l F_l / (4\rho F) \sim 1$ . При этом  $Z_1$  остается без изме-нений, а  $Z_2 = 1$ .

На рис. 3,б точка пересечения  $S$  функций  $Z_1$  и  $Z_2$  показывает значение безразмерно-го подъема середины пролета. В соответствии с (4.1) угол  $\varepsilon = \pi^3 p_g F_g / (4\rho FL)$ . При уменьшении угла  $\varepsilon$  (и давления  $p_g$ ) точка  $S$  перемещается вправо, а прогиб  $W_s$  уве-личивается. При увеличении угла  $\varepsilon$  точка  $S$  перемещается влево, трубопровод опуска-ется.

Этот результат, парадоксальный на первый взгляд, объясняется тем, что при подь-еме трубопровода его вес и Архимедова сила не изменяются, а поперечная распре-деленная сила от давления газа растет вместе с  $W$  (согласно (2.5) пропорционально кри-визне осевой линии трубы). Из рис. 3,б видно также, что при заданном максимальном значении угла  $\varepsilon$  определяется необходимый начальный подъем трубопровода, обеспе-чивающий его дальнейший рост при снижении угла  $\varepsilon$  (и давления газа). Минимальное значение угла  $\varepsilon$  достигается при  $W_s = H/L$ . При дальнейшем уменьшении  $\varepsilon$  и давления газа  $p_g$  положение трубопровода не описывается данной моделью. В рассматриваемом простейшем случае критерием всплытия является равенство

$$\pi^3 p_g F_g H = 4L^2 (\rho F - \rho_l F_l) \quad (4.2)$$

При  $\rho F < \rho_l F_l$  создаются все предпосылки для всплытия трубопровода. При этом на рис. 4,а показано распределение сил, направленных вверх  $Z_1$  и вниз  $Z_2$ .

В случае большой глубины  $H$ , короткого пролета  $L$ , малого давления  $p_g$ , небольшой разницы между  $\rho F$  и  $\rho_l F_l$  кривые  $Z_1$  и  $Z_2$  показаны на рис. 4,б. При малых значениях  $W$  подъемная сила, превышающая вес, приводит к некоторому подъему  $W_S$ . Так как Архимедова сила не зависит от подъема, а сила упругости и сила от давления воды, направленные вниз, растут с подъемом (кривизной осевой линии), то устойчивым положением  $W_S$  может быть некоторое промежуточное состояние между  $z = 0$  и  $z = HL^{-1}$ . После этого будет иметь место неравенство  $Z_2 > Z_1$ , когда дальнейший подъем исключается. Критерием всплытия в этом случае является уравнение

$$\frac{\rho_l F_l}{\rho F} = 1 + \frac{\pi^5 DH}{4\rho FL^3} + \frac{\pi^3 \rho_l F_l H^2}{20\rho FL^2}$$

**5. Максимально допустимое расстояние между опорами.** Все выпускаемые газовые однослойные трубы обладают положительной плавучестью ( $\gamma > 0$ ). Наибольшей плавучестью обладают пустые трубы, например, в период их прокладки. В период эксплуатации однослойной газовой трубы также  $\gamma > 0$ . Для их удержания в глубине водоема используются бетонные пригрузы, уложенные на расстоянии  $L$  друг от друга. Требуется определить максимально допустимое расстояние  $L$ , при котором подъем середины пролета не превышает некоторого предела  $W_S$ . Значение  $W_S$  должно быть меньше глубины  $H$  водоема. Оно определяется нормами в соответствующей области применения. Примем для дальнейших оценок  $W_S = H/(3L)$ .

Для наглядности перейдем к исходным параметрам и примем допущения: на опорах происходит свободное продольное перемещение трубопровода ( $\lambda = \infty$ ,  $\chi = 0$ ,  $\eta = 0$ ), труба стальная однослойная ( $n = 1$ ), газ отсутствует ( $p_g = 0$ ,  $\rho_g = 0$ ,  $\beta = 0$ ), температура не меняется ( $T = 0$ ). При этом в (2.11)

$$\alpha = -\frac{\rho_l F_l H}{P_*}, \quad \mu = \frac{\rho_l F_l L}{P_*}, \quad \gamma = \frac{(\rho_l F_l - \rho F) L}{\pi^2 P_*}, \quad P_* = \frac{\pi^3 ER^3 h}{L^2}$$

При  $W = H/(3L)$  в исходных параметрах уравнение (2.11) относительно  $L$  приобретает вид

$$8\pi^2 \rho_l F_l H^2 L^2 - 2\pi^3 H(\pi^3 ER^3 h + \rho_l F_l HL^2) + 108L^4 (\rho_l F_l - \rho F) = 0,$$

в решении которого

$$L^2 = \frac{5\pi^2 \rho_l F_l H^2}{54(\rho_l F_l - \rho F)} \left[ 1 \pm \sqrt{1 + \frac{(\rho_l F_l - \rho F) ER^3 h}{90\rho_l^2 F_l^2 H^3}} \right] \quad (5.1)$$

необходимо взять верхний знак.

Согласно (5.1) при заданной глубине  $H$  расстояние между опорами  $L$  тем больше, чем меньше разница между подъемной силой и весом трубы, больше ее диаметр и толщина стенки. Для относительно тонких труб и большой глубины водоема второй член под корнем в (5.1) становится меньше единицы. Тогда из (5.1) следует

$$L^2 = \frac{2\pi^2 \rho_l F_l H^2}{27(\rho_l F_l - \rho F)} + \frac{\pi^2 ER^3 h}{1944\rho_l F_l H} \quad (5.2)$$

Для рассмотренной выше трубы с  $2R = 0.524$  и длиной 1 м вес  $\rho F = 760 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$  (при толщине  $h = 0.006$  м, гравитационном ускорении  $9.81 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$ ) и  $\rho F = 1258 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$  (при  $h = 0.01$  м). Архимедова сила трубы длиной 1 м равна  $\rho_l F_l = 2164 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$ . Если  $E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}$ ,  $H = 30$  м, то из (5.2) получаем  $L^2 = (2538 + 14) \text{ м}^2$ .

Для такой трубы второй член (5.2) мал по сравнению с первым. Длина  $L$  определяется в основном глубиной водоема  $H$  и отношением веса трубы  $\rho F$  и подъемной силы  $\rho_l F_l$  воды, а изгибная жесткость  $ER^3h$  играет меньшую роль. Поэтому переход из (5.1) в выражение (5.2) а в данном примере является правомерным. Можно предложить простую формулу

$$L \approx 1.3H \left( 1 - \frac{\rho F}{\rho_l F_l} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.3)$$

Однако с увеличением диаметра трубы и ее толщины, уменьшением допустимого подъема  $W$  оба члена в (5.2) становятся сравнимыми.

При одинаковых значениях  $L$  и постоянной глубине  $H$  прогибы одинаковы между опорами, поэтому в условиях (2.1) жесткость  $B$  может быть меньше, чем при получении уравнения (2.10). В силу этого соотношения (5.1)–(5.3) являются сугубо приближенными (они точнее, если пролеты чередуясь прогибаются вверх и вниз при такой возможности по особенностям рельефа дна). Требуется дальнейшее изучение этого вопроса. Действительное значение жесткости  $B$  может быть найдено из решения обратной задачи, если известны экспериментальные данные по прогибам трубопровода [21]. Можно отметить, что при условии  $B \rightarrow \infty$  прогиб несколько больше, чем при  $B \rightarrow 0$  [20]. В рассматриваемом случае некоторая неопределенность с жесткостью  $B$  и соответствующим подъемом трубопровода может быть снята изменением принятой выше нормы  $W = H/(3L)$ , которая является достаточно произвольной.

**6. Заключение.** Приведенный более полный учет влияния давления газа и воды на изгиб трубопровода позволяет точнее описывать реальную картину его всплытия. Кроме веса трубы и транспортируемого газа, подъемной силы воды и температурного удлинения, учитываемых обычно при анализе всплытия, в данной работе распределенная поперечная сила определяется из рассмотрения взаимодействия изменения кривизны осевой линии и давлений на внутреннюю и внешнюю поверхности трубы. При этом учитывается также изменение давлений воды и газа с подъемом трубопровода. При определении осевых сил учитывается упругая реакция опор, изменение продольной деформации трубы за счет кольцевой деформации из-за перепада давления.

Полученное наиболее общее нелинейное уравнение относительно функции прогиба содержит безразмерные параметры, характеризующие влияние на изгиб всех входных параметров. Оно позволяет анализировать широкий спектр вопросов: линейный изгиб, устойчивость прямолинейного положения трубопровода, сверхкритический изгиб вплоть до всплытия, влияние на всплытие материала и размеров трубы, длины пролета между опорами, упругой реакции опор, давления газа, глубины водоема и т.д.

Определяется критерий в случае, когда высокое давление газа приводит к всплытию. В критерий входят все безразмерные параметры. Наиболее сильное влияние на процесс оказывают осевые растягивающие силы, зависящие от подъема трубопровода и условий закрепления на опорах. Предельное значение внутреннего перепада давления ограничивается прочностью на разрыв трубы. В случае свободного продольного перемещения на опорах возможно всплытие трубопровода, более тяжелого, чем подъемная сила воды. Определен критерий этого явления. Здесь необычным представляется результат, состоящий в том, что подъем и установление равновесного состояния тем выше, чем меньше давление газа. Возможно, такой режим не упоминается в литературе.

Естественным является всплытие, если Архимедова сила воды больше веса трубы. Однако и в этом случае может быть некоторый подъем, но не всплытие. Такой сценарий может быть реализован при большой глубине водоема, коротком пролете между опорами, низком давлении газа и небольшой плавучести. Объяснение состоит в том, что вес и подъемная сила воды остаются постоянными при подъеме, а другие силы (например, сила упругости), направленные вниз, растут при подъеме трубопровода.

Определяется необходимое расстояние между пригрузами для фиксации трубопровода на стадии прокладки, ремонтных работ, экспертизы и т.д. Это расстояние тем больше, чем больше глубина водоема и изгибная жесткость трубы, меньше отношение веса трубы и подъемной силы воды.

При анализе реального случая всплытия газового трубопровода приведенная здесь модель явления должна рассматриваться вместе с другими факторами, некоторые из которых названы в начале статьи.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-21-00578, <https://rscf.ru/project/22-21-00578/>

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Левин С.М.* Подводные трубопроводы. М.: Недра, 1970. 280 с.
2. *Астафьев В.Н.* Проектирование подводных трубопроводов в условиях арктических морей. Уфа: УГНТУ, 2000. 76 с.
3. *Palmer A.C., King R.A.* Subsea pipeline engineering. Oklahoma: PWC, 2004. 570 p.
4. *Айнбиндер А.Б.* Расчет магистральных и промысловых трубопроводов на прочность и устойчивость: Справочное пособие. М.: Недра, 1991. 287 с.
5. *Мансуров М.Н., Черный В.П.* Методы расчета морских трубопроводов на прочность и устойчивость // Газовая промышленность. 2005. № 4. С. 47–51.
6. *Peek R., Yun H.* Flotation to trigger lateral buckles in pipelines on a flat seabed // J. Eng. Mech. 2007. V. 4. P. 442–451.  
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2007\)133:4\(442\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2007)133:4(442))
7. *Коробков Г.Е., Зарипов Р.М., Шаммазов И.А.* Численное моделирование напряженно-деформированного состояния и устойчивости трубопроводов в осложненных условиях эксплуатации. СПб.: Недра, 2009. 410 с.
8. *Лантеева Т.И., Мансуров М.Н.* Сравнительный анализ устойчивости морских и сухопутных трубопроводов // Газовая промышленность. 2009. № 4. С. 37–40.
9. *Hong Z., Liu R., Liu W., Yan S.* Study on lateral buckling characteristics of a submarine pipeline with a single arch symmetric initial imperfection // Ocean Eng. 2015. V. 108. P. 21–32.  
<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.07.049>
10. *Chee J., Walker A., White D.* Controlling lateral buckling of subsea pipeline with sinusoidal shape pre-deformation // Ocean Eng. 2018. V. 151. P. 170–190.  
<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2018.01.024>
11. *Wang Z., Tang Y.* Study on symmetric buckling mode triggered by dual distributed buoyancy sections for subsea pipelines // Ocean Eng. 2020. V. 216. P. 105–110.  
<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.108019>
12. *Chen Y., Dong S., Zang Z.* Buckling analysis of subsea pipeline with idealized corrosion defects using homotopy analysis method // Ocean Eng. 2021. V. 234. P. 25–35.  
<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.108865>
13. *Wang Z., Tang Y., Guedes S.C.* Imperfection study on lateral thermal buckling of subsea pipeline triggered by a distributed buoyancy section // Marine Struct. 2021. V. 76. P. 10–29.  
<https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2020.10291>
14. *Bi K., Hao H.* Using pipe-in-pipe systems for subsea pipeline vibration control // Eng. Struct. 2016. V. 109. P. 75–84.  
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.11.018>
15. *Li S., Karney B.W., Liu G.* arch in pipeline systems – A review of the literature // J. Fluids Struct. 2015. V. 57. P. 277–297.  
<https://doi.org/10.1016/j.fluidstructs.2015.06.020>

16. *Ilgatov M.A.* Static Problems of Hydroelasticity. М.: Fizmatlit, 1998. 208 p.
17. *Ильгамов М.А.* Модель всплытия подводного трубопровода // ДАН. Физика, технические науки. 2022. Т. 504. С. 12–16.  
<https://doi.org/10.31857/S2686740022030087>
18. *Ilgatov M.A., Ratrouf R.A.* Large deflection of superconducting cable // Int. J. Nonlin. Mech. 1999. V. 34. № 5. P. 869–880.  
[https://doi.org/10.1016/S0020-7462\(98\)00059-6](https://doi.org/10.1016/S0020-7462(98)00059-6)
19. *Овсянников Л.В.* О всплытии пузыря // Некоторые проблемы математики и механики. К 70-летию М.А. Лаврентьева. Л.: Наука, 1970. С. 209–222.
20. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.
21. *Ахтямов А.М.* Теория идентификации краевых условий и ее приложения. М.: Физматлит, 2009. 272 с.